

정전력 구동기의 동특성 해석

이상규*(포항공대 대학원 기계공학과), 김지남(포항공대 대학원 기계공학과),
문원규(포항공대 기계공학과), 최진환(경희대 기계공학과), 박일한(성균관대 기계공학과)

A Study on Dynamic Analysis of the Electrostatic Actuator

S. K. Lee(Mecha. Eng. Dept. Postech), J. N. Kim(Mecha. Eng. Dept. Postech),
W. K. Moon(Mecha. Eng. Dept. Postech), J. H. Choi(Mecha. Eng. Dept. KHU),
I. H. Park(Electrical and Computer Eng. Dept. SKKU)

ABSTRACT

A numerical simulation method is developed to analyze the dynamic response of a cantilever switch, which is driven by electrostatic force and a basic component of electro-mechanical coupled system. First, point-charges model on conductor is proposed as a lumped parameter of electrical part. Then, this model is easily incorporated into a multi-body dynamics analysis algorithm, the generalized recursive dynamics formula previously developed by our research group. The resulting motion of a coupled overall system is formulated as a differential algebraic equation form including electrical and mechanical variables together. The equation is simultaneously solved in every time step. To implement this approach into the useful dynamics analysis tool, we used multi-body dynamics software (RecurDyn) based on the generalized recursive formula using relative coordinate. The developed numerical simulation tool is evaluated by applying to many different driving condition and switch configuration. The final analysis model will be added to RecurDyn as a basic module for dynamics analysis of electro-mechanical coupled system.

Key Words : Electromechanical coupling(전기기계 결합), Recursive formula(순환공식), Electrostatic actuator(정전력 구동기)

1. 서론

정전력 구동기(Electrostatic actuator)는 전기적 요소인 정전력(Electrostatic force)과 기계적 요소인 구조물의 변형이 서로 결합되어 거동하는 전기-기계 결합 시스템(Electro-mechanical coupling system)으로 초소형 기전 시스템(MEMS)에서 구동기로 많이 사용되고 있다. 고성능 구동기를 설계하기 위해서는 구동기의 동역학적 거동을 정확하고 빠르게 해석할 수 있는 방법이 요구된다.

지금까지 많은 선행 연구자들이 정전력 구동기의 동역학 해석에 관한 연구를 수행하였다[1-6]. 전기적 영역 해석과 기계적 영역 해석에 있어 전체 영역을 유한 요소법(Finite Element Method)으로 해석하는 연구가[3] 주로 이루어졌으며 최근에는 계산

효율을 개선하는 방법들[4,5]과 기계부의 구조 해석에는 유한 요소법을 전기부의 전자장 해석에는 경계 요소법(Boundary Element Method)을 이용하여 두 가지 방법을 혼용한 Hybrid BEM/FEM을 통한 해석에 대한 연구가 계속되고 있다. 이러한 연구는 그 대상 모델로서 Microtweezer, Microswitch, Combdriver 등의 초소형 기전 시스템 장치 개발과 해석에 주로 적용시켜왔으며 해석 범위에 있어서는 구동 전압에 따른 구조물의 최대 변형 등을 해석하는 정적 해석(Static analysis)을 수행하여 왔다[6].

일반적으로 집중정수모델(Lumped parameter model)을 기반으로 하는 해석은 연속체모델(Distributed parameter model)을 기반으로 하는 해석에 비해 계산에 소요되는 시간이 짧고 보다 큰 변형을 하는 시스템의 비선형 동특성 해석에 적합하다.

본 논문에서는 정전력 구동 시스템의 집중정수를 추출하여 감소모델(Reduced model)을 만들어 전기-기계 결합 시스템의 비선형 결합 특성을 해석하는 방법을 제안하였고 제안한 방법을 검증하기 위해 전기-기계 결합 시스템의 기본 요소인 정전력으로 구동 되는 스위치의 동역학적 거동을 해석하였다. 전기적인 요소의 집중정수모델로서 도체 표면의 점 전하(Point charge)를 정전력 구동 시스템의 상태 변수로 도입하였다. 그리고 기존의 기계적인 요소의 집중정수모델의 다물체 동역학 해석 알고리즘(Algorithm)을 그대로 사용해서 전체 시스템을 공식화(Formulation)하였다. 제안된 방법을 상용 프로그램에서 구현 하기 위해 상대 좌표계를 이용한 일반화된 순환 공식(Generalized recursive formula)[7]을 기반으로 개발된 다물체 동역학 해석 프로그램인 리커다인을 이용하였다.

