유동계 내 집속체의 과도적 거동에 따른 출력 불균제 해석

허 유(경희대학교 기계.산업시스템 공학부), 김종성*(경희대학교 대학원 섬유공학과)

Analysis of Output Irregularity from the Transient Behavior of Bundle in a Flow Field

Y. Huh (Mechanical and Industrial Systems Eng., Dept., KHU), J. S. Kim*(Textile Eng., Dept., Graduate School, KHU)

ABSTRACT

Roll drafting operation causes variations in the linear density of bundles because the bundle flow cannot be controlled completely by roll pairs. Defects occurring in this operation bring about many problems successively in the next processes. In this paper, we attempt to analyze the draft dynamics and the linear density irregularity based on the governing equation of a bundle motion that has been suggested in our previous studies. For analyzing the dynamic characteristics of the roll drafting operation, it is indispensable to investigate a transient state in time domain before the bundle flux reaches a steady state. However, since governing equations of bundle flow consisting of continuity and motion equations turn out to be nonlinear, and coupled between variables, the solutions for a transient state cannot be obtained by an analytical method. Therefore, we use the Finite Difference Method(FDM), particularly, the FTBS(Forward-Time Backward-Space) difference method. Then, the total equations system yields to an algebraic equations system and is solved under given initial and boundary conditions in an iterative fashion. From the simulation results, we confirm that state variables show different behavior in the transient state; *e.g.*, the velocity distribution in the flow field changes more quickly the linear density distribution. During a transient flow in a drafting zone, the output irregularity is influenced differently by the disturbances, *e.g.*, the variation in input bundle thickness, the drafting speed, and the draft ratio.

Key Words : bundle flow(집속유동), governing equation(지배방정식), FDM(Finite Difference Method:유한차분법), transient state(과도상태), state variables(상태변수), output irregularity(출력불균제), disturbances(교란)

1. 서론

산업용 소재 또는 생활용품 등을 생산 또는 형상화하기 위하여 집속체를 원하는 굵기로 변환하는 집속인발, 또는 드래프트 공정이 필요하다. 그러나 이 공정을 통과한 집속체는 구성원료의 형태분포 및 물성, 입력 집속체의 굵기, 생산속도 그리고 드래프트 비 등 여러 조건의 변동으로 인하여 선밀도 불균일 형태의 결함을 포함하게 된다. 이것은 롤러 속도에 의하여 굵기제어가 이루어지는 공정 특성상 유동계 내에서 집속체 구성요소의 완전한 제어가 이루어지지 못하기 때문이다. 따라서 드래프트 구간 내 집속체의 동적거동과 이로 인한 출력 집속체의 불균제를 살펴보는 것은 불균제 발생기구를 해석하고 이를 제어하기 위한 기본적 연구이며, 특히, 불균제를 이용한 새로운 형태의 기능성 집속체 개발의 핵심을 이룬다고 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 드래프트 시스템의 동특성과 드래프팅에 의한 불균제 현상의 체계적 해석을 위하여 선행연구에서 제시한 집속유동 모델을 바탕으로 드래프트 구간 내에서의 집속체의 거동을 시간영역 과도상태에서 살펴보았다. 집속유동을 나타내는 지배방정식은 비선형 편미분 연립 방정식계로 주어지므로, 집속유동을 묘사하는 상태변수 즉, 구성섬유의 속도분포와 선밀도 분포의 과도적 거동을 해석하기 위하여 유한 차분법(FDM)을 이용하여 편미분 방정식계를 대수방정식으로 변환하고 주어진 초기조건에 대한 시스템의 응답을 나타내는 수치해를 얻고, 외부교란에 따른 과도상태의 상태변수로부터 출력 불균제를 살펴보았다.

