

5절 평면형 메커니즘의 동적 포복에 관한 연구

이정현*(고려대학교 대학원), 임남식(NEX1 Future(주)),
김희국(고려대 제어계측공학과), 이병주(한양대 전자컴퓨터 공학부)

Study on Dynamic Crawling of The Five-bar Planar Mechanism

J. H. Lee(Control & Instrumentation. Eng. Dept., Korea University), N. S. Lim(NEX1 Future)
W. K. Kim(Control & Instrumentation. Eng. Dept., Korea University),
B. J. Yi(School of Electrical Eng. and computer Sci., Hanyang University)

ABSTRACT

In this paper, the dynamic crawling of a five-bar planar mechanism is investigated. One complete cycle of the crawling selected in this study consists of four different steps, i) sliding at one contact point between the mechanism and the ground, ii) changing its configuration without sliding at two contact points, iii) sliding at the other contact point, and iv) again changing its configuration without sliding at two contact points. In this type of crawling, the crawling mechanism maintains the shape of the parallel structure throughout a complete crawling cycle. The modeling algorithm for serial manipulators proposed by M. Thomas and et al.[1] is employed by introducing imaginary joints and links which represent the contact interfaces between the one end of the mechanism and the ground, while the other end of the mechanism is regarded as an end-effector of the imaginary serial manipulator which treats the reaction force and torque at the contact point as external forces. Then, a complete cycle of dynamic crawling of the mechanism is investigated through various computer simulations. The simulation results show that the stable crawling characteristics of the mechanism could be secured when the proper configurations depending on specified frictional constraints are met.

Key Words : Crawling(포복), Five-bar Mechanism(5절 메커니즘), Kinematic Modeling(기구학 모델링), Imaginary Joint(가상 관절), Dynamic Modeling(동역학 모델링)

1. 서론

다자유도 링크 모듈로 구성되는 이동 로봇은 여러 다양한 작업환경에 활용될 수 있으며 특히, 작업이 난해한 공간이나 굴곡이 심한 좁은 공간 등에서 관절의 몇 부분을 유연하게 작동시킴으로써 작업을 성공리에 수행할 수 있는 장점이 있다. 한편, 보행 로봇의 경우 사람이나 동물들과 같이 다 자유도를 가지고 있으며 지면이 고르지 못한 영역에서도 매우 우수한 성능을 가지고 있음은 이미 잘 알려진 사실이며 특히, 로봇의 기능과 구조에 따라 적합한 작업환경의 범위가 결정되므로 다양한 구조 및 기능을 가지는 보행 로봇 또는 포복 로봇의 개발에 많은 연구가 진행되어 오고 있다.[2-5]

한편, 미끄러운 지면을 따라 이동이 필요되는 경우 한 예로서 얼음판위에서의 이동과 같은 경우 보

행보다는 미끄러짐을 이용한 포복이 안전성 측면에서 우수할 수 있다. 본 연구자는 4절 포복 메커니즘의 포복에 대한 연구를 수행한 바 있으며[6-7] 본 연구에서는 이러한 연구에 이어 평면형 구조를 가지는 5절 포복 메커니즘이 포복을 수행하는 경우에 대한 분석을 수행하고자 한다. 이 포복 메커니즘의 운동은 포복 진행방향과 지면에 수직인 방향이 이루는 평면 내로 한정되며, 지면과 접촉점과의 마찰을 이용하여 미끄러짐에 의해서만 이동하는 경우로 제한하였다.

본 연구에 있어 5관절 메커니즘의 동적 포복은 Fig.1과 같이 4단계로 이루어지는 포복 걸음새를 고려하였다. 이러한 걸음새는 두 접촉점에서 미끄러짐이 발생하지 않도록 하면서 메커니즘이 형상을 변경하여 다음 단계에서의 이동시 포복 메커니즘이 최대한 보폭으로 이동할 수 있도록 내부 형상운동이 수

반하는 걸음새이다.

