

## 프레팅 접촉에 대한 2차원 유한요소 탄성해석

장성군(경남대 대학원), 노홍래(경남대 대학원), 조상봉(경남대 기계자동차공학부)

### Two Dimensional Elastic Finite Element Analysis for Fretting Contacts

Song Koon Jang, Hong Rae Roh and Sang Bong Cho

#### ABSTRACT

Fretting contact and fretting fatigue are known to occur in mechanical devices which have fasteners subjected to oscillatory tangential load. Theoretical studies on fretting contact have been focussed on simple geometries, such as cylindrical contact problem. Recently, the contact problem of a flat rounded punch has been solved theoretically. The purpose of this paper is to show that the results of finite element analysis for the fretting contact problem are nearly consistent with the theoretical solutions.

**Key Words** : Fretting contact(프레팅 접촉), Fretting fatigue(프레팅 피로), Slip zone(미끄럼구간), Stick zone(접착구간), Contact pressure (접촉압력), Shear traction(전단표면력), FEA(유한요소해석)

#### 1. 서론

리벳체결, 가스터빈 블레이드의 도브테일(dovetail) 조인트, 축과 휠, 핀조인트 등의 체결부위에서 프레팅(fretting)이라는 마멸 현상을 볼 수 있다. 프레팅이란 강하게 체결된 두 부재 사이의 접촉면의 일부에서 미세한 상대운동에 의해 일어나는 마멸 현상을 말하고, 프레팅이 일어나는 접촉을 프레팅 접촉이라 한다.<sup>1,3</sup> 접촉면의 전부가 큰 상대운동을 일으키는 일반적인 마멸(wear)과는 구분된다. 프레팅이 진행되는 동안에 재료의 본래 피로한도 또는 내구한도가 50~70% 정도 감소되고 작은 응력에서도 초기 균열이 발생할 수 있고, 프레팅 피로(fretting fatigue)의 누적은 재료의 수명을 단축시키는 요인이 되고 있다.<sup>1,3</sup> 프레팅에 대한 관심이 최근에 높아져 프레팅과 관련된 연구가 활발히 이루어지고 있다.

프레팅 접촉에 대한 이론적인 연구로 Cattaneo와 Mindlin에 의해 각각 독립적으로 두 실린더 간의 접촉면에 수직력(normal force)과 접선력(tangential force)이 작용하는 문제, 소위 민들린(Mindlin) 문제에 대한 접촉압력과 마찰력의 분포 및 미끄럼구간에 대한 탄성 이론적 해를 구한 바 있다.<sup>3,4</sup> Nowell과 Hills<sup>4</sup>은 재료의 성질이 동일한 실린더와 평판에 수

직력과 접선력 또한 모재에 인장응력(bulk tension stress)이 동시에 작용하는 문제를 탄성 이론적으로 연구하여 접촉압력 및 미끄럼구간에 대한 해를 구하였다.

실린더의 접촉문제에서 쐐기(wedge)나 원뿔(cone) 압자와 같은 접촉면의 형상에 따른 프레팅 접촉문제에 대한 연구를 Truman, Sackfield와 Hills<sup>5</sup>한 바 있고, Ciavarella, Hills와 Mommo<sup>6</sup>는 끝이 둥근 쐐기에 대한 연구를 하였다. Ciavarella와 Macina<sup>7</sup>가 가스터빈 블레이드의 도브테일 조인트에서 발생하는 프레팅 문제를 모서리 끝이 둥근 펀치(flat rounded punch)와 평판의 접촉문제로 단순화하여 이론적으로 해를 구하였다.

Dini와 Nowell<sup>8</sup>은 스네돈(Sneddon)의 적분변환법을 이용한 수치해석적 방법으로 모서리 끝이 둥근 펀치와 이종층 평판간의 접촉문제에 대한 접촉압력과 미끄럼구간 등에 대한 연구를 하였다.

프레팅 피로에 대한 연구로 Kim과 Lee<sup>9</sup>가 프레팅 피로실험을 통하여 균열의 발생과 성장에 관한 연구를 하였다. Lee와 Mall<sup>10</sup>이 프레팅 피로실험을 하여 재료의 피로수명에 대한 연구와 유한요소 해석으로 접촉구간과 미끄럼구간의 변화에 대한 연구도 발표하였다. Alfredsson과 Cadario<sup>11</sup>는 구면접촉

에서 프레팅 피로균열에 관한 연구를 수행하였다. Nowell과 Dimi<sup>12</sup>는 모서리 끝이 둥근 펀치와 평판의 프레팅 피로문제에서 응력 기울기 효과에 대한 연구를 한 바 있다.

