

## 비선형 해석을 이용한 초탄성 재료의 구조 최적 설계

김지영\* (동아대 대학원 기계공학과), 정대석 (동아대 기계공학과),  
박영철 (동아대 기계공학과)

The Nonlinear Structure Design for Hyper-elastic Materials Using Contact Analysis

J. Y. Kim (Mechanical Eng. Dept. Dong-A U.), D. S. Jung (Mechanical Eng. Dept. Dong-A U.),  
Y. C. Park (Mechanical Eng. Dept. Dong-A U)

### ABSTRACT

Using hyper-elastic material has been increased gradually and its range was extended all over the industrial. In addition, the performance prediction of this material was required not only experimental methods like metal material but also numerical methods. In this study, we presented the process how to use numerical method for hyper-elastic material and then, it was applied for seat-ring of butterfly valve by using this process. The finite element analysis was executed to evaluate the mechanical characteristics of hyper-elastic material and search the optimum model considered conditions and features. According to that model the coefficient was obtained by using Contact analysis.

**Key Words** : 초탄성 재료, Mooney-Rivlin 상수, Butterfly 밸브, Seat-ring, FEM(finite element method), Contact analysis

### 1. 서론

고무는 금속과는 달리 큰 변형에서도 탄성을 유지하며, 하중과 변형이 비선형 관계를 가지는 초탄성(Hyperelastic)의 성질을 가진다.

이러한 초탄성 재료는 고도의 신장성과 우수한 탄성 복원 능력 및 에너지 흡수의 진동 감쇄 특성으로 인하여 전자, 기계, 자동차, 건설 등 다양한 산업 분야에서 밀봉 장치, 방진 및 제진 장치의 주요 부품으로 널리 이용되고 있다.

최근에는 이러한 고무 제품에 대해서도 개발기간 단축 및 성능과 품질 향상의 요구에 부응하기 위해 제품의 설계 검토 단계에서부터 수치해석 기법을 이용한 성능 예측이 요구되고 있다.<sup>(1,2,3)</sup> 컴퓨터의 대형화, 고속화에 따라 비선형 유한요소법을 이용하여 고무 부품의 거동을 해석하는 것이 실용화되었고, 이를 통하여 제품의 개발비용 및 시간을 절약할 수 있게 되었으며 고무 부품의 성능을 향상시킬 수 있게 되었다.

초탄성 재료에 대한 유한요소 해석과 실험에 관하여 많은 연구가 있다. Rivlin, Ogden 등은 초탄

성 재료를 위하여 변형률 에너지 함수를 기반으로 한 비선형 대변형 재료 모델을 제시하였으며,<sup>(4,5)</sup> Arruda와 Boyce 등은 8-체인(eight-chain) 분자구조를 이용한 재료모델을 제안하기도 하였다.<sup>(6)</sup> Bradley 등은 Valanis-Landel 함수를 이용하여 단축 인장시험결과만으로 해석결과를 향상시키는 방법을 제안하기도 하였고,<sup>(7)</sup> Miller 등은 단축 인장뿐만 아니라 순수 전단 및 이축 인장시험 등을 통하여 물성을 파악하였다.<sup>(8)</sup> 또한 최근에는 고무의 특성상 금속과의 접촉을 고려한 수치해석적 방법에 대한 연구가 진행되고 있다.<sup>(9,10,11,12)</sup>

본 연구에서는 초탄성 재료에 대한 수치해석적 방법을 제안하고, 유조전용 버터플라이(butterfly) 밸브(valve)에 사용되는 고무시트에 대하여 이를 적용하였다. 고무시트의 경우 금속과 접촉되어 있고, 고압의 유체에 노출 되어있으며 밸브의 실링(sealing) 역할을 한다. Fig. 1에는 본 연구에서 제안된 프로세스를 나타내고 있다. 유한요소 해석을 위해 초탄성 재료에 대하여 물성시험을 실시하고, 응력-변형률 관계와 부품의 특성을 고려하여 변형률 에너지 함수를 선정하고, 재료 상수를 결정

하였다. 또한 부품 사용상의 특성을 고려하여 비선형 접촉해석 (Contact analysis)을 통하여 적절한 하중조건을 도출하고 조기의 모델에 적용하고 설계 변경을 통하여 최적의 설계 값을 도출하였다.<sup>(13)</sup>

벨트 시트의 비선형 접촉 해석을 수행하기 위하여 범용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS 8.1을 이용하였다.