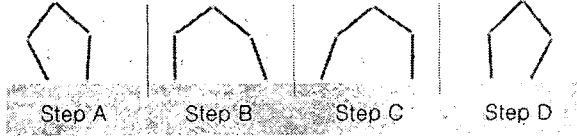


Fig.1 4-step Crawling configuration

5절 포복 메커니즘의 기구학/동역학 모델을 구하기 위해서는 먼저 가상링크와 가상 관절 개념을 지면과 포복 메커니즘의 미끄러짐이 발생하지 않는 한 접촉점에서의 인터페이스에 적용하여 직렬 메커니즘으로 모델링 한 후 Thomas 등에 의해 제시된 직렬형 매니플레이터의 모델링 방법을 이용하였다.[1] 그리고 시뮬레이션을 통하여 앞에서 선정한 동적 포복 걸음새로 이동시 메커니즘의 특성에 관하여 조사하였다.

2. 직렬형 매니플레이터 모델링 기법을 이용한 5절 포복 메커니즘의 해석

5절 메커니즘은 Fig.2에서와 같이 하나의 폐루프(closed-loop)를 가지는 병렬 시스템이다. 이를 직렬 메커니즘으로 모델하기 위해 Fig.2에서와 같이 5절 포복 메커니즘의 지면과의 한 접촉점 A점에 두 개의 가상 미끄럼 관절과 가상 링크가 있다고 가정한다. 그리고 다른 접촉점 E점에서는 반력에 해당되는 외력이 작용한다고 모델링한다. 이 경우, 5절 포복 메커니즘은 두 개의 가상관절과 네 개의 회전관절을 갖는 직렬 체인이 접촉점 E에서 반력에 해당하는 외력을 받는 직렬 메커니즘으로 해석될 수 있다. 따라서, 지면으로부터 점 E까지는 두 개의 미끄럼관절과 네 개의 회전관절을 가지는 직렬구조의 메커니즘이 된다. 그리고 실제 메커니즘에는 Fig.2에서와 같이 두 번째, 세 번째, 네 번째 관절에 회전 구동관절이 장착된다고 가정한다.

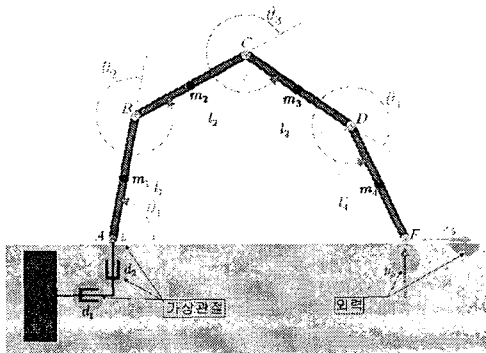


Fig.2 Serial manipulator model of five-bar Mechanism

2.1 위치해석

Fig.2과 같이 직렬 메커니즘으로 모델된 전체 포복 메커니즘의 정위치 해석은 아래와 같이 쉽게 얻어진다.

$$\begin{aligned} x_5 &= d_1 + l_1 c_1 + l_2 c_{12} + l_3 c_{123} + l_4 c_{1234} \\ y_5 &= d_2 + l_1 s_1 + l_2 s_{12} + l_3 s_{123} + l_4 s_{1234} \\ \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 &= 2\pi(n-2), \text{ 관절수}(n) = 5 \end{aligned}$$

이 식으로부터 가상 직렬 메커니즘의 여러 걸음새 형상에 대한 역위치 해석은 얻어 질 수 있다. 한 예로서, 주어진 메커니즘의 상태는 점 A는 지면에 고정된 상태이고, 점 E가 미끄러지는 운동을 하는 경우, 세 변위 x_5, θ_2, θ_3 는 각각 주어지거나 측정되는 값이 되며 접촉점 A에서의 가상관절 변수들의 값 $d_1 = d_2 = 0$ 일 때 나머지 변수($\theta_1, \theta_4, \theta_5$)를 구하는 문제가 된다. 이에 대한 역위치 해석은 아래와 같이 얻어진다. 다른 걸음새에 대한 경우는 유사하므로 지면상 생략한다.