2. 시스템의 집중정수 모델

본 연구에서는 이미 개발된 집중 정수 기계요소 모델을 사용하는 동역학 해석 알고리즘에 전기적인 요소에 대한 집중정수 모델을 구성하여 이들을 결합함으로써 전기-기계 결합시스템을 해석하려고 한다.

본 연구의 동역학 해석 모델은 Fig. 1 과 같이 정전력으로 구동 되는 외팔 보 형태의 스위치이다. 아래 위 각각의 구조물을 여러 개의 정사각형 강체 요소로 나누고 이들을 잘 알려진 티모셴코 빔(TIMOSHENKO beam)[8]으로 연결하여 기계부 구조물을 모델링 하였다.

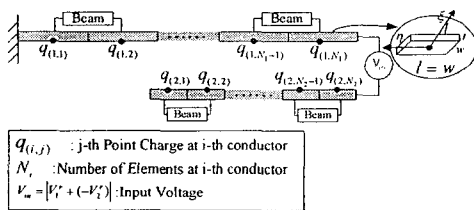


Fig. 1 정전력 구동 스위치의 집중 정수 모델

전기 영역에서는 인가된 전압에 대해 각 도체에서의 전하분포는 정적(Static)모델로 가정하고 전류에 의한 자기장 효과를 무시하였다. 따라서 도체에서 전하 분포는 각각의 강체요소 표면상에서 연속적으로 분포하게 된다. 각 요소표면에서의 전하분포는 균일하다 가정하고 각 요소표면의 중심에 점 전하를 위치시켰다. 정전력은 각각의 점 전하들에 의한 쿨롱힘(Coulomb Force)으로 모델링 하였다. 이렇게 함으로써 전기-기계요소가 결합된 전체시스템의 집중 정수 모델을 구성하였다.

각 점 전하의 위치 벡터를 $r_{(m,1)}, r_{(m,2)}, \dots, r_{(m,N)}$ 으로 두면 두 점 전하 $q_{(m,i)}$ 와 $q_{(m,j)}$ 사이의 거리는 다음과 같이 계산된다.

$$r_{(m,i)(m,j)} = |r_{(m,i)} - r_{(m,j)}|$$

where $i, j = 1, 2, \dots, N$

$$N = N_1 + N_2$$

$$\begin{cases} m=1: \text{Upper Conductor} \\ m=2: \text{Lower Conductor} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} N_1: \text{Number of electrode on upper conductor} \\ N_2: \text{Number of electrode on lower conductor} \end{cases}$$

두개의 도체내부의 점 전하들에 의한 정전기장 에너지(Electrostatic energy)는 식 (2)와 같다.

$$U = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_1} q_{(1,j)} V_{(1,j)} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_2} q_{(2,j)} V_{(2,j)} \quad (2)$$

여기서 각각의 점 전하 위치에서의 전위 $V_{(1,j)}, V_{(2,j)}$ 는 식 (3)과 같다.

$$\begin{cases} V_{(1,j)} = P_{(1,j)} q_{(1,j)} + \sum_{k=1}^{N_1} \left(\frac{q_{(1,k)}}{4\pi\epsilon r_{(1,j)(1,k)}} \right) + \sum_{k=1}^{N_2} \left(\frac{q_{(2,k)}}{4\pi\epsilon r_{(1,j)(2,k)}} \right) \\ V_{(2,j)} = \sum_{k=1}^{N_1} \left(\frac{q_{(1,k)}}{4\pi\epsilon r_{(2,j)(1,k)}} \right) + \sum_{k=1}^{N_2} \left(\frac{q_{(2,k)}}{4\pi\epsilon r_{(2,j)(2,k)}} \right) + P_{(2,j)} q_{(2,j)} \end{cases} \quad (3)$$

식 (3)에서 $P_{(m,i)}$ 는 점 전하의 자기 에너지(Self energy)를 나타낸다. 사각형 모양의 요소에 대한 값은 아래와 같이 계산될 수 있다[9].

$$P_{(m,i)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{S_{(m,i)}} \int_{S_{(m,i)}} \frac{ds'}{|r_{(m,i)} - r_{(m,i)}|}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 w_{(m,i)} l_{(m,i)}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \frac{1}{\sqrt{\eta^2 + \xi^2}} d\eta d\xi \quad (4)$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon_0 w_{(m,i)} l_{(m,i)}} \left(l_{(m,i)} \ln \frac{w_{(m,i)} + \sqrt{w_{(m,i)}^2 + l_{(m,i)}^2}}{l_{(m,i)}} + w_{(m,i)} \ln \frac{l_{(m,i)} + \sqrt{w_{(m,i)}^2 + l_{(m,i)}^2}}{w_{(m,i)}} \right)$$