2. 집속유동 지배방정식

유동계 내에서의 집속체의 동적거동을 묘사하는 상태변수 즉, 속도 $v(t,x)$와 선밀도 $lb(t,x)$에 대한 기본 방정식계 [1]는 무차원 변수 $v^*(t^*,x^*)$, $lb^*(t^*,x^*)$ 를 이용하여

다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Def.:\ lb(t,x)=lb^*(t^*,x^*)\cdot lb(0,0),\quad v(t,x)=v^*(t^*,x^*)\cdot v(0,0)$$
$$x=x^*\cdot L,\quad t=t^*\cdot L/v(0,0)$$

$$\frac{\partial lb^*(t^*,x^*)}{\partial t^*}+\frac{\partial}{\partial x^*}\left\{lb^*(t^*,x^*)\cdot v^*(t^*,x^*)\right\}=0 \tag{1}$$

$$v_e\left(\frac{\partial}{\partial t^*}\left\{lb^*(t^*,x^*)\cdot v^*(t^*,x^*)\right\}+\frac{\partial}{\partial x^*}\left\{lb^*(t^*,x^*)\cdot v^*(t^*,x^*)^2\right\}\right)$$
$$+a_e\cdot\frac{\partial}{\partial x^*}\left\{lb^*(t^*,x^*)\cdot v^*(t^*,x^*)\cdot\left(1-\cos(2\pi x^*)\right)\right\} \tag{2}$$
$$=\frac{\partial}{\partial x^*}\left\{lb^*(t^*,x^*)\cdot\frac{\partial v^*(t^*,x^*)}{\partial x^*}\right\}$$

이때, 무차원 모델 파라메타 $v_e=L\cdot v(0,0)/\mu$, $a_e=L\cdot a_0/\mu$ 이고, μ, a_0는 모델 파라메타, L은 유동계 길이이다.

3. 수치해석

위에서 주어진 집속유동 모델은 상태변수 간 결합이 이루어져 있고 비선형적으로 표현되며 방정식계를 동시에 풀어야 하는 문제이므로 해석적 방법에 의한 해를 구하기가 대단히 어렵다. 따라서 본 연구에서는 시간변화에 대한 섬유의 과도상태 거동을 살펴보기 위하여 이산화 된 수치기법의 하나인 유한차분법을 사용하였으며 특히, 출력 선밀도의 변동이 허락되어야만 하는 점을 고려하여 FTBS(Forward-Time and Backward-Space) 차분방법을 선택하였다. 따라서 집속유동을 묘사하는 무차원 지배방정식(식(1)과 (2))에 FTBS 차분법 적용시키면 아래와 같은 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$lb_j^{i+1}=-\frac{\Delta t}{\Delta x}\cdot\left(lb_j^i\cdot v_j^i-lb_{j-1}^i\cdot v_{j-1}^i\right)+lb_j^i \tag{3}$$

$$v_j^{i+1}=-\frac{\Delta t}{lb_j^i}\left[\left\{-\frac{lb_j^i\cdot(v_j^i)^2-lb_{j-1}^i\cdot(v_j^i)^2}{\Delta x}\right.\right. \tag{4}$$
$$-\frac{a_e}{v_e}\cdot\frac{lb_j^i\cdot v_j^i\cdot\left(1-\cos(2\pi\cdot j\cdot\Delta x)\right)-lb_{j-1}^i\cdot v_{j-1}^i\cdot\left(1-\cos(2\pi\cdot(j-1)\cdot\Delta x)\right)}{\Delta x}$$
$$\left.\left.+\frac{1}{v_e}\frac{lb_j^i-lb_{j-1}^i}{\Delta x}\cdot\frac{v_j^i-v_{j-1}^i}{\Delta x}+\frac{lb_j^i}{v_e}\cdot\frac{v_{j+1}^i-2v_j^i+v_{j-1}^i}{\Delta x^2}\right\}\right]+\frac{lb_j^{i+1}-lb_j^i}{\Delta t}$$

이때, lb_j^i와 v_j^i는 각각 node (i, j)에서의 선밀도와 속도 즉, $lb(t=i, x=j)$와 $v(t=i, x=j)$를 의미한다.

따라서 집속유동에 대한 초기조건과 경계조건이 주어지면 반복법(iteration)에 의하여 모든 node에서의 수치해를 얻을 수 있다. 한편, 시간과 길이에 대한 node 간격(Δt와 Δx)은 해의 안정성과 정확성을 고려하여 각각 $3.125\cdot10^{-5}$, 0.025 로 결정하였으며, 모델 파라메타는 정상상태에서의 선밀도 실험에 의해 추정된 값(v_e=0.135, a_e=1.362)을 사용하였다.