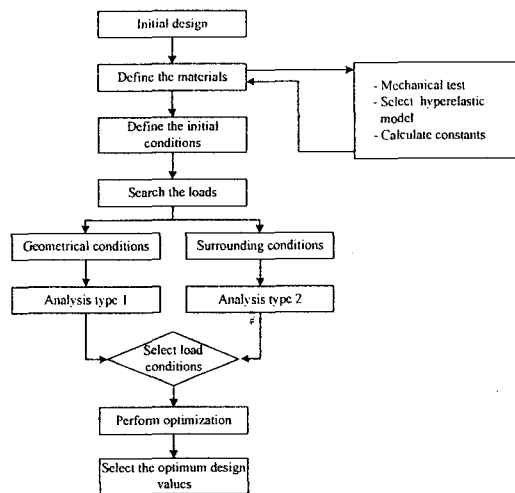


Fig. 1 Design process of the hyper-elastic analysis

## 2. 이론적 배경

고무재료는 하중과 변형이 비선형 관계를 보이는 대변형 범위에서도 탄성 거동을 나타내는 초탄성 (hyper-elastic) 특성을 지닌다. 유한요소해석에서 초탄성재료 모델은 변형률 에너지 함수 (strain energy function)로 표현되고 이 함수의 특정한 형태는 주신장을 또는 변형률 불변량 중 어느 것을 사용했느냐에 따라 결정된다. 초탄성 재료에서의 응력은 아래의 식 (1)을 이용하여 각 변형률 성분 에 대한 변형률 에너지 밀도함수의 도함수로부터 구한다.

$$[S] = \frac{\delta W}{\delta [E]} \quad (1)$$

여기서  $[E]$ 는 green-lagrange 변형률,  $[S]$ 는 2nd Piola-Kirchhoff 응력이다. 주신장을 또는 변형률 불변량에 따라서 선택되어진 모델 중 Polynomial form 모델의 경우 higher order Mooney-Rivlin과 비슷하며 higher strain에서 좀 더 좋은 근사값을 제공한다

$$W = \sum_{i=1}^N c_i (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^i + \sum_{j=1}^M \frac{1}{d_j} (J - 1)^{2j} \quad (2)$$

여기서 변형률 불변량인  $I_1$  및  $I_2$ , 초기 bulk modulus인  $\mu$ , 초기 shear modulus인  $\alpha$ 는 다음 식으로 정의된다.

$$I_1 = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \quad (3)$$

$$I_2 = -(\epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_2 \epsilon_3 + \epsilon_3 \epsilon_1) \quad (4)$$

$$\mu = 2(c_{10} + c_{01}) \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{2}{d_1} \quad (6)$$

Mooney-Rivlin 모델의 경우 변형률 에너지 함수는 다음식으로 정의된다.

$$W = C_{10}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (7)$$

초탄성모델은 응력-변형률 곡선이 S자 형태가 되므로 3차식 3차항까지 표현이 가능하다. 응력-변형률 곡선에서 변곡점이 몇 개인 것으로 나타내느냐에 따라 2-term, 3-term, 5-term, 9-term으로 나타낸다.

— 2-term Mooney-Rivlin 모델은 polynomial form에서 N=1인 경우와 등가이고, 식 (8)과 같다.

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (8)$$

— 3-term Mooney-Rivlin 모델은 polynomial form에서 N=2 이고,  $C_{20} - C_{02} = 0$  인 경우와 비슷하며 식 (9)과 같다.

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (9)$$

— 5-term Mooney-Rivlin 모델은 polynomial form에서 N=2 인 경우로 식 (10)로 나타내어진다.

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + c_{02}(\bar{I}_2 - 3)^2 + c_{12}(\bar{I}_2 - 3)^2 + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (10)$$

— 9-term Mooney-Rivlin 모델은 polynomial form에서 N=3인 경우로 식 (11)와 같다.