또한 편의상 식(5)를 정의하자.

$$\Theta_{(m,j)(m,k)} \triangleq \begin{cases} P_{(m,j)} & \text{if } j=k \\ \frac{1}{r_{(m,j)(m,k)}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

그리고 가상 일의 원리를 적용하기 위해 전극 양단의 총전하는 0 이라는 구속 조건식을 포함하는 총 에너지 Π^* 가 아래와 같이 정의된다.

$$\Pi^* = \Pi + \lambda \left(\sum_{j=1}^{N_1} q_{(1,j)} + \sum_{j=1}^{N_2} q_{(2,j)} \right) \quad (6)$$

위의 총에너지에 대한 변분식을 유도하여 $\delta\Pi^* = 0$ 을 적용하면 다음과 같은 인가된 전위와 점 전하 분포의 관계를 얻을 수 있다.

$$\sum_{k=1}^{N_1} \frac{(\Theta_{(1,j)(1,k)})}{4\pi\epsilon r_{(1,j)(1,k)}} q_{(1,k)} + \sum_{k=1}^{N_2} \frac{1}{4\pi\epsilon r_{(1,j)(2,k)}} q_{(2,k)} + \lambda = V_1^e \text{ for } j=1,2,\dots,N_1$$

$$\sum_{k=1}^{N_1} \frac{1}{4\pi\epsilon r_{(2,j)(1,k)}} q_{(1,k)} + \sum_{k=1}^{N_2} \frac{(\Theta_{(2,j)(2,k)})}{4\pi\epsilon r_{(2,j)(2,k)}} q_{(2,k)} + \lambda = V_2^e \text{ for } j=1,2,\dots,N_2$$

$$\sum_{j=1}^{N_1} q_{(1,j)} + \sum_{j=1}^{N_2} q_{(2,j)} = 0 \quad (7)$$

여기서 위식을 행렬형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[A]\{\vec{q}\} = \{\vec{V}\} \quad (8)$$

따라서 식(8)은 (N_1+N_2+1) 개의 미지수와 (N_1+N_2+1) 개의 방정식을 포함하므로 위의 식을 이용하여 주어진 전위에 대하여 각 점 전하의 전하량을 계산할 수 있다. 또한 선형대수식인 식 (7)을 고찰해 보면 전기적 변수(점 전하)와 기계적 변수(점 전하 사이의 상대거리)가 함께 결합되어 있음을 알 수 있다. 이것은 강체 기반의 동역학 해석 알고리즘으로 쉽게 계산할 수 있다.

앞에서 계산된 각 전하의 전하량을 이용하여 점 전하들 사이에 쿨롱의 법칙을 적용하면 그들 사이의 정전력은 다음과 같이 계산된다.

$$F_{(m,i)(n,j)} = \frac{q_{(m,i)}q_{(n,j)}}{4\pi\epsilon (r_{(m,i)(n,j)})^2} \quad (9)$$

$$\text{where } \begin{cases} m=1,2 & \& n=1,2 \\ i=1,2,\dots,N_1 & \& j=1,2,\dots,N_2 \end{cases}$$

3. 결과 분석

정전력 구동기의 기계 요소인 전체 구조를 2 장의 내용을 바탕으로 Fig. 2와 같이 모델을 리커다인에서 구현하였다. 사각형 강체 요소와 티모센코 빔 요소가 외팔보의 특성을 나타내기 위하여 사용되었다. 하부 구조물은 바닥에 고정시켰다. 점 전하는 강체요소 표면 중심에 위치시켰다.

이때 스위치를 구성하는 도체는 탄성계수가 190GP, 밀도가 2300 Kg/m^3 인 실리콘으로 선정하였다. 본 연구에서는 Fig. 2의 모델에서와 같이 상부 전극을 각각 10개의 사각형 강체요소로 모델링하였다.