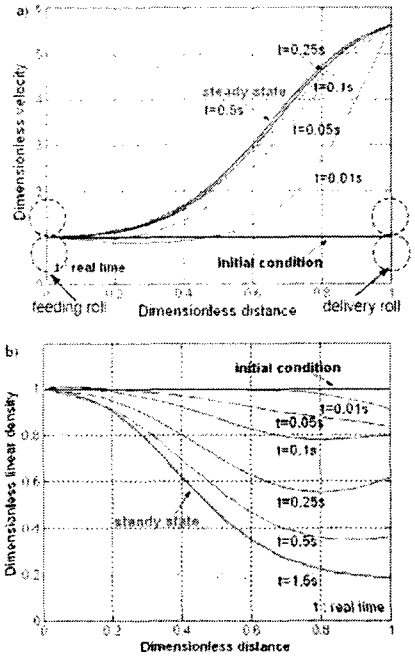


Fig. 1 Dimensionless profiles of a)the velocity and b)the linear density of bundle in a flow field under constant initial conditions as time elapses (DR:5.6, v_e:0.135, a_e:1.362)

Fig. 1 은 식(3), (4)를 바탕으로 외부 교란에 의한 경계조건의 변화가 없는 경우, 단지 집속체의 초기상태 즉, 초기조건에 대하여 시간경과와 함께 과도상태가 나타나는 것을 보여준다. 시뮬레이션 결과에 따르면, 집속체가 권취 롤에 파지되는 순간, 권취 롤 근처에서 집속체의 속도가 급격하게 증가하고 시간경과에 따라 공급롤 방향으로 속도전이가 일어나면서 약 0.5 초 후 정상상태에 도달하는 것을 볼 수 있다(Fig. 1-a). 선밀도 분포의 경우도 마찬가지로 공급 롤 방향으로 상태변화가 일어나지만 약 1.5 초간의 비교적 긴 시간동안 과도상태를 겪는다. 또한, 유동계 내에서의 이러한 과도기적 상태변화는, 특히, 시간 0.25 초 근처에서 선밀도 분포가 출력단에서의 선밀도보다 낮게 나타나는 특이한 거동을 보여 준다.

3. 시뮬레이션 결과 및 토의

정상상태에 도달한 집속체 거동은 외부의 교란이 작용하지 않는 한 그대로 정상상태를 유지한다. 그러나 외부교란이 발생하게 되면 집속체의 동적거동이 변화하게 되고 변화된 조건의 정상상태에 다가가기 위한 과도 거동을 일으키게 되어, 결과적으로 출력 집속체의 굵기변동이 나타나게 된다. 따라서 본 연구에서는 교란에 의한 집속체 유동의 과도상태를 해석하고 이러한 상

태변수 변화에 의한 출력 불균제를 추정하기 위하여 외부 교란으로서의 입력 집속체 굵기변동과 생산속도의 변동, 그리고 드래프트 비의 변동을 고려하였다. 초기조건으로는 집속체의 초기상태에 따른 과도적 거동을 배제하고 연산시간을 줄이기 위하여 정상상태에서의 데이터 값을 적용하였다. Table 1 은 시뮬레이션을 수행하기 위한 드래프팅 공정조건을 보여준다.

Table 1 Simulation conditions for drafting process.

Parameter	Value	Dimensionless value
Roll gauge length	40 mm	1
Draft ratio	**5.6 → 7.6**	
Delivery speed	**68.1 → 92.4** mm/sec	**5.6→7.6**
No. of doublings	**6 → 5**	
Linear density of the input single bundle	4.175 g/m	0.167

3.1 입력 집속체의 굵기변동에 대한 시스템 응답

드래프트 공정에서는 입력 집속체 중 일부가 절단된 채로 공정이 진행되는 경우가 자주 발생한다. Fig. 2 는 공정 중 입력굵기의 스텝감소에 대한 유동계 내 집속체의 과도 거동을 보여주는 시뮬레이션 결과이다.