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + c_{02}(\bar{I}_2 - 3)^2 + c_{21}(\bar{I}_1 - 3)^3 + c_{12}(\bar{I}_1 - 3)^2(\bar{I}_2 - 3) + c_{13}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3)^2 + c_{03}(\bar{I}_2 - 3)^3 + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (11)$$

위에서 모든 Mooney-Rivlin 모델에서 초기 bulk

modulus와 초기 shear modulus는 다음과 같다.

$$\mu = 2(c_{10} + c_{01}) \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{2}{d} = \frac{2(c_{10} + c_{01})}{(1-2\nu)} \quad (13)$$

해석하고자 하는 범위가 변곡점이 없는 것과 한 번 변곡이 된 지점( 보통 90-100% 변형)과 변곡점 이후를 해석하는 경우가 있다. 이때 Mooney-Rivlin 모델은 앞의 식에서 각각의 매개변수 개수를 선택하여 해석한다. 즉, Mooney-Rivlin 상수의 개수를 선택하는 것이다.

### 3. 재료물성 시험 및 상수 결정

#### 3.1.1 재료물성시험

본 연구에서 대상으로 한 Crude 오일용 버티플라이 밸브의 경우 사용되는 유체의 특성으로 인하여 내유성, 내마모성 및 내열성이 요구되어 진다. 이러한 경우 일반적으로 NBR (acrylonitrile - butadiene rubber)를 사용하고 있으므로 NBR 소재에 대하여 검토를 실시하였다.

사용된 중합체는 고니트릴(41.5%) 타입을 사용하여 배합을 하였다. 가황System으로는 Sulfur를 사용하였다. 충전제(Filler)로는 Carbon Black을 사용하였다.

본 연구에서 사용한 혼련 방법은 6인치 오픈 롤에서 실시하였다. 혼련조건은 3 step으로 구성하였다. 1 step에서 polymer를 120초 동안 소련하여 base polymer의 사슬구조를 물리적으로 절단하였고, 2 step에서 충전제(보강제)를 투입하여 중합체를 보강시켰으며, 3 step에 나머지 약품들을 투입한 후, 배출된 배합고무를 상온까지 냉각하고 가황제를 투입하였다.

본 연구에서는 혼련이 종료된 컴파운드에 대해서 한국공업규격에 규정된 KS M 6518에 준하여 물성을 측정하였다. 시험용 시편은 디스크형의 Reometer을 통해 적정 가황 조건에 준하여 시편을 제작하였으며, 아령형(dumbell) 커터를 이용하여 시편을 제작하였다. 제작된 시험편에 대하여 ASTM No 3 011에 대하여 100, C에서 70시간의 내유성 시험을 실시한 후 단축 인장시험을 실시하였다. 인장시험은 각각의 시험편에 대하여 Tensometer를 이용하여 500±25 mm/sec의 인장 속도로 측정하였다. 고무와 금속의 접착에 대한 박리 접착강도 시험은 KS M 6518의 13.3항에 준하여 시험을 실시하였다. 시험 속도는 30±2.5 in/hr로 실시하였고 접착강도의 계산은 식 (14)로 하였다.

$$T_A = F/b \quad (14)$$

여기서  $T_A$ 는 접착강도(kg/cm<sup>2</sup>),  $F$ 는 박리 하중(kg),  $b$ 는 접착판의 너비(cm)이다. Fig. 2는 초탄성 재료에 대한 인장시험 결과로 최대 인장강도는 16.8 MPa로 나타났다. Fig. 3은 금속과의 접착시험 결과로 14개의 시험편에 대하여 반복적으로 시험을 실시한 결과 접착강도는 11.8 MPa로 나타났다.

#### 3.2.2 재료 상수의 결정

본 연구에서 다루고자하는 버티플라이 밸브 시트의 경우 복잡한 변형 형상을 고려하여 5-term Mooney-Rivlin 모델을 이용하여 유한요소 해석을 수행하였다.

다음으로 선택한 변형률 에너지 밀도 함수의 상수를 결정하여야 한다. 이는 시험을 통하여 얻어진 응력-변형률 데이터를 curve-fitting을 통하여 구할 수 있다. 5-term Mooney-Rivlin의 모델의 경우  $C_{10}$ ,  $C_{01}$ ,  $C_{20}$ ,  $C_{11}$ ,  $C_{02}$ 의 5개의 상수를 필요로 한다. 사용된 데이터의 수는 24개이며, 관심 범위의 변형은 140 %의 신장률 이내의 범위이다. curve-fitting 된 곡선의 질에 대한 통계적 양으로서 RMS(root mean square)와 COD (coef ficient of determination)가 있다. 일반적으로 0.99 또는 그 이상으로 나타난다. Table 1에는 시험을 통하여 얻어진 응력-변형률 데이터를 이용하여 curve-fitting한 결과를 나타내었다. RMS 값은 8.815 %이고, COD 값은 0.9999로 시험에 의한 값을 대체적으로 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

