

TA-ESPI에 의한 외팔보의 탄성계수 측정

이항서*(조선대 대학원 기계설계공학과), 김경석(조선대 기계설계공학과), 강기수(조선대 대학원 기계설계공학과), 정현철(조선대 기계설계공학과), 양승필(동아인재대)

Evaluation of Young's Modulus of a Cantilever Beam by TA-ESPI

H. S. Lee(Chosun Univ.), K. S. Kim(Chosun Univ.), K. S. Kang(Chosun Univ.), H. C. Jung(Chosun Univ.),
S. P. Yang(Dong-A College)

ABSTRACT

The paper proposes the elastic modulus evaluation technique of a cantilever beam by vibration analysis based on time-average electronic speckle pattern interferometry (TA-ESPI) with non-contact and nondestructive and Euler-Bernoulli equation. General approaches for the measurement of elastic modulus of thin film are Nano indentation test, Bulge test and Micro-tensile test and so on. They each have strength and weakness in the preparation of test specimen and the analysis of experimental result. ESPI has been developed as a common measurement method for vibration mode visualization and surface displacement. Whole-field vibration mode shape (surface displacement distribution) at a resonance frequency can be visualized by ESPI. And the maximum surface displacement distribution from ESPI is a clue to find the resonance frequency at each vibration mode shape. And the elastic modulus of test material can be easily estimated from the measured resonance frequency and Euler-Bernoulli equation. The TA-ESPI vibration analysis technique is able to give the elastic modulus of materials through the simple processing of preparation and analysis.

Key Words : Time Average Electronic Speckle Pattern Interferometry: TA-ESPI (시간평균 전자처리 스페클패턴간섭법), Elastic modulus (탄성계수), Euler-Bernoulli equation (오일러-베르누이 방정식)

1. 서론

재료의 탄성계수는 구조물 설계에서 중요한 인자이며, 대부분의 재료에 대해 인장시험 등의 방법으로 그 물성이 규격화되어 있다. 그러나 최근 사용이 증가하는 박막재료에 대해서는 기존의 Bulk 재료에 사용되던 물성을 적용할 수 없다는 연구결과가 보고되고 있으며, 이에 대한 새로운 물성표가 작성되어야 한다는 의견이 지배적이다.¹ 최근에 이러한 문제점을 해결하기 위해 다양한 물성평가 기법들이 개발되고 있으며, 박막재료의 재료물성평가를 위한 대표적인 물성평가 기술은 Nano indentation test², Bulge test³, Micro-tensile test⁴ 등이 있으며, 이 기술들은 시험편의 준비와 측정결과해석에서 각각의 장단점들이 있다.

본 연구에서는 시간평균 전자처리 스페클 간섭법(Time Average Electronic Speckle Pattern Interferometry: TA-ESPI)을 이용하여 외팔보의 물성을 비접촉 비파괴 방법으로 측정할 수 있는 기법을 제안하였다. 외팔보 형태의 시험편과 광학식 기법에 의한 탄성계수 측정은 시험편 제작의 용이성과 높은 정확도로 인하여 많은 연구자에 의해 응용이 되고 있다. Comella and Scanlon⁵은 알루미늄 외팔보 시험편에 대해 atomic force microscopy (AFM)을 이용하여 굽힘량을 측정하여 강성과 탄성계수를 측정하였으며, Tsai and Fang¹과 Kang et al.⁶은 광학식 공진주파수 기법을 통하여 탄성계수를 예측하였다. 그러나 기존 광학식 방법들은 고가의 시험장치가 필요하며 시험방법이 어렵다는 단점이 있다. 본 연구에서는 저가의 광학간섭계 구축이

가능한 TA-ESPI를 이용하여 외팔보의 공진모드로부터 공진주파수를 측정하고, 공진주파수로부터 외팔보의 Euler-Bernoulli 방정식을 이용하여 탄성계수를 간단히 예측할 수 있다.