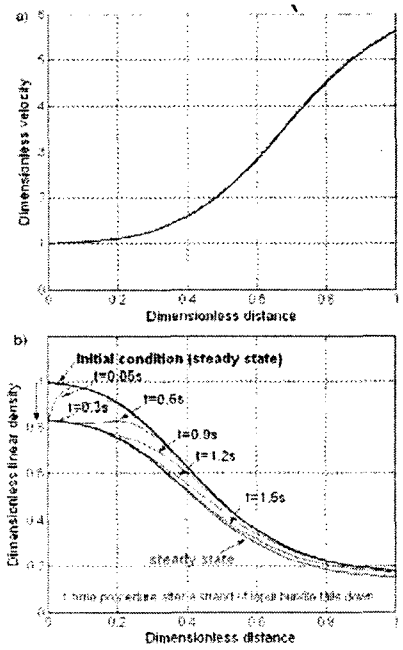


Fig. 2 Transient behavior of a)the velocity and b)the linear density of bundle in a flow field when a strand of input bundle is broken (*DR*:5.6, v_e:0.135, a_e:1.362, No. of doublings:6→5)

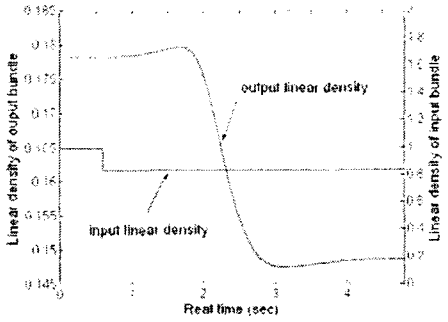
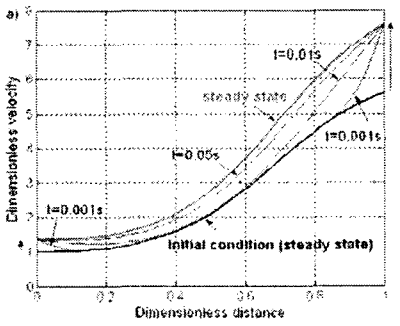


Fig. 3 Step response of output bundle thickness when a strand of input bundle is broken

이에 따르면, 집속체의 속도분포(Fig. 2-a)는 입력 집속체의 굵기변동에 거의 영향을 받지 않는 반면, 선밀도 분포(Fig. 2-b)는 공급 롤 근처에서 갑자기 감소한 후 시간경과에 따라 권취 롤 방향으로 정상상태에 서서히 다가가는 거동을 보인다. Fig. 3 은 유동계 내에서의 이러한 비정상 거동에 따른 출력 집속체의 굵기변동을 보여주고 있다. 입력굵기의 스텝감소에 대하여 시간지연과 함께 변동초기에 순간적으로 굵은 집속체가 빠져 나온 후 갑자기 가늘어지는 불균제 현상을 보인다.

3.2 생산속도의 스텝변동에 대한 시스템 응답

생산속도의 변동에 따른 유동계 내 집속체의 과도상태와 출력 불균제를 알아보기 위하여 드래프트 비를 일정하게 유지시키고 생산속도를 스텝변화시켰다. 시뮬레이션 결과에 의하면, 생산속도의 스텝증가에 대하여 속도분포는 양 끝 롤러에서부터 급격하게 증가하기 시작하여 서서히 정상상태에 도달하는 반면(Fig. 4-a), 선밀도 분포는 약간의 변동만이 나타나는 것을 볼 수 있다(Fig. 4-b). 또한, 이러한 유동계 내에서의 상태변수 변동은 Fig. 5 에서와 같이 생산속도 변동에 대하여 시간지연 없이 과도상태를 겪으며 과도상태 초기에 급격하게 감소하였다가 서서히 증가하여 정상상태에 이르기까지 오버슈트 현상이 나타나는 불균제를 일으킨다.



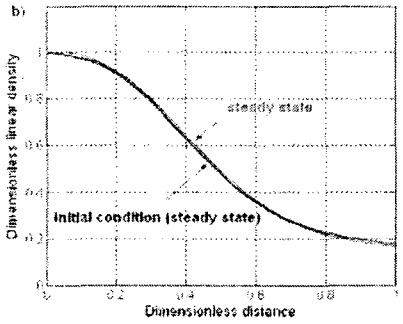


Fig. 4 Transient behavior of a)the velocity and b)the linear density of bundle as the process speed is increased with the constant draft ratio (DR:5.6, v_e:0.135, a_e:1.362, $v(t,L)$:68.1mm/sec→92.4mm/sec)