Fig. 4에는 관심 범위에 대한 응력-변형률 시험 결과선도와 curve-fitting 한 선도를 나타내었다. 대체적으로 변형률이 10% 미만에서는 다소 차이가 있으나, 그 외 구간에서는 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

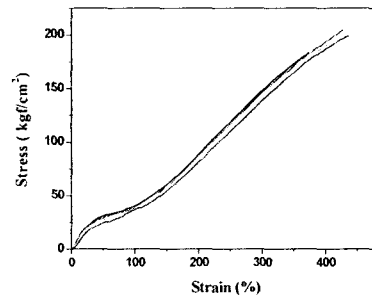


Fig. 2 Uniaxial tension test results

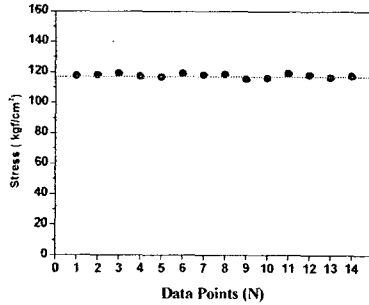


Fig. 3 Results of adhesive strength test for the rubber to the metal

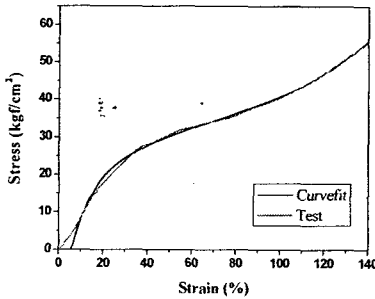


Fig. 4 Curve fitting for the uniaxial tension test results

Table 1 5-term Mooney-Rivlin constants

Constants	Value	RMS (%)	COD
$C_{10}$	$1.79023 \times 10^{-4}$	8.815	0.9999
$C_{01}$	$-2.67743 \times 10^{-3}$		
$C_{20}$	$5.20970 \times 10^{-6}$		
$C_{11}$	$-7.03804 \times 10^{-4}$		
$C_{02}$	$-4.47499 \times 10^{-4}$		

#### 4. 초탄성 재료에 대한 유한요소해석

##### 4.1.1 해석모델 및 초기조건 결정

본 연구에서는 산업용 미터플라이 밸브의 Seal을 통하여 금속과 초탄성 재료와의 접촉을 고려하였고, 또한 외부 유체 압력에 대한 초탄성 재료와 금속과의 접촉상태를 고려하였다.

유한요소 해석절차는 먼저 초기의 설계에 대하여 유한요소 해석을 실시하였다. 먼저 시트는 밸브에 조립되는 과정에서 2 단계의 예변형을 일으키므로 이에 대하여 각각 해석을 수행하였다. 다음으로 초기 해석결과를 바탕으로 디스크의 회전 때론 시트와의 접촉하는 경우에 대하여 해석을 실시하였다. 본 연구의 대상인 시트는 리테이너에 용융된 초탄성 재료를 금형을 통하여 제작되며, 화학적으로 접착이 되어 있다. Fig. 5에는 밸브의 전체 형상 및 주요 부품의 형상을 나타내고 있으며, Fig. 6에는 연구대상 모델인 리테이너에 접착된 시트링의 단면과 전체형상을 나타내고 있다. 또한 Fig. 7에는 유한요소 모델을 나타내고 있으며, 비선형 접촉해석은 범용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS Ver 8.1을 이용하였다. 시트링의 경우 밸브의 전체 형상에 대하여 축대칭 형상이므로 2차원 4절점 요소를 사용하였고, 시트와 접하는 디스크와 바디는 강체로 가정을 하였다. 절점수는 3419개이고, 요소수는 3433개이다.