$$\begin{aligned} \theta_5 &= \text{Atan}2(y, -x) - \text{Atan}(\sqrt{y^2 + x^2 - a^2}, a) \\ a &= \frac{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2 \cdot (l_1 l_2 c_2 + l_2 l_3 c_3 + l_1 l_3 c_2 c_3 - l_1 l_3 s_2 s_3)}{2l_4} \\ \theta_1 &= \text{Atan}2(\alpha, \beta) \\ \alpha &= (l_1 + l_2 c_2 + l_3 c_2 c_3 - l_3 s_2 s_3)(y + l_4 s_5) \\ &\quad - (l_2 s_2 + l_3 s_2 c_3 + l_3 c_2 s_3)(x - l_4 c_5) \\ \beta &= (l_1 + l_2 c_2 + l_3 c_2 c_3 - l_3 s_2 s_3)(x - l_4 c_5) \\ &\quad + (l_2 s_2 + l_3 s_2 c_3 + l_3 c_2 s_3)(y + l_4 s_5) \end{aligned}$$

2.2 내부 평형 토크에 의한 반력의 해석

한편 E점을 이 직렬 메커니즘의 출력점이라고 할 때, 이 점의 변위는 x_5, y_5, θ_5 로 표현된다. 따라서 입력력변위 벡터 θ 와 출력 변위 벡터 \underline{u} 는 각각 다음과 같이 정의 한다:

$$\begin{aligned} \theta &= [d_1 \ d_2 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T \\ \underline{u} &= [x_5 \ y_5 \ \theta_5]^T \end{aligned}$$

이들 변수 사이의 속도 관계식은 Thomas의 방법을 이용하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\underline{u}} = [G_{\theta}^n] \dot{\theta}$$

여기서

$$\begin{aligned} [G_{\theta}^n] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ 0 & 1 & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ a_{13} &= -(l_1 s_1 + l_2 s_{12} + l_3 s_{123} + l_4 s_{1234}) \\ a_{14} &= -(l_2 s_{12} + l_3 s_{123} + l_4 s_{1234}) \\ a_{15} &= -(l_3 s_{123} + l_4 s_{1234}) \\ a_{16} &= -l_4 s_{1234} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{23} &= l_1 c_1 + l_2 c_{12} + l_3 c_{123} + l_4 c_{1234} \\
a_{24} &= l_2 c_{12} + l_3 c_{123} + l_4 c_{1234} \\
a_{25} &= l_3 c_{123} + l_4 c_{1234} \\
a_{26} &= l_4 c_{1234}
\end{aligned}$$

그리고 $[G_{ij}^n]$ 는 3? 의 크기를 가지는 자코비안 행렬로서 1차 기구학 영향 계수라고도 불리운다. 각 열의 성분은 각각 E점의 x와 y방향 속도에 대한 가상 미끄럼관절과 점A, 점B, 점C, 점D의 조인트 각속도의 영향을 나타낸다.

$$[G_p]_n = \begin{cases} \hat{s}_n \times (P_j - R_n), & \text{for } n \text{ is } R \text{ and } n \leq j, \\ \hat{s}_n & \text{for } n \text{ is } P \text{ and } n \leq j, \\ 0, & \text{for } n > j \end{cases}$$

$$[G_{jk}]_n = \begin{cases} \hat{s}_n, & n \leq j, \text{ for } n: R \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서, \hat{s}_n 은 n번째 링크에 고정된 좌표계의 z축 단위벡터로서 n번째 관절의 회전축과 일치한다. P_i 와 R_n 은 각각 기준 좌표계로부터 출력 좌표계의 원점까지와 n번째 좌표계의 원점까지의 위치벡터를 나타내며 P와 R은 각각 미끄럼 관절과 회전관절을 나타낸다.