본 연구에서는 민들린 문제와 Nowell과 Hills<sup>4</sup>의 문제로 재료의 성질이 동일한 실린더와 평판에 수직력과 접선력 및 모재에 인장응력이 동시에 작용하는 프레팅 접촉문제의 탄성 이론적 기존해와 상용 유한요소법 프로그램<sup>13</sup>을 이용한 유한요소해석 결과를 비교 검토하고자 한다.

## 2. 프레팅 접촉문제

Nowell과 Hills<sup>4</sup>에 의한 프레팅 접촉 문제의 작용 하중에 대한 개략적인 그림은 Fig. 1과 같다. 그림에서 보는 바와 같이  $P$ 는 패드(pad)와 모재(bulk) 사이에 가해지는 수직력이고,  $Q$ 는 접선력이다. 또한,  $\sigma_b$ 는 모재에 작용하는 인장응력이다. 프레팅 접촉이 일어나는 조건은 접선력이 마찰력보다 작은 경우로 즉,  $Q \leq fP$ 이며,  $f$ 는 마찰계수이다. Fig. 2는 프레팅 접촉에서 접촉구간과 미끄럼구간을 설명해 주는 그림으로 접촉구간에서는  $q < fp$ 이고, 미끄럼구간에서는  $q = fp$ 이다. 여기서  $p$ 와  $q$ 는 접촉

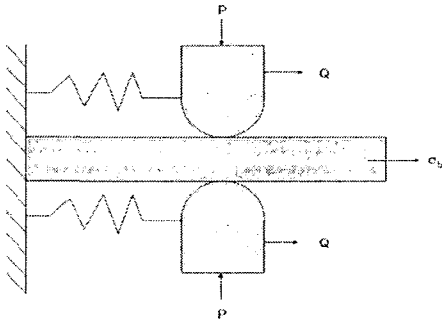


Fig. 1 Schematic diagram for loading system.

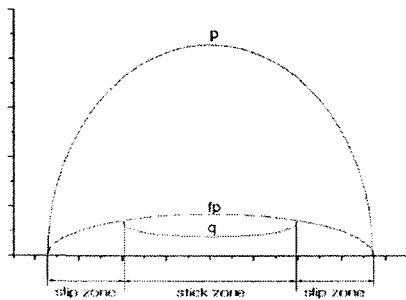


Fig. 2 Stick zone and slip zone of fretting contact.

부에서의 접촉압력(contact pressure)과 전단표면력(shear traction)이다.

## 3. 프레팅 접촉의 유한요소해석과 결과 분석

유한요소해석에서는 기존의 이론해와 비교 검토하기 위하여 다음의 조건을 사용하였다.

a) 패드와 모재는 동일한 재료로 탄성계수  $E = 21087.7 \text{ kgf/mm}^2$ , 푸아송 비  $\nu = 0.29$ 을 사용한다.

b) 프레팅 접촉모델은 Fig. 3과 같으며 접촉부위에 요소를 많이 배치하였고, 형상은 Table 1과 같다.

c) 수직력  $P$ 를 가한 후에 즉, 헤르츠 접촉 후에 접선력  $Q$  및 모재에 작용하는 인장응력  $\sigma_b$ 를 가한다.

d) 평면변형률의 탄성 접촉문제로 해석한다.

Fig. 3의 유한요소해석 모델의 경계조건은 Fig. 1의 작용하중 개념도에서 대칭성을 고려하여 모재의 밑면에 수직인 방향의 변위를 구속하였고 모재의 밑

Table 1 The aspects for 2-D FEA model

	Aspects [mm]		
	Width	Height	Radius
Pad	100	50	50
Bulk	200	100	$\infty$

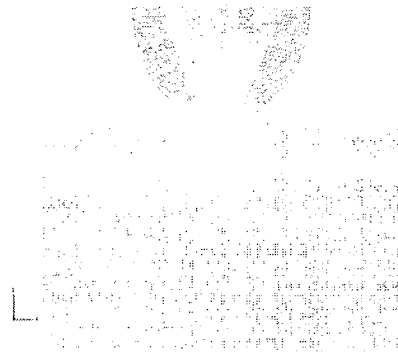


Fig. 3 2-D FEA model for fretting contact.

면 중앙점에서 수평방향의 변위를 구속하였다. 또한, 패드의 윗면이 수직력  $P$ 을 받아 일정한 수직변위가 발생하도록 강제요소를 사용하였고, 패드 윗면의 중앙점에 수직력  $P$ 와 접선력  $Q$ 를 가하였다. 모재의 인장응력  $\sigma_b$ 는 모재의 좌측 변과 우측 변에 적용시켰다.