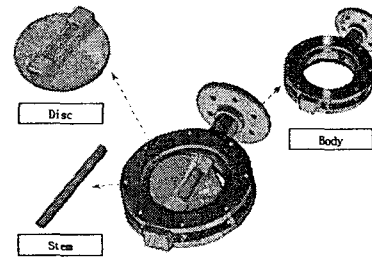


Fig. 5 Assembled valve and shape of main parts

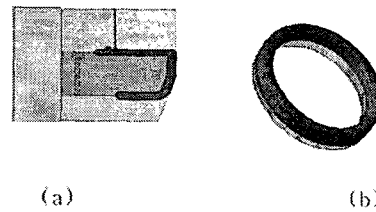


Fig. 6 Seat ring of (a) molding process and (b) the shape

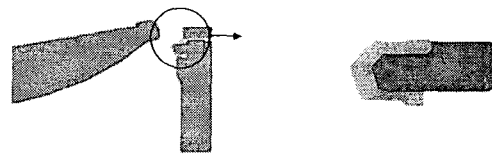


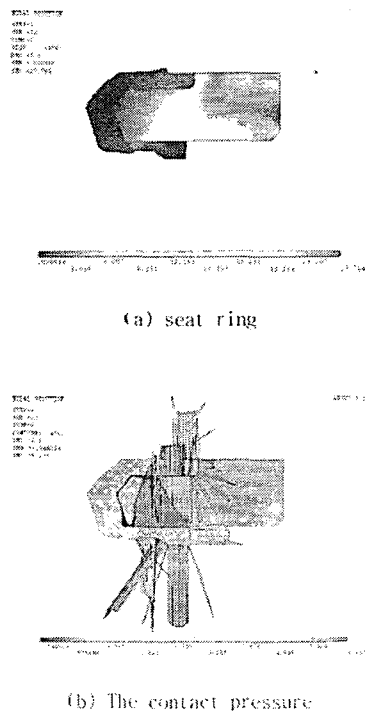
Fig. 7 Finite element model for the seat ring

(1) 초기조건 결정

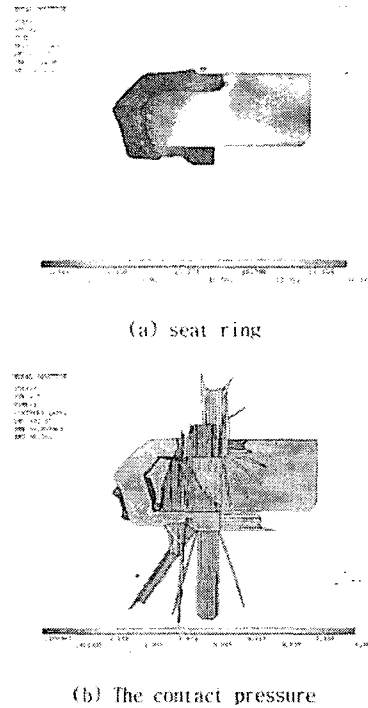
시트의 초기 조건에 대한 비선형 접촉 해석은 총 2 step으로 나누어 수행하였으며, step 1의 결과에 중첩하여 step 2의 해석을 수행하였다. step 1은 바다와 시트의 접촉 비선형 해석을 수행하였고, step 2는 시트와 파이프의 접촉 비선형 해석을 수행하였다. 또한 시트와 리테이너의 경우 모든 경우에 접촉 상태를 고려하였으며, 항상 접촉된 상태 (always bonded)로 가정하였다. step 1의 해석을 위한 경계 조건 및 접촉 조건은 리테이너의 상부에서 볼트체결을 하므로 초기의 분리된 상태에서 uy 방향으로 강제변위를 주었고, 우측면은 바다와 접해 있으므로 ux 방향으로 구속하였다. step 2에 대한 경계조건은 파이프 체결에 따른 uy 방향으로 -1mm의 강제변위를 주었다. Fig. 8은 초기조건 해석결과를 나타내었다.

(2) 변위하중에 대한 초기 해석

Fig. 9에는 디스크의 회전으로 밸브가 닫힐 때의 비선형 접촉해석을 수행한 결과를 나타내었다. Fig. 9의 (a)의 시트링을 살펴보면 초기조건에 비하여 최대응력은 30.16 MPa로 증가하였으나, 응력의 분포는 큰 변화가 없다. (b)에는 시트와 디스크의 접촉에 의한 접촉 압력을 나타내었다.



(b) The contact pressure  
Fig. 8 Result of first condition



(b) The contact pressure  
Fig. 9 Contact pressure for the rotating disc

4.2.2 Seat-ring의 최적 설계

초기의 모델에 대한 시트링의 경우 앞서 해석한 결과에서 고무의 항복강도 및 고무-금속의 접촉강도는 만족되고 있으나, 밸브의 주요 특성인 실링 능력은 만족되지 못하고 있다. 이는 결과에서 디스크의 회전으로 밸브가 닫힐 때 접촉압력이 사용유체의 설계 압력인 2 MPa에 미치지 못하기 때문이다. 따라서 앞서 수행한 두 가지의 하중 조건에 대하여 디스크의 회전에 의한 접촉 조건을 기준으로 설계 변경을 실시하고, 이에 대한 최적화를 수행하였다.