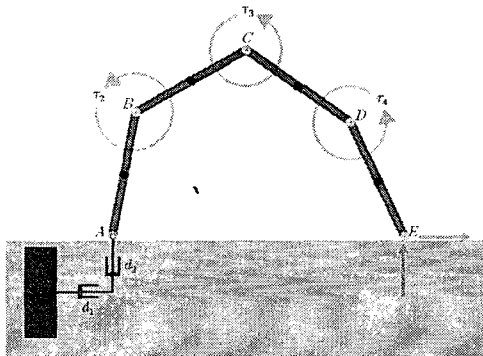


Fig.3 Balancing torque analysis of five-bar Mechanism

한편, Fig.3와 같이 5절 메커니즘이 평형상태를 유지하기 위하여 필요한 구동토크는 가상일의 정리를 이용함으로써 다음과 같이 구해진다.

$$\tau_b = -[G_{\theta}^n]^T f_b$$

여기서

$$\tau_b = [h_{1b} \ n_{1b} \ \tau_{1b} \ \tau_{2b} \ \tau_{3b} \ \tau_{4b}]^T$$

$$f_b = [h_{5b} \ n_{5b} \ \tau_{5b}]^T$$

$$h_{5b} = \frac{\tau_3 - \tau_2}{l_2 s_{12} - \frac{x}{y} l_2 c_{12}}$$

$$n_{5b} = \frac{y}{x} h_{5b}$$

$$h_{1b} = -h_{5b}$$

$$n_{1b} = -n_{5b}$$

$$y = l_1 s_1 + l_2 s_{12} + l_3 s_{123} + l_4 s_{1234}$$

$x = l_1 c_1 + l_2 c_{12} + l_3 c_{123} + l_4 c_{1234}$
그리고 τ_1, τ_5 는 점접촉이기 때문에 0값을 갖는다.

2.3 중력 보완 토크에 의한 반력의 해석

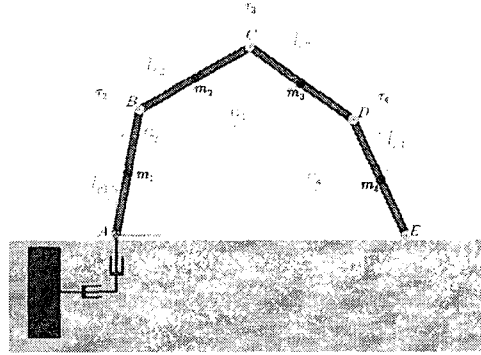


Fig.4 Gravity compensation of five-bar Mechanism

Fig.4와 같이 링크 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}$ 의 질량 중심이 각각 $l_{c1}, l_{c2}, l_{c3}, l_{c4}$ 에 위치하고, 각각의 질량이 m_1, m_2, m_3, m_4 라고 가정한다. 이들 질량 중심의 변수벡터를 각각 c_1, c_2, c_3, c_4 로 표현하면, c_i 는 질량 중심의 위치 x_i, y_i 와 절대회전각 θ_i 로 구성된다.

앞에서와 마찬가지로, 출력변수와 입력변수 사이의 일차 미분 관계식은 다음과 같다.

$$\dot{c}_i = [G_{\theta}^c]^T \dot{\theta}$$

여기서

$$\dot{\theta} = [\dot{d}_1 \ \dot{d}_2 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_4]^T$$

$$\dot{c}_i = [x_i \ y_i \ \dot{\theta}_i]^T$$

각 링크의 무게와 평형을 이루기 위해 필요한 각 입력 관절에서의 토크벡터 τ_g 는 가상일의 정리에 의하여 다음과 같이 구해진다.

$$\tau_g = -\sum_{i=1}^4 [G_{\theta}^c]^T \begin{bmatrix} 0 \\ -m_i g \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g = \text{중력상수}$$

3. 기구학 모델링

가상 직렬 메커니즘의 가속도 관계식은 다음과 같다.

$$\ddot{u} = [G_{\theta}^n] \ddot{\theta} + \dot{\theta}^T [H_{\theta\theta}^n] \dot{\theta}$$

