

굽힘 하중을 받는 딴플형 금속 샌드위치판재의 최적설계

성대용, 정창균, 윤석준(한국과학기술원 대학원), 양동열(한국과학기술원)

Optimal Design of Metallic Sandwich Plates with Inner Dimpled Shell Subjected to 3-Point Bending

D. Y. Seong, C. G. Jung, S. J. Yoon, D. Y. Yang(Mechanical Eng. Dept., KAIST)

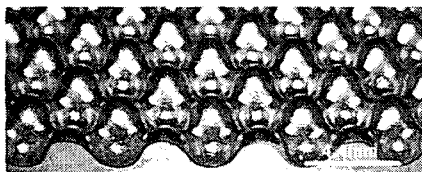
ABSTRACT

Metallic sandwich plates with Inner dimpled shell subjected to 3-point bending have been analyzed and then optimized for minimum weight. Inner dimpled shells can be easily fabricated by press or roll with high quality precision and bonded with same material skin sheets by resistance welding or adhesive bonding process. Optimized shape of inner dimple is a hemispherical shell to minimize weight without failure, including face yielding, face buckling and inner dimple buckling. It is demonstrated that bending stiffness of sandwich plate is 2 or 3 times than solid plates with same strength.

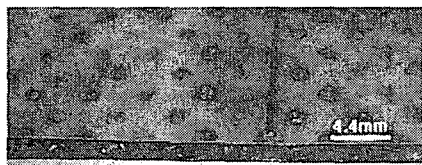
Key Words: Inner dimple structure (내부 딴플 구조), Sandwich plate (샌드위치판재), Optimal design (최적설계), 3-Point Bending(3 점 굽힘 하중)

1. 서론

금속 샌드위치판재는 벌집형(honeycomb), 트러스(truss), 직조금속(metallic textile), 메탈 폼(foam), 딴플(dimple)등 다양한 형태의 내부구조의 상하 양면에 표면판재를 저항용접이나 접착제로 접합하여 만드는 경량 고강성/고강도 판재이다¹.



(a)



(b)

Fig. 1(a) Inner dimpled shell formed with punch and die
(b) Sandwich plate bonded by resistance welding

그 중에 벌집형², 트러스², 직조금속³, 메탈 폼⁴

의 내부구조 금속 샌드위치판재는 기계적 특성에 대한 연구가 진행되었고 경량 고강도/고강성 판재임이 이론적 또는 실험적으로 입증되었다. 그런데 Fig. 1 과 같은 딴플형 내부구조 금속 샌드위치판재는 다른 금속 샌드위치판재보다 내부 구조재의 성형 공정이 간단하고 높은 정밀도를 가진다는 장점이 있으나 설계변수 및 다양한 기계적 특성에 관한 연구가 미흡한 실정이다. 따라서 본 연구에서는 딴플형 금속 샌드위치판재의 굽힘 하중에 대한 이론적 최적 경량설계를 수행하였다.

2. 최적화 과정

2.1 하중조건과 목적함수의 정의

Fig. 2 와 같이 다양한 굽힘 하중이 작용 할 때 샌드위치판재가 받는 최대 모멘트(M)은 전단력(V)과 특성길이(characteristic length)에 의해 $M = VI$ 과 같은 관계에 있어 특성길이를 정의함으로써 다양한 경계조건의 굽힘 하중을 3 점 굽힘 하중조건으로 일반화 할 수 있다. 또한 굽힘 하중조건에 의해 특성길이가 정해지고 전단력(V)이나 모멘트(M)만 알면 모든 하중에 관한 모든 경계조건을 묘사할 수 있다. 하중 변수(Π)를 식 (1)과 같이 정의하고 목적함수(Ψ)를 최소무계로 식 (2)와 같이 무차원

변수로 정의하면 굽힘 하중과 경계조건 그리고 기하학적 형상에 관련된 구속조건을 기하학적 변수로 무차원화하여 표현할 수 있다².

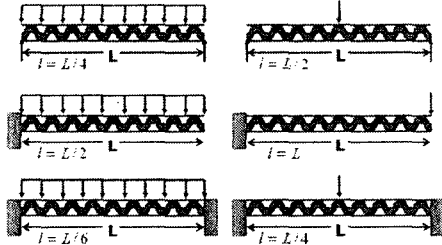


Fig. 2 Relationship between l and loading span L for common test configuration

$$\Pi = \frac{V}{\sqrt{EM}} \quad (1)$$

$$\Psi = \frac{W}{\rho l} \quad (2)$$

(where, E : Young's modulus, W : Sandwich plates weight per unit area, ρ : The density of the material)