초기의 설계에 대한 시트링에 대하여 밸브의 특성을 고려하여 설계 변경이 가능한 부분에 대하여 검토하여 Fig. 10에서의 var1, var2, var3의 3곳에 대하여 설계변수를 선택하였다. 설계변수에 대한 정확한 설계 해를 구할 수 있는 설계구간을 설정하여야 한다. 초기 해석의 결과 응력과 접촉압력은 만족되고 있으나, 실링이 만족되지 못하고 있다. 이를 통해 시트의 두께(var1) 또는 리테이너의 구멍(var2)가 초기의 설계보다 더욱 두꺼워야 함을 알 수 있다. 따라서 각각의 설계 변수에 대한 설계 구간을 Table 2와 같이 선정을 하였다.

(1) 시트링의 최적화

본 연구에서는 벨브 디스크(disc)와 시트(seat)의 접촉시 발생하는 디스크의 모멘트를 목적함수로 선정하였으며, 이를 통하여 벨브의 작동 토크를 평가하였다. 제약함수로는 고무의 인장강도( $\sigma_{all}$ )와 벨브에 적용되는 최대의 유체 압력을 고려하였으며, 각각에 대하여 설계 시 적용되는 안전율(S) 1.5 ~ 2를 적용하였다. 시트링의 최적화 문제에 대한 정식화를 식 (15)에 나타내었다.

Minimize : [ M ]

Subject to :  $\sigma_j < \sigma_{all}$  (j = 1, 2, 3, ...m) (15)

$p_j \leq p_{all}$  (j = 1, 2, 3, ...n)

## (2) 최적화 결과

Table 3에는 초기 설계에 대한 특성치와 부문제법 및 최속강하법에 의해 최적화 된 설계변수 조합과 각 특성치를 나타내었다. 표에서 알 수 있듯이 근사 최적화를 통하여 실제 최적 값에 상당히 근접해 있음을 알 수 있다. 부문제법을 이용한 최적 값을 엄밀한 최적 값을 찾기 위한 초기 설계 값으로 설정하고 최속강하법을 이용하여 최종적인 설계 변수의 조합을 도출하였다. 이때의 목적함수 값은  $3.6881 \times 10^7$  N-m이다. 제약조건인 시트의 응력과 디스크-시트의 접촉압력 값은 각각 4.1331 MPa 및 3.5132로 나타났으며, 이 값들은 모두 허용응력과 요구 접촉압력 값에 대한 안전율을 만족하고 있음을 알 수 있다. Fig. 11과 Fig. 12는 해석결과를 나타내고 있다.

Table 2 The design range for design factor (units : mm)

	var 1	var 2	var 3
Initial value	36.4	5.6	8
Design range	36.0~38.0	5.6~6.6	7~9

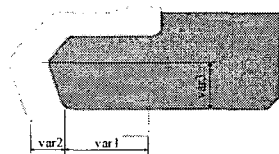


Fig. 10 Design factor



Fig. 11 Stress of seat ring by subproblem approximation method

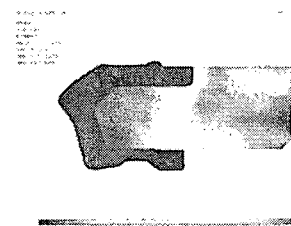


Fig. 12 Stress of seat ring by first order method

Table 3 Results of optimization

		Initial model	Subproblem approximation method	First order method	Allowed level	Safety factor (S)
Design parameter	var1 (mm)	36.4	37.7445	37.6555	-	-
	var2 (mm)	5.6	5.9624	5.9907	-	-
	var3 (mm)	8	8.0570	7.8801	-	-
Stress (MPa)		0.7568	3.7444	4.1331	8	4.0
Contact pressure (MPa)		3.1009	4.1212	3.5132	3.5	1.75
Reaction moment (<math>\times 10^5 \text{N-m}</math>)		7150.3	3.9513	3.6881	-	-