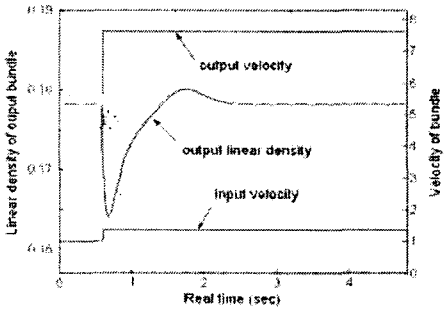
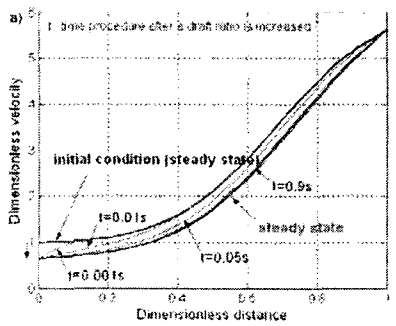


Fig. 5 Step response of output bundle thickness when the process speed is increased

3.3 드래프트 비의 스텝변동에 대한 시스템 응답

드래프트 비의 변동에 의한 집속체의 과도적 거동과 출력 불균제를 살펴보기 위하여 드래프트 비가 스텝증가(공급 롤의 속도감소) 하는 경우를 고려하였다. 이 경우 집속체의 속도는 공급 롤에서 갑자기 감소한 후, 시간경과에 따라 정상거동에 다가가며(Fig. 6-a), 이에 따라 선밀도 분포는 집속체가 공급 롤을 통과하는 순간 공급 롤 근처에서부터 드래프팅이 일어나기 시작하여 비교적 긴 시간경과 후 정상상태에 도달하였다(Fig. 6-b). 이때의 출력 굵기변동은 Fig. 7 에서 보이는 바와 같이 드래프트 비의 스텝증가에 대하여 시간지연 없이 지수 함수적으로 감소하여 나타났다.



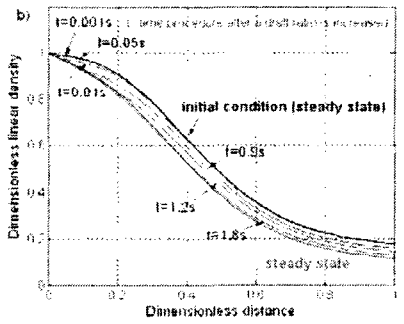


Fig. 6 Transient behavior of a)the velocity and b)the linear density of bundle in a flow field to the increase of draft ratio (DR:5.6→7.6, v_e:0.135, a_e:1.362)

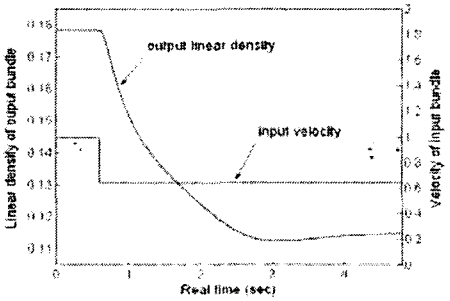


Fig. 7 Step response of output bundle thickness to the increase of draft ratio

4. 결론

본 연구에서는 드래프트 시스템의 동특성을 해석하기 위하여 드래프트 구간 내에서의 집속유동을 묘사하는 수학적 모델로부터 시간영역에서의 수치해를 얻었으며 외부교란에 따른 과도상태의 출력 불균제를 추정하였다. 그 결과, 유동계 내 과도상태의 속도는 선밀도 분포에 비하여 빠르게 정상상태에 도달하였으며, 유동계 내에서 집속체의 굵기가 출력굵기보다 더 가늘어지는 특이한 거동을 관찰할 수 있었다.

특히, 외부교란의 형태에 따라,

1) 입력 집속체의 굵기감소는 출력 집속체의 감소 초기에 오버슈트 형태의 불균제를 일으켰으며
2) 생산속도의 증가는 출력 선밀도에서 과도상태 초기에 급격하게 감소하였다가 서서히 증가하여 정상상태까지 오버슈트가 나타나는 불균제를 일으켰다.
3) 또한, 드래프트 비의 증가에 대하여는 지수 함수적으로 감소하는 출력 불균제가 나타났다.

참고문헌

1. You Huh and Jong S. Kim, "Modeling the Dynamic Behavior of the Fiber Bundle in a Roll-Drafting Process", T.R.J., 74(10), 872-878, 2004