유한요소해석은 상용 프로그램인 ABAQUS<sup>13</sup>을 이용한다.

### 3.1 헤르츠 접촉의 경우

패드에 수직력  $P$ 가 가해질 때에 마찰이 없는 접촉 즉, 헤르츠 접촉(Hertzian contact)에 의한 접촉압

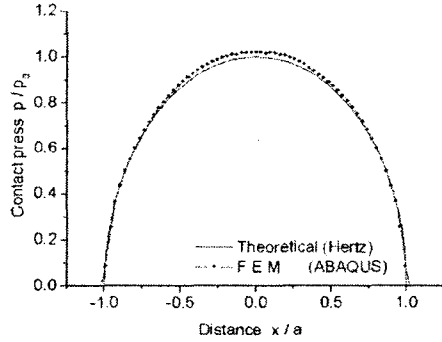


Fig. 4 Contact pressure for Hertzian contact.

력과 접촉길이에 대한 이론해는 식(1)과 같다.<sup>2</sup>

$$\frac{p(x)}{p_0} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, \quad |x| \leq a \quad (1)$$

여기서 최대압축력  $p_0$ 과 접촉길이 반폭  $a$ 는 다음과 같고,

$$p_0 = \frac{2P}{\pi a}, \quad a = \sqrt{\frac{4PR}{\pi E}}, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}$$

또한 점자 1,2는 각각 패드와 모재를 뜻하고,  $R_1$ 과  $R_2$ 는 패드와 모재의 곡률반경이다.

Fig. 4는 식(1)의 이론해와 유한요소해석 결과를 도시한 것이다. 유한요소해석 결과와 이론해가 거의 일치함을 볼 수 있다.

### 3.2 수직력과 접선력이 작용하는 경우

패드에 수직력  $P$ 와 접선력  $Q$ 가 가해질 때에 즉, 민들린 접촉(Mindlin contact)에 대한 전단표면력  $q$ 의 이론해는 식(2)와 같다.<sup>2,4</sup>

$$\begin{aligned} \frac{q(x)}{fp_0} &= -\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + \acute{q}(x) \\ \acute{q}(x) &= 0, \quad c < |x| < a \\ \acute{q}(x) &= \frac{c}{a} \sqrt{1 - \frac{x^2}{c^2}}, \quad -c < x < c \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 접촉길이의 반폭  $c = a\sqrt{1 - \frac{Q}{fP}}$ 이다.

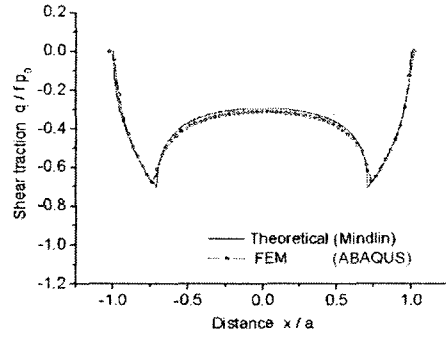


Fig. 5 Shear traction for Mindlin contact, ( $\frac{Q}{fP} = 0.5$ ).

Fig. 5은  $\frac{Q}{fP} = 0.5$ 일 때에 대한 식(2)의 이론해와 유한요소해석 결과를 도시한 것으로 실선이 이론해이고 점선이 유한요소해석 결과이다. 두 결과가 거의 잘 일치하고 있음을 볼 수 있고, Fig. 2에서 설명한 접촉구간과 미끄럼구간이 잘 나타나고 있음을 알 수 있다.

### 3.3 수직력과 접선력 및 모재에 인장응력이 작용하는 경우

패드에 수직력  $P$ 와 접선력  $Q$  또한 모재에 인장응력  $\sigma_b$ 가 작용할 때의 프레팅 접촉에 대한 전단표면력의 이론해는 식(3)와 같다.<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} \frac{q(x)}{fp_0} &= -\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + \acute{q}(x) \\ \acute{q}(x) &= 0, \quad -a \leq x \leq e-c \text{ and } e+c \leq x \leq a \\ \acute{q}(x) &= \frac{c}{a} \sqrt{1 - \frac{(x-e)^2}{c^2}}, \quad e-c \leq x \leq e+c \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 접촉길이의 중심  $e = \frac{\sigma_b a}{4fp_0}$ 이다.