2.2 기하학적 형상의 정의

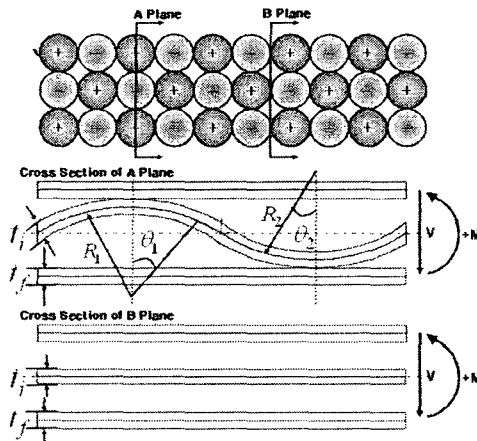


Fig. 3 Schematics of the sandwich plate with inner dimpled shell and geometry

딴플형 내부구조 금속 샌드위치판재는 Fig. 3 같은 2차원 단면(A plane)으로 표현할 수 있는데 표면 판재의 두께를 t_f , 내부 판재의 두께를 t_i , 상부 딴플의 반경을 R_1 , 하부 딴플의 반경을 R_2 , 상부 딴플의 각도를 θ_1 , 하부 딴플의 각도를 θ_2 로 각각 정의하고 식 (3)과 같이 무차원화 하였고 단면 B를 기준으로 단순화된 형상으로 단면적 이차 모멘트(I , 2nd moment of inertia)를 계산하여 내부

딴플의 강성을 무시하고 중립축의 위치를 계산하였다.

재료의 효율성 측면에서 딴플 간의 간격을 최소화하였는데 이는 중립면(neutral surface)에 있는 재료를 최소화하여 강성을 높이고 표면판재의 좌굴을 최대한 방지하기 위해서이다.

2.3 구속조건 정의 및 수식화

기하학적 변수들의 굽힘 하중에 대한 특성을 분석하기 위한 기초연구 대상으로 상부 딴플과 하부 딴플이 같은 ($R_1 = -R_2 = R_0, \theta_1 = \theta_2 = \theta_0$)의 경우를 최적화 대상으로 선정하였고 수식의 간편화를 위해 기하학적 무차원 변수들의 집합으로 식 (3)과 같이 정의하였다.

$$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(\frac{R_0}{l}, \theta_0, \frac{t_f}{l}, \frac{t_i}{l} \right) \quad (3)$$

목적함수는 딴플 형상이 곡면을 따라 두께가 일정하다는 가정하에 식 (4)와 같이 유도하였고 단면적 이차 모멘트(I)는 샌드위치판재의 중립면에 내부판재가 존재한다는 가정하에 그림 4-2의 B 단면의 기하학적 형상으로부터 무차원 변수들로 식 (5)와 같이 표현하였다. 여기서 형상의 단순화는 결국 내부구조의 강성을 무시하는 효과를 가진다.

$$\Psi = \frac{W}{\rho l} = 2x_3 + \left\{ 1 - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi(1 - \cos x_2)}{2 \sin^2 x_2} \right\} x_4 \quad (4)$$

$$I = \frac{x_4^3}{12} + \frac{x_3^3}{6} + \frac{x_3}{2} (2x_1(1 - \cos x_2) + x_3 + x_4)^2 \quad (5)$$

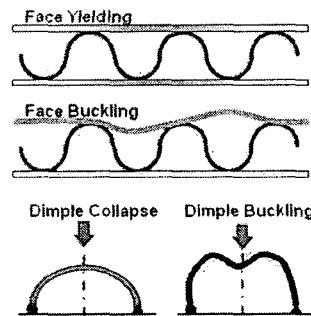


Fig. 4 Possible failure mode: Face yielding, Face buckling, Dimple Collapse, Dimple buckling

Fig. 4는 딴플형 내부구조 금속 샌드위치판재의 가능한 결함모드를 나타내는 그림이다. 표면 판재 항복, 표면판재좌굴, 딴플붕괴와 딴플좌굴 총 4가

지의 가능한 결합모드를 최소무게 최적화의 구속조건으로 선정하였으며 각각의 구속조건들을 뎀플형 내부구조 금속 샌드위치판재의 기하학적 형상으로부터 무차원 변수들로 식 (6)-(8)과 같이 표현하였다. 그리고 Fig. 5 와 같이 표면판재좌굴에서도 내부 뎀플의 굽힘 강성을 무시한다는 가정과 좌굴단위 경계를 따라 단순지지되었다고 가정하였다.