여기서

$$[H_{\theta\theta}^n] = \begin{bmatrix} [H_p] \\ [H_{jk}] \end{bmatrix}$$

$$[H_p] = \begin{cases} \hat{s}_m \times \left[\hat{s}_n \times (P_j - R_n) \right], m \leq n \leq j \\ \hat{s}_n \times \left[\hat{s}_m \times (P_j - R_n) \right], m \leq n \leq j \\ 0, m < n \leq j \end{cases}$$

$$[H_{jk}] = \begin{cases} \hat{s}_m \times \hat{s}_n, m < n \leq j \\ 0, m \geq n \text{ or } n \geq j \\ 0, \forall m, n: m, n \in P \\ 0, m: R, n: P \end{cases}$$

특히, 평면형 운동의 경우 $[H_{\theta\theta\theta}^u]$ 는 이차 기구학 영향 계수로써 (3? 6?)의 크기를 갖는 3차원 배열이며, E점에서의 비선형 가속도항을 나타낸다. 즉, 평면형 포복 메커니즘의 $[H_{\theta\theta\theta}^u]$ 는 위 식에서 $[H_p]$ 에서 x방향과 y방향에 해당하는 평면 행렬, $[H_{jk}]$ 에서 z방향에 해당하는 평면행렬인 세 개의 평면 행렬로 구성되며 특히, 평면형 운동의 경우는 대칭 형태를 가진다.

4. 동역학 모델링

Fig.5에서와 같이 가상 직렬 메커니즘의 입력변위 벡터에 해당되는 입력토크 벡터와 출력 점에 해당되는 접촉점 E에서 출력 힘/토크벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\tau = [h_1 \ n_1 \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4]^T$$

$$f = [h_5 \ n_5 \ \tau_5]^T$$

이때, 직렬 메커니즘의 관절 동역학 모델은 다음과 같다.

$$\tau = - [C_{\theta}^u]^T f + \tau_{\theta} + [I_{\theta\theta}^*] \ddot{\theta} + \dot{\theta}^T [P_{\theta\theta\theta}^*] \dot{\theta}$$

$$[I_{\theta\theta}^*] = \sum_{i=1}^4 \left(M_i [C_{\theta}^i]^T [C_{\theta}^i] + [C_{\theta}^i]^T [I_i] [C_{\theta}^i] \right)$$

$$[P_{\theta\theta\theta}^*] = \sum_{i=1}^4 \left(M_i [C_{\theta}^i]^T \cdot [H_{\theta\theta\theta}^i] + ([C_{\theta}^i]^T [I_i]) \cdot [H_{\theta\theta}^i] \right) + [C_{\theta}^i]^T ([C_{\theta}^i]^T \cdot [P_i]) [C_{\theta}^i]$$

$[I_i]$ 와 $[P_i]$ 는 각각 지구(global)관성행렬과 power modeling array를 나타낸다.

5. 포복을 위한 구동 입력토크 분석

본 연구에서의 걸음세의 경우 5절 포복 메커니즘의 두 접촉점은 항상 지면에 부착되므로 점 A와 점 E에서의 수직반력 n_1, n_5 는 항상 양수이어야 한다. 점 A에서만 미끄러짐이 발생하고, 점 E에서는 미끄러짐이 발생하지 않을 조건은 다음과 같다.

$$h_1 \geq \mu n_1, \text{ and } |h_5| < \mu n_5$$

그리고 점 E에서만 미끄러짐이 발생하고, 점 A에서는 미끄러짐이 발생하지 않을 조건은 다음과 같다.