Fig. 6은  $\frac{Q}{fP} = 0.8$ ,  $\frac{\sigma_b}{fp_0} = 1$ 일 때에 대한 식(3)의 이론해와 유한요소해석 결과를 도시한 것이다. 실선은 이론해이고 점선은 유한요소해석 결과이다. 유한요소해석 결과와 이론해가 거의 일치함을 알 수 있다. 모재에 인장응력이 추가됨에 따라 접선력  $Q$ 만 작용하는 경우의 접촉구간보다 접촉구간은 줄고 미끄럼구간은 증가하여 프레팅을 유발시키는 요인이 됨을 알 수 있다.

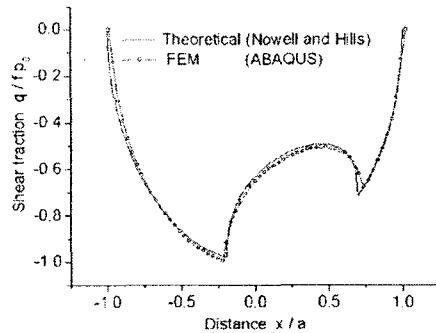


Fig. 6 Shear traction under normal force, tangential force and bulk tension stress, ( $\frac{Q}{fP}=0.8, \frac{\sigma_b}{fp_0}=1$ ).

### 3.4 수직력과 모재에 인장응력이 작용하는 경우

패드에 수직력  $P$ 와 모재에 인장응력  $\sigma_b$ 가 가해질 때에 전단표면응력  $q$ 에 대한 해를 Nowell과 Hills<sup>4</sup>가 수치해석적으로 구한 바 있고, Ciavarella와 Macina<sup>7</sup>가 엄밀해로 식(4)과 같이 구하였다. 식(4)과 (5)에서 문헌[7]의 표기오류를 바로 잡아서 표시하였다.

$$\frac{q(x)}{fp_0} = \begin{cases} q^*(x), & |x| \leq c \\ q_{bulk}(x), & c \leq |x| \leq a \end{cases} \quad (4)$$

여기서

$$q^*(x) = \frac{2x}{\pi a} \sqrt{\frac{c^2 - x^2}{a^2}} \times \left[ \Pi^* \left( \frac{a^2 - c^2}{a^2 - x^2}, 1 - \frac{c^2}{a^2} \right) - K^* \left( 1 - \frac{c^2}{a^2} \right) \right],$$

$$q_{bulk}(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \text{sign}(x)$$

이다. 접촉길이의 반폭  $c$ 는 식(5)에서 구할 수 있다.

$$K^* \left( 1 - \frac{c^2}{a^2} \right) - E^* \left( 1 - \frac{c^2}{a^2} \right) = \frac{\pi \sigma_b}{8fp_0} \quad (5)$$

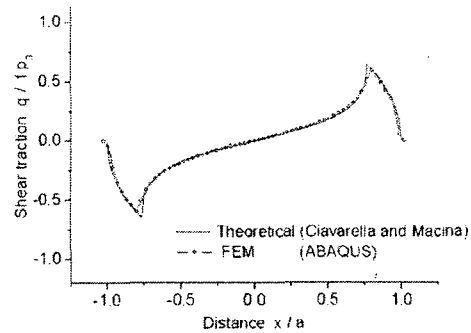


Fig. 7 Shear traction under normal force and bulk tension stress, ( $\frac{\sigma_b}{fp_0}=1$ ).

여기서  $K^*$ 는 제1완전타원적분,  $E^*$ 는 제2완전타원적분,  $\Pi^*$ 는 제3완전타원적분이다.

비선형 방정식(5)에서 이론적 접촉구간의 반폭  $c$ 를 구하기 위하여 상용 수치해석 프로그램인 Mathematica<sup>14</sup>를 사용하였다.

Fig. 7은  $\frac{\sigma_b}{fp_0} = 1$ 일 때에 대한 식(4)과 (5)의 전단표면력에 대한 이론해와 유한요소해석 결과를 도시한 것이다. 두 결과가 거의 일치함을 알 수 있다.

## 4. 결론

프레팅 접촉에 대한 2차원 유한요소 탄성해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 프레팅 접촉에 대한 기존의 이론해와 유한요소해석 결과를 비교하기 위하여 여러 가지의 하중 조건별로 유한요소해석하였고 두 결과가 거의 일치한다는 것을 확인할 수 있었다.

2. 이론적 해석이 어려운 2차원 프레팅 접촉문제나 특히 3차원 프레팅 접촉문제에 대해 유한요소해석하여 프레팅 피로와 관련된 실험적 연구에 유용하게 적용할 수 있을 것으로 예측된다.

## 참고문헌

지면 관계상 생략