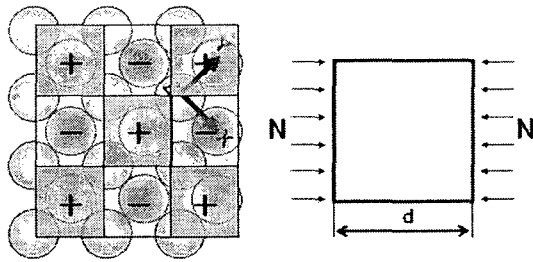


Fig. 5 Face buckling Line of Sandwich Plate

내부 뎀플결합은 뎀플의 중심에 굽힘에 의한 전단력이 뎀플 중심에 집중하중으로 작용한다는 가정과 각각의 뎀플이 중립면에 단순지지되었다고 가정하여 뎀플결합모드를 수식화하였다. 식 (8b)의 λ 는 뎀플의 결합모드를 결정짓는 값으로써 값이 낮을수록 항복에 의한 뎀플붕괴(collapse)가 발생하고 값이 클수록 좌굴(buckling)이 발생하는 경향을 가지며 3.8 보다 작은 값에서는 식 (8a)의 값이 유효하지 않다.

구속조건(Constraints):

1) 표면판재항복(Face Yielding)

$$\left(\frac{V^2}{EM}\right) \left(\frac{1}{\varepsilon_y}\right) \left(\frac{x_1(1-\cos x_2) + x_3 + 0.5x_4}{l}\right) \leq 1 \quad (6)$$

2) 표면판재좌굴(Face Buckling)

$$\left(\frac{V^2}{EM}\right) \left(\frac{24(1-\nu^2)}{\pi^2}\right) \left(\frac{x_1^2 \sin^2 x_2}{x_3^2 I}\right) \times (x_1(1-\cos x_2) + x_3 + 0.5x_4) \leq 1 \quad (7)$$

3) 내부뎀플결합(Dimple Failure)

$$\left(\frac{V^2}{EM}\right) \left(\frac{24}{1-\nu^2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(x_1 \sin x_2 \left(\frac{x_4^2 \sin^2 \frac{x_2}{2}}{2}\right)^{-1}\right) \leq 1 \quad (8a)$$

$$4 \leq \lambda = \left(12(1-\nu^2)\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x_1}{x_4}\right)^{\frac{1}{2}} 2 \sin \frac{x_2}{2} \leq 18 \quad (8b)$$

재료의 물성치는 항복변형률($\varepsilon_y = \sigma_y / E$)로 선택하였으며 일반강판($\varepsilon_y = 0.001$)에서부터 고강도 알루미늄($\varepsilon_y = 0.007$)까지 물성과 하중을 변화시키면서 최적화를 수행하였다. 여기서 σ_y 는 항복응력이고 E는 탄성계수(elastic modulus)를 나타낸다.

따라서 실제 알고리즘 상에는 표면판재항복, 표면판재좌굴, 내부뎀플결합 3가지 구속조건과 뎀플결합모드에 관한 2가지 구속조건, 총 5가지 구속조건을 적용하였다. 그리고 하중과 물성치에 따라 최소무게를 갖는 최적의 금속 샌드위치판재의 설계변수 조합을 찾기 위해 비선형 구속조건을 대표적인 최적화 알고리즘인 SQP-PD 알고리즘을 사용하였다.

3. 최적설계 결과 및 분석

3.1 특정 굽힘 하중에 대한 최소무게

최적화 결과 특정 하중값과 물성에서 결합이 발생하지 않는 최소무게의 변수조합이 계산되는데 최적의 변수조합들로부터 Fig. 6 과 같이 목적함수인 최소무게 값을 그래프로 도식화하였다. 또한 무차원 굽힘 하중 변수와 목적함수가 선형적인 관계가 있음을 알았고 알고리즘상의 결과에서 표면판재항복, 표면판재좌굴, 내부뎀플좌굴 3 가지 구속조건의 경계영역에서 최적의 변수조합이 존재하였다.

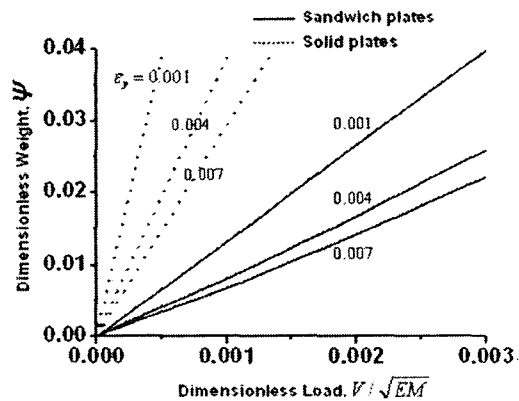


Fig. 6 Comparison of optimal weights of nearly-optimized sandwich plates with inner dimpled shell and solid plates

3.2 특정 굽힘 하중에 대한 설계 변수의 영향

모든 하중 범위에서 최적화된 변수 값을 Fig. 7 과 같이 그래프로 도식화 하였다. 뎀플 반경은 가

능한 크게하고 내 외부 재료 판재의 두께는 가능한 적게 하는 경향을 보였으며 뒀플 각도는 전영역에서 90°로 수렴하였다. 따라서 반구형 뒀플이 굽힘 하중에 대한 최적의 형상임을 알 수 있었다.