$$h_5 \geq \mu n_5, \text{ and } |h_1| < \mu n_1$$

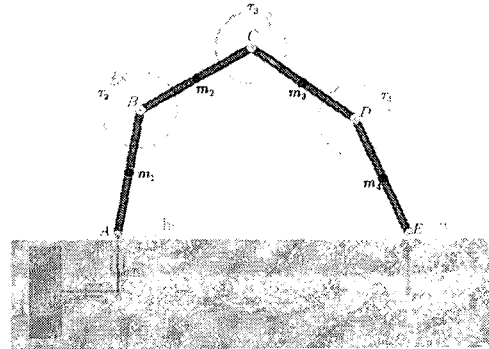


Fig.5 Relation of between external force and joint torque

6. 모의 실험

Fig. 1과 같은 네 단계로 이루어지는 걸음세에 관한 모의실험을 수행하였다. 이 경우, 첫 단계와 세 번째 단계에서는 3 자유도를 가지며 두 번째와 네 번째 단계에서는 2 자유도를 가진다. 예로서 첫 번째 단계에서의 포복 메커니즘은 지면과의 두 접촉점에서 조건을 만족시키는 범위 안에서 점 E의 미끄럼 이동과 점 C의 이동($x_3(t), y_3(t)$)을 통제할 수 있다. 아래 표1은 이러한 걸음세에서의 조건을 나타낸다. 표1에서 사용된 두 번째 단계 B와 네 번째 단계 D에 있어서 $x_3(t)$ 의 함수는 아래와 같다.

$$f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$$

이들 두 단계에 사용된 궤적함수의 계수들은 경계 조건(초기조건 및 최종조건)을 고려하여 각각 다음과 같이 구해진다. 첫 번째 단계 A의 최종 변위, 속도, 가속도는 두 번째 단계 B의 초기조건으로 사용되며 세 번째 단계의 초기조건은 두 번째 단계 B의 최종조건과 일치시킴으로서 얻어지며 유사한 방법으로 네 번째 사용된 궤적함수의 계수들도 구해진다.

Table.1 4-step Crawling Configuration

	Performance Index	
	Step A	Step B
x_3	0.35m	3rd order polynomial
d_1	0	0
$x_5, x_5 = 1.1 + 0.1\sin(2\omega(t-1))$		1.2m
y_3	1.8m	
	Step C	Step D
x_3	0.35m	3rd order polynomial
d_1	$d_1 = 0.5\sin(\omega t_2 - \frac{\pi}{2})$	0.2m
x_5	1.2m	1.2m
y_3	1.8m	

Fig 6은 성공적인 포복이 이루어지는 경우에 대한 결과를 보여주고 있다. 첫 번째 그림에서 x_3 와 y_3 의 궤적으로 x_3 는 진행방향으로의 변위, y_3 는 수직방향에서의 변위를 나타낸다. 대체적으로 수직방

항의 변위의 변화는 접촉점에서의 마찰력의 크기변화에 큰 영향이 없으므로 전체 네 단계의 포복운동 동안 균일한 값을 유지하도록 궤적을 선정하였다. 그러나, 진행방향으로의 변위는 접촉점에서의 마찰력의 크기변화에 민감한 영향을 가지는 것을 확인되었다.

Fig. 6는 여러 궤적에 관한 시행착오를 통하여 선정된 궤적으로서 진행방향으로의 변위는 단계 A에서는 큰 움직임이 없지만 단계 B에서는 다소 큰 변위가 발생되며 단계 D에서는 후진을 하는 것을 확인할 수 있다. 특히, Fig. 6c)는 각 접촉점에서 미끄럼 조건이 만족되는지의 여부를 확인한 것으로 성공적으로 원하는 포복주행이 이루어짐을 보여주고 있다. Fig. 6c)에서 미끄럼이 발생하는 조건은 0인 상태로 나타나며 0보다 큰 양수의 값을 가지는 조건은 해당 접촉점에서 미끄럼이 발생되지 않음을 의미하며 그 크기가 클수록 미끄럼이 발생하지 않을 안전 마진이 큼을 의미한다. 유사한 형태의 여러 다양한 모의실험을 통하여 접촉점에서의 마찰계수의 값에 따라 안정된 포복운동의 보폭의 크기가 다르게 변화하는 것을 확인하였으며 본 논문에서는 지면상 생략하였다. 접촉점에서의 마찰계수의 값은, 실제 시스템의 경우, 접촉점에서의 면적을 증가시키거나 접촉면을 거칠게 함으로서 마찰계수를 증가시킬 수 있으며 이러한 경우 보폭의 크기는 더욱 증가시킬 수 있을 것이다.