2. 이론적 근거

2.1 TA-ESPI

TA-ESPI는 널리 알려진 ESPI의 측정기법 중의 하나로 조화운동을 하는 물체의 진동모드 가시화에 많이 활용되어 왔다.⁷ 일반적으로 변형해석을 위한 ESPI는 변형전후의 이미지를 간섭처리하고 있으나, TA-ESPI에서는 변형전 이미지에 연속하여 합산누적하는 기법을 사용하게 된다. 변위변위 진동을 측정하기 위해 Fig. 1과 같은 광학간섭계가 사용되며, 간섭성이 우수한 레이저를 이용하여 물체로부터 반사하여 입사하는 물체광(Object beam) $I_O(x, y)$ 과 레이저에서 CCD 카메라로 직접 입사되는 참조광(Reference beam) $I_R(x, y)$ 의 간섭은 스펙클의 강도 분포 $I(x, y)$ 로 CCD 카메라와 화상처리장치에 의해 식 (1)과 같이 초기위상차 $\phi(x, y)$ 를 가지고 컴퓨터에 변형전 이미지로 기록된다.⁸

$$I(x, y) = I_O(x, y) + I_R(x, y) + 2\sqrt{I_O(x, y)I_R(x, y)} \cos \phi(x, y) \quad (1)$$

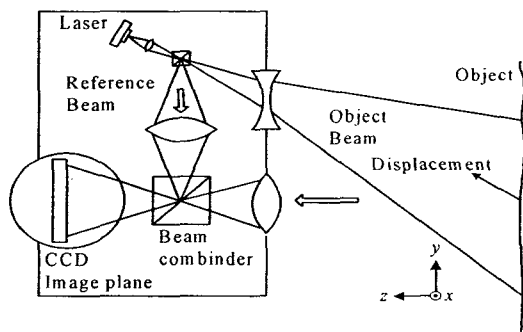


Fig. 1 Out-of-plane displacement sensitive ESPI interferometer

조화 운동하는 물체의 순간위치를 $a(t)$ ($= a_0 \sin \omega t$)라고 할 때, 변형후의 물체의 공간섭신호는 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$I_{i,irr} = I_O + I_R + 2\sqrt{I_O I_R} \cos \left[\phi + \frac{4\pi}{\lambda} a(t) \right] \quad (2)$$

일정시간 τ ($\gg 2\pi/\omega$)동안 조화운동하는 물체의 면

외변위를 기록한 광소자에서의 광강도의 평균은 식 (3)과 같이 쓸 수 있으며, 이 수식은 식(4)와 같이 간단히 0차 Bessel 함수(J_0)의 제곱 형태로 다시 쓸 수가 있다.

$$I_{\tau} = I_O + I_R + \frac{1}{\tau} 2\sqrt{I_O I_R} \int_0^{\tau} \cos \left[\phi + \frac{4\pi}{\lambda} a(t) \right] dt \quad (3)$$

$$I_{\tau} = I_O + I_R + 2\sqrt{I_O I_R} J_0^2 \left(\frac{4\pi}{\lambda} a_0 \right) \cos \phi \quad (4)$$

이 수식에서 J_0^2 가 이미지의 명암대비를 결정하게 되며, 최대 $2\sqrt{I_O I_R} \cos \phi$ 를 가지게 된다. 또한, 이 기법에서는 한 주기 이상의 물체변위의 평균을 기록하고 있으므로 위상정보를 잃게되며, 변위방향 또한 구별할 수 없게된다. 본 연구에서는 결과의 쉬운 이해를 위해 진동량과 방향을 결정할 수 있는 stroboscope-ESPI를 부분적으로 사용하였다.⁹

2.2 탄성계수의 결정

본 연구에서는 탄성계수의 측정을 위해 clamped-free 형태(외팔보)의 오일러-베르누이 보(Euler-Bernoulli beam)의 조건¹⁰을 만족하는 시험편을 제작하고, 공진주파수(Resonance frequency)를 TA-ESPI를 이용하여 실험적으로 구하고 식(5)를 이용하여 탄성계수(E)를 구하게 된다.

$$E = \frac{m\omega_n^2 l^4}{c^4 I} \quad (5)$$

여기에서 m : 단위길이당 질량,

ω_n : 고유주파수, l : 보의 길이,

c : 모드계수, I : 관성모멘트

Table 1은 본 연구에 사용되는 SCP1의 KS규격에 정의된 탄성계수를 이용하여 clamped-free 조건 ($100 \times 5 \times 1.1 \text{ mm}^3$)에서 오일러-베르누이 방정식을 이용하여 예측한 고유주파수(Natural frequency)를 4모드까지 나타내었다. 실험에 사용된 순수구리 시험편에 대해서는 탄성계수 값이 대역을 가지고 있어 고유주파수를 예측하지 않았다.