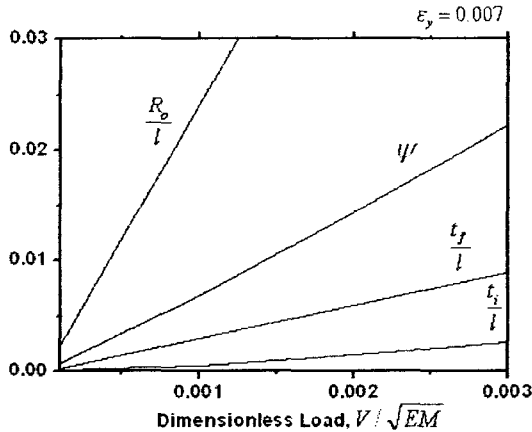


Fig. 7 Size of geometric parameters for optimized sandwich plates ($\nu=1/3$)

3.3 샌드위치 판재의 굽힘 강성

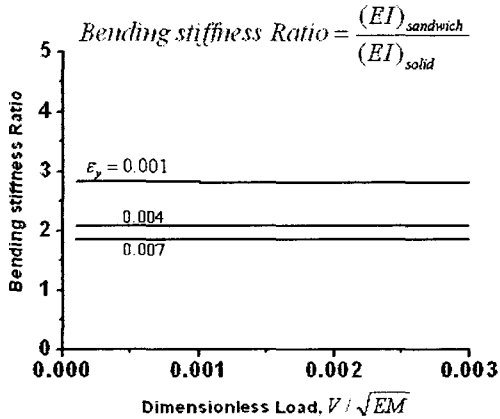


Fig. 8 Bending stiffness comparison of sandwich plates with solid plates

같은 강도와 물성을 가지는 샌드위치판재와 일반 판재의 굽힘 강성비(Bending stiffness ratio)를 Fig. 8 과 같이 계산하여 비교하였다. 그 결과 물성에 따라 최적화된 샌드위치판재는 일반 판재보다 모든 하중범위에서 2 배에서 3 배 정도로 일정한 값으로 굽힘 강성이 개선되었고 재료의 항복변형률이 작을 수록 굽힘 강성이 더 개선됨을 알 수 있었다.

4. 결론

굽힘 하중을 받는 뒀플형 내부구조 금속 샌드위치판재를 탄성결함이 발생하지 않는 범위에서 최소 무게를 가지도록 최적의 변수 조합을 계산하였고 그 결과를 다음과 같이 정리 하였다.

- 1) 최적의 변수조합은 표면판재항복, 표면판재좌굴, 내부뒀플좌굴이 동시에 발생하는 영역에 존재한다.
- 2) 반구형 뒀플 형상이 굽힘하중에 대한 최적형상임을 확인하였다.
- 3) 뒀플형 내부구조 금속 샌드위치판재는 같은 강도의 일반판재보다 물성에 따라 2~3 배의 굽힘 강성을 가진다.

후 기

본 연구는 산업자원부의 국책연구개발사업인 마이크로 첨단복재 생산시스템 개발사업결과의 일부이며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Waldley, H. N. G., Fleck, N. A., and Evans, A. G., Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures,? Compos. Sci. Technol., Vol. 63, pp. 2331~2343, 2003
2. Wicks, N., and Hutchinson, J. W., Optimal truss plates,? Int. J. Solids. Struct. Vol. 38, pp. 5164~5183, 2001
3. Ashby, M. F., Metal Foam: A Design Guide,? Butterworth Heinemann, Boston, 2000
4. Zok, F. W., Rathbun, H. J., and Evans, A. G., Design of metallic textile core sandwich panels,? Int. J. Solids Struct. Vol. 40, pp. 5707~5722, 2003
5. Timoshenko, S. P., and Gere, J. M., Theory of Elastic Stability,? McGraw-Hill, New York, 1961
6. Baker E. H., Kovalevsky L., Rish L. F., Structural analysis of shells,? Huntington, New York, 1981
7. Belegundu S. D., and Chandrupatla, T. R., Optimization concepts and applications in engineering,? Prentice Hall, New Jersey, 1999