## 5. 결론

산업의 발전과 더불어 기계류 부품의 성능이 더욱 향상되었으며, 소재 분야에서도 기존의 철강재료에서 합금강, 복합재료 등 다양한 기계소재들이 연구되어지고 있다. 이러한 추세에 맞추어 초탄성 재료의 사용이 또한 계속적으로 증가하고 있으며, 그 사

용 범위도 산업 전반에 걸쳐 확대되고 있다. 또한 금속 재료와 같이 실험적 기법뿐만 아니라 수치적 기법을 이용한 성능 예측이 요구되고 있다. 본 연구에서는 초탄성 재료의 수치해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 초탄성 재료에 대한 수치해석적 방법을 적용하기 위한 방법을 제시하고, 그러한 방법을 이용하여 비터플라이 밸브의 시트링에 대하여 이를 적용하였다.
2. 초탄성 재료를 사용한 부품에 대하여 단순 인장 시험을 통한 기계적 물성을 평가하고, 초탄성 재료의 사용조건과 물성을 고려하여 적절한 초탄성 모델을 선정하여, 그에 따른 재료 상수를 도출하였다.
3. 초탄성 재료의 경우 대부분 금속과의 접촉문제 및 접촉 문제를 야기한다. 이에 대하여 유한요소 해석을 이용한 비선형 접촉해석을 통하여 적절히 평가할 수 있었다.
4. 시트링의 초기해석 시에 만족되지 못하는 성능에 대하여 부분재배와 좌속강화법을 이용한 최적화를 수행하여 성능을 개선할 수 있었다.
5. 수치해석 결과의 좀더 정확한 결과를 위하여 3차원적인 해석의 방법이 요구되어지며, 금속과 고무의 마찰에 대한 실험적 고찰이 병행되어야 할 것이다.

## 후 기

본 연구는 산업자원부의 지역혁신 인력양성사업의 연구결과로 수행되었음을 밝히며, 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

1. N. Antoun, E. Jankvoich, T. Estebent, "Applications of Major FEM Code to the Stress Analysis of Rubber Parts", Stuttgart, 28-30 June, 1994.
2. T. E. Shoup, G. R. Fegan, "Computer Assisted Design of Rubber Shear Springs", *Computers Engineering*, ASME, 1993.
3. H.Y. kim C.S. woo, W.d. Kim, "Computer Simulation of the behavior of CV Joint Boot", IPC-8 Proceeding, Vol.2, pp. 353-358, 1995.
4. Rivlin, R.S and Saunders, D. W., "Large Elastic Deformation of Isotropic Materials -

- VII. Experiments on the Deformation of Rubber." *Philos. Trans. R. Soc(A)*, Vol 243, pp. 251-288, 1951.
5. Ogden, R.W., "Large Deformation Isotropic Elasticity: On The Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids," *Proc. of The Royal Society(A)*, Vol 326, pp. 565-584, 1972.
6. Arruda, E. and Boyce, M.C., "A Three-Dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials." *J. Mech Phys. Solids*, Vol. 41, No. 2, pp. 389-412, 1993.
7. Bradley, G.L., Chang, P.c., McKenna and G. B., "Rubber Modeling Using Uniaxial Test Data." *J. of App. Poly. Sci.*, Vol. 81, pp. 837-848, 2001.
8. Miller, k., 2002. "Structural Testing of Materials for Finite Element Analysis of Elastomeric Parts," *Automotive Elastomers Conference*.
9. Moreau, C., Thuillier, S., Rio, G. and Grolleau, V., "The Mechanical of a Slightly Compressible Rubber-Like Material: Correlation of Simulations and Experiments." *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 72, pp. 269-282, 1998.
10. Kim, H.Y., Choi, c., Bang, W.J and Kim, J.S., "Large Deformation Finite Element Analysis for Automotive Rubber Components." *Trans. of KSAE*, Vol. 15, no. 1, pp. 107-119, 1993.
11. Jone, M.S., Moon, H.K. and Kim, S.J., "A Simple Finite Element Method to Determination of Deformed Shape and Load- Displacement Curve of Elastomers." *Trans. of KSME(A)*, Vol 21, No. 2, pp 217-222, 1997.
12. Shin, S.J., Lee, T.S. and Oh, S.L., "Three-dimensional Finite Element Analysis of Rubber Pad Deformation." *Trans. of KSME(A)*, Vol. 22, No. 1, pp. 111-131, 1998.
13. Jasbir S. A., "최적설계입문", Mc Graw Hill, 2001.