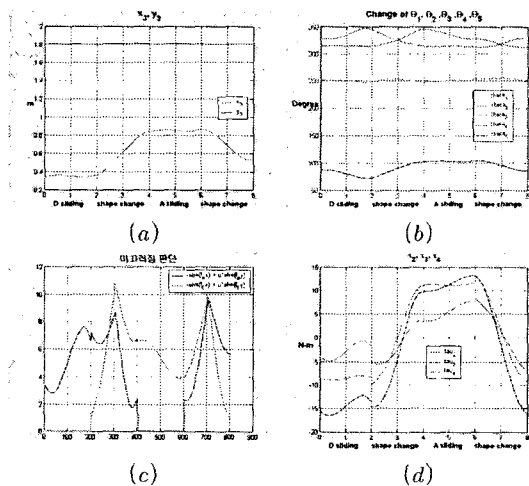


Fig.6 A complete cycle of the 4-step Crawling

a) position trajectory of x_3, y_3 , b) position trajectory of joint variables, c) safety margin of friction conditions at contact points d) trajectory of actuated torques at joints

7. 결론 및 향후 과제

본 연구에서는 미끄러운 표면 위를 미끄럼만을

이용하여 이동하는 5절 기구로 이루어진 평면형 포복 매커니즘의 동적 모의 실험을 수행하였다. 포복 매커니즘의 동적모델은 접촉점에서의 인터페이스 부분을 가상링크 및 가상관절로 모델하여 가상직렬 시스템으로 모델한 후 직렬형 시스템의 동적 모델 알고리즘을 이용하여 구하였다. 그리고 네 단계로 구성되는 걸음새에 대하여 접촉점에서의 다양한 마찰 조건에 대한 시뮬레이션을 수행하였으며 얻어진 시뮬레이션결과는 실제 미끄럼만을 이용한 이동 포복의 상황을 잘 반영하는 것으로 나타났다. 이를 통하여 동적 모델이 유효함을 간접적으로 확인할 수 있었다. 다음 연구 과제로 본 논문의 네 단계를 가지는 걸음새에 대해 주어진 궤적과 관절의 토크노름(norm)을 적절히 최적화하는 포복 이동이나, 또 다른 형태 예를 들면 두 단계만을 가지는 걸음새 및 최적 포복 운동에 관한 연구가 있으며 현재 진행중에 있다.

후기

본 연구는 보건복지부 한국건강 21 연구개발 과제(02-PJ3-PG6-EV04-0003)에 의해 지원되었습니다.

참고문헌

1. M. Thomas, and D. Tesar, "Dynamic Modeling of Serial Manipulator Arms," Trans. of the ASME, vol 104, pp. 218-228, 1982
2. B.S. Lin, and S.M. Song, "Dynamic Modeling, Stability and Energy Efficiency of A Quadrupedal Walking Machine," Proc. of IEEE R & A Conf., pp. 367-373, 1993. 3.
3. J. Furusho, and A. Sano, "Sensor-Based Control of a Nine-Link Biped," The International Journal of Robotics Research, vol.9, no.2, pp.83-98, 1990.
4. J. Furusho, A. Sano, M. Sakaguchi, and E. Koizumi, "Realization of Bounce Gait in a Quadruped Robot with Articular-Joint-Type Legs," Proc. of IEEE R&A conf., pp 697-702, 1995.
5. J. Hodgins, J. Koechling, and M.H. Raibert, "Running Experiments with a Planar Biped," Robotics Research 3, ch. 8. MIT press, pp.349-355, 1984.
6. 김해수, 김민건, 임남식, 김희국, 이병주, "4절 메카니즘을 이용한 준정적 포복 매커니즘," 제어.자동화.시스템공학회 논문집, 제 8권 제 3호 226-232.
7. 김해수, 김민건, 임남식, 김희국, 이병주, "4절 메커니즘의 동적 포복에 관한 연구," KIEE/IEEK/ICASE 춘계 합동학술발표회 논문집, 단국대, 2002, pp. 107-112.