Table 1 Natural vibration frequency of SCP1

	1st Mode	2nd Mode	3rd Mode	4th Mode
Frequency (Hz)	93.88	588.33	1647.35	3228.10

3. 실험방법

3.1 시험편 및 측정 시스템

본 연구에서 사용된 시험편은 순수구리 시험편과 차량용 소형 적재함에 사용되는 냉간압연강판 시험편(100x5x1.1 mm³), 냉간압연강판의 용접부 주위에서 채취한 시험편(100x5x1.1 mm³)을 외팔보로 고정하여 실험하였다. KS 규격의 SCP1 재료의 탄성계수는 203 GPa이고, 순수 구리의 탄성계수는 110 ~ 120 GPa이다. 시험편의 가공은 잔류응력의 최소화를 위해 저속으로 와이어 커팅(Wire cutting)하였으며, 시험편의 형상치수는 수회 반복 측정하여 평균으로 구하였다. 진동모드 측정시스템(TA-ESPI)는 독일 Ettermeyer 사의 상용 시스템을 사용하였으며, 시스템 구성은 Fig. 2와 같이 Nd:YAG Laser(파장: 532 nm), 간섭계가 내부에 구성된 센서, 화상처리 시스템과 같다. 가진 시스템은 측정 주파수 영역을 고려한 스피커를 선정하고 함수발생기(Function Generator)에서 가진 주파수를 조절하게 된다. 스피커의 주파수 특성은 Microphone를 이용하여 검증하였다.

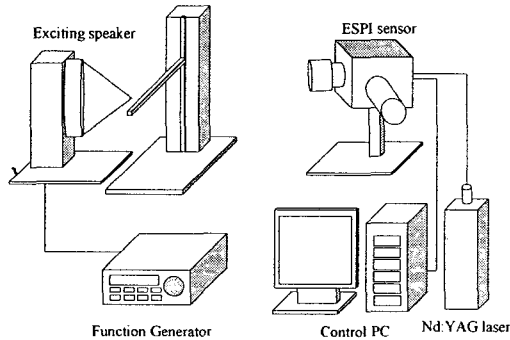


Fig. 2 Configuration of elastic modulus measurement system

3.2 공진주파수의 결정

TA-ESPI에서는 물체의 표면 변위변화량에 대응하여 레이저의 상관간섭무늬를 이미지로 표현하게되며 주파수 정보는 획득된 측정결과에서 직접적으로 측정이 불가능하다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 공진모드를 실시간 분석하여 공진주파수를 결정하는 방법을 이용하였다. 즉, 공진주파수에서 물체는 최대 변위를 갖게되며, 변위량의 증가에 따라 TA-ESPI의 상관간섭무늬의 간격이 좁아진다는 사실을 이용하여 공진 주파수를 찾게된다. 가진주파수가 공진주파수에 접근할수록 물체 변위량이 커지고, 물체 변위량의 변화에 따라 실시간 상관간섭무늬를 관찰하여 Nodal line이 최소가 되는 주파수를 공진주파수로 결정하게 된다. Nodal line의 간격은 광학 간섭계의 기하학적 구성을 고려하여 270 nm 변위량(약 사용레이

저 파장의 1/2)의 민감도를 가지고 반응하게 되며, 가진주파수 1 Hz의 변화에도 쉬게 구별이 가능하다. 실험에서 제 1모드의 경우 공진주파수의 결정이 어려워 2모드부터 결정하였다.

4. 탄성계수 예측

4.1 일반용 냉간압연강판(SCP1)

냉간압연강판의 탄성계수 예측은 대형 강판에서 압연방향으로 무작위 추출된 표준시험편과 Fig. 3과 같이 CO₂로봇 맞대기 용접을 한 시험편에서 용접선으로부터 5 mm의 간격으로 와이어 커팅으로 채취한 시험편의 탄성계수를 예측하였다. Fig. 4는 표준시험편에 대해 공진주파수 측정결과와 오일러-베르누이 방정식예측 결과를 비교하였다. 실험결과로부터 식(5)를 이용하여 예측한 탄성계수의 평균은 202.26 GPa이다.

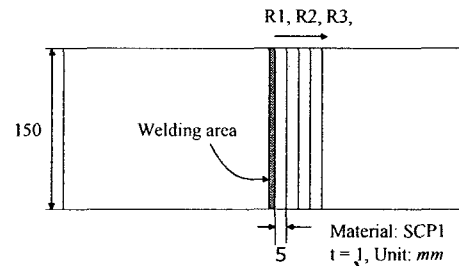


Fig. 3 Butt welding specimen

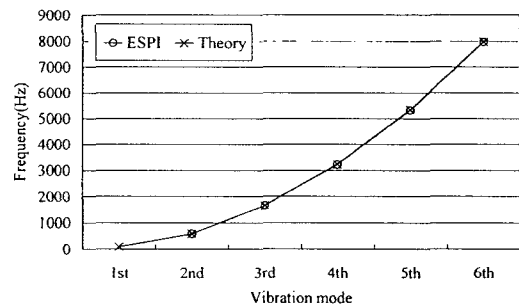
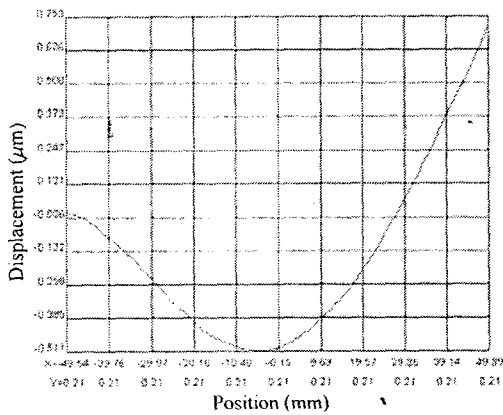


Fig. 4 Resonance frequency comparison of TA-ESPI and theory

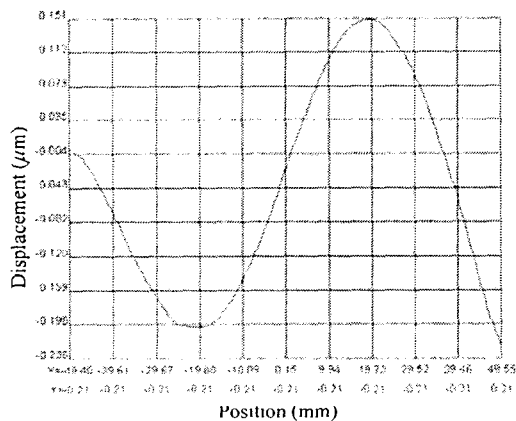
Table 2 Elastic modulus estimation of SCP1 (GPa)

	2nd mode	3rd mode	4th mode	5th mode	Average
R1	195.25	195.59	196.01	195.96	195.70
R2	203.46	203.41	203.24	202.97	203.27
R3	202.08	201.44	201.36	202.21	201.77
R4	204.15	204.15	202.49	203.20	203.49
Standard	202.77	202.67	201.86	201.76	202.26

Table 2는 맞대기 용접을 한 SCPI 강판의 용접부 주위에서 각 시험편의 탄성계수를 실험적으로 예측하였다. 용접선에서 가장 근접한 시험편(R1)의 탄성계수가 6.56 GPa 낮게 나왔으며, 나머지 시험편(R2, R3, R4)에 대해서는 거의 변화가 없는 것으로 측정되었다. 용접에도 불구하고 탄성계수의 변화가 거의 없는 이유는 용접 후 시험편의 채취과정에서 잔류응력은 해방이 되고, 용집과정에서 열에 의한 담금질 효과로 약간의 차이만을 보인 것으로 사료된다. Fig. 5는 Stroboscope-ESPI를 이용하여 제 2모드와 제 3모드의 모드 형상 및 변위량을 측정된 결과이다. 제 2모드의 최대 진폭은 0.72 μm 로 측정되었으며, 제 3모드는 0.21 μm 로 측정이 되었다.



(a) 2nd vibration mode shape



(b) 3rd vibration mode shape

Fig. 5 Out-of-plan displacement distribution

또한, Nodal point는 이론 해석과 일치하는 2모드의 경우 77 mm 지점, 3모드의 경우 52 mm 지점과 86 mm 지점에 각각 형성이 되었음을 알 수 있다.

4.2 순수구리 시험편

순수구리 시험편은 형상 변화에 따른 영향을 조사하기 위해 SP1(50x5x0.5 mm³), SP2(60x5x0.5 mm³), SP3(70x5x0.5 mm³), SP4(80x5x1.0 mm³)으로 4개의 시험편을 준비하여 각 모드에서 공진주파수를 측정하여 탄성계수를 예측하였다.

Table 3 Elastic modulus estimation of pure copper (GPa)

	2nd mode	3rd mode	4th mode	Average
SP1	108.9	107.86	108.91	108.55
SP2	106.7	107.01	107.24	106.98
SP3	100.94	100.23	102.11	101.1
SP4	101.32	101.58	101.97	101.62

Table 3은 순수구리 시험편에서 형상을 다르게 한 각각의 시험편에서 탄성계수를 실험적으로 예측하였다. ASTM에서 제공하는 순수 구리의 탄성계수 110-120GPa 보다 실험으로 측정된 데이터가 보다 낮음을 알 수 있다. 그러나 위 탄성계수 값을 적용한 유한요소해석 결과와의 비교 결과 공진주파수 대역이 오차범위 3%범위 내임을 알 수 있었으며, 수 회의 반복측정으로서 보증할 수 있는 시험편의 통계적 예측 값은 95%의 신뢰도를 가지고 있다. 또한 오일러-베르누이 빔 이론에는 두께와 폭에 비하여 0배의 길이를 만족해야 한다. 하였으나 측정결과 약 14 배 이상의 길이를 만족하여야 함을 알 수 있었는데 이는 경계조건에서 끝단의 영향에 의한 것으로 추정되어진다.

5. 결론

탄성계수는 물질이나 물체의 응력이나 구조역학적 특성을 예측하는데 있어서 매우 중요한 물성이지만, 아직까지는 이를 정확하고 빠르게 예측하는데 있어서 어려움이 많았다. 이에 본 연구에서는 진동 특성을 가진 외팔보를 이용하여 탄성계수를 측정할 수 있는 새로운 예측 방법을 제시하였다. 이 방법은 시간 평균 전자스펙클무늬 간섭계(TA-ESPI)를 이용하여 실시간적으로 공진주파수를 찾아내고 이를 오일러-베르누이 빔 이론에 적용하여 바로 탄성계수를 예측할 수 있는 방식으로서, 이를 검증하기 위하여 시험편으로 사용한 강판 시험편(SCPI)의 제조사에서 제시한 데이터와 본 연구에서 제시한 방식으로 측정된 데이터의 비교결과 매우 잘 일치함을 보여 본 방식을 통한 탄성계수의 예측 방식이 매우 뛰어난 입증할 수 있었다. 이 기술은 외팔보 형태의 시험편을 이용하여 단 한번의 측정으로 탄성계수를 예측할

수 있으며, 다른 측정방식에 비하여 보다 더 경제적인 이점을 가지고 있다. 또한 이 기술은 매우 간편한 접근성을 가지고 있으므로 다른 탄성계수 측정기술에 접목하여 응용할 수 있을 것으로 예측된다.

참고문헌

1. Tsai, Hsin-Chang, Fang, Weileun, "Determining the Poisson's ratio of thin film materials using resonant method", *Sensor and Actuators A*, No. 103, pp. 377-383, 2003.
2. Kim, J.H., Yeon, S.C., Jeon, Y.K, Kim, J.G., Kim, Y.H., "Nano-indentation method for the measurement of the Poisson ratio of MEMS thin films", *Sensors and Actuators A*, No. 108 pp. 20-27, 2003.
3. Vlassak, J.J., Nix, W.D., " A new bulge test technique for the determination of Young's modulus and Poisson's ratio of thin films", *J. Mater. Res.* Vol. 7, No. 12, pp. 3242-3249, 1992.
4. Sharpe, W.N. Jr., Yuan, B., Edwards, R.L., "A New Technique for measuring the mechanical properties of thin films", *J. Microelectromechanical systems.* Vol. 6, No. 3, pp. 193-199, 1997.
5. Comella, B.T., Poon, M.R., "The determination o the elastic modulus of a microcantilever beam using atomic force microscopy", *J. Mater. Sci.* Vol. 35, pp. 567-572, 2000.
6. Kang, Xin, Tay, C.J., Quan, C., "Evaluation of Youngs modulus of a vibrating beam by optical method", *Opt. Eng.*, Vol. 42, No.10, pp. 3053-3058, 2003.
7. I.K. Kim, K.S. Kim, S.U. Yoon, K.S. Kang, "A Study on Vibration Characteristic of Thin Plate in Crack Propagation by Laser Holography Method", *J. of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 17, No. 10, 2000.
8. Cloud, G.L., *Optical Methods of Engineering Analysis*, Cambridge University Press, Chapter 21, 1990.
9. Høgmoen, K., Løkberg, O.J., "Detection and measurement of small vibration using electronic speckle pattern interferometry", *Applied Optics*, No. 16, pp. 1869-1875, 1977.
10. Inman, D.J., *Engineering Vibration*, Prentice-Hall Inc., 1994.