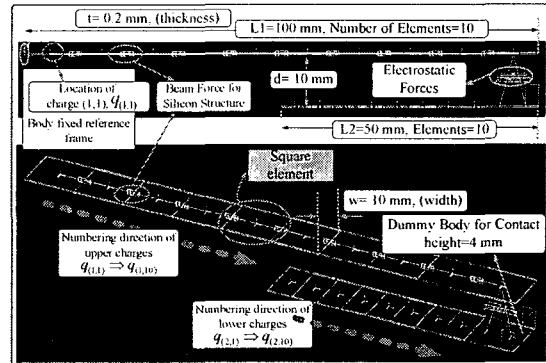


Fig. 2 정전력 구동 스위치의 RecurDyn 모델



Fig. 3 정전력 구동 스위치 모델의 최대 변형

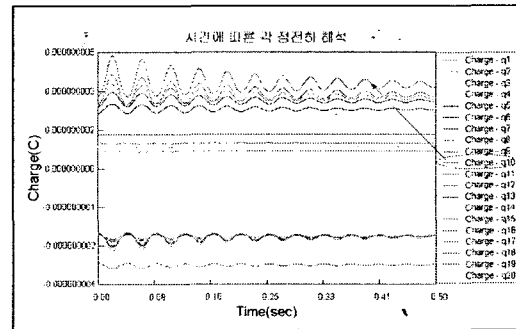


Fig. 4 스위치 모델의 시간에 따른 전하 특성

두 도체사이에 20000(V)의 전압을 스텝 입력으로 인가하여 시간에 따른 외팔 보의 변형을 리커다인의 후처리 프로세스를 통하여 Fig. 3과 같이 애니메이션으로 확인하였다.

Fig. 4는 시간에 따른 각각의 점 전하의 시간에 따른 전하량 변화를 나타내고 있다. 그림에서 보면 상부 전극에 상대적으로 높은 전위가 인가됨으로써 상부 전극의 점 전하량($q_{(1,1)} \sim q_{(1,10)}$)은 양의 값을 갖게 되고 반대로 하부 전극의 점 전하량($q_{(2,11)} \sim q_{(2,20)}$)은 음의 값을 가지면서 전하량 값이 진동한다. 그리고 상부 전극의 끝단의 점 전하($q_{(1,10)}$)량은 상부 전극의 다른 점 전하보다 전하량이 큰 것을 알 수 있다.

그리고 위의 해석에서 전기-기계 결합 특성을 고찰하기 위하여 Fig. 5에서 같이 상부 전극 끝단 요소의 점 전하와 수직변위를 함께 나타내었다. 여기서 전하 값의 차수가 수직 변위에 비해 작으므로 그림에서는 원래 전하 값에 일정한 상수 값을 곱하여 가중된 전하 값으로 변위와 비교하였다.

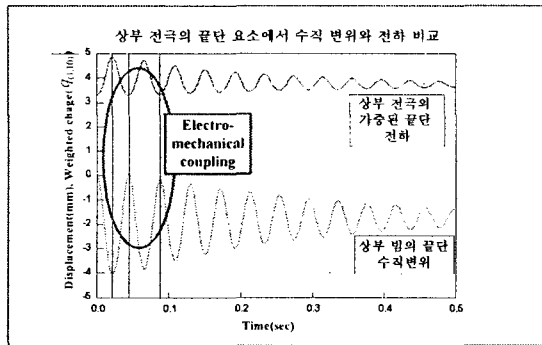


Fig. 5 상부 전극 끝에서의 전하와 변위 비교

위의 결과를 보면 전하 값이 클 때에는 정전력이 빔 구조물의 기계적 응력에 의한 저항을 극복하여 빔 끝단의 아래방향 수직변위를 증가시키고 반대로 전하 값이 적을 때는 기계적 응력에 의해 수직변위가 위 방향으로 복원됨을 알 수 있다. 그리고 전하와 변위는 같은 주파수로 진동하고 있으므로 전기-기계 요소의 상호작용으로 거동이 결정이 되고 이는 정전력 스위치 시스템의 전기-기계 결합현상으로 이해할 수 있다.

구현된 스위치 모델의 빔의 두께가 상대적으로 얇고 이에 따라 질량도 아주 작은 모델이므로 기계적 시정수(Time constant)가 아주 작아서 외력에 의한 응답이 빠르고 저항 Fig. 5에서 전하 값의 피크 값(Peak value)과 구조물 변위의 피크 값이 거의 동시에 나타나고 있다.

본 연구의 정전력 구동기 동특성 해석에서 최적의 스위칭 작동이 일어나는 구동 전압 및 구동 조건이나 구조물의 형상 등의 설계에 대한 중요한 정보를 제공할 수 있을 것이다.

4. 결론

정전력 구동기의 전기-기계 결합 현상을 고려한 시스템의 동특성을 해석하기 위한 기전 요소의 집중 정수 모델의 작성법을 제안하였다. 이러한 접근 방법은 강한 결합특성을 가지면서 과도응답을 포함하는 일반적인 해석을 필요로 하는 대부분의 기전 시스템에 적용할 수 있다.

제안된 결합 시스템의 해석 방법은 상용 동역학 해석 프로그램을 이용하여 비교적 쉽게 구현할 수 있었으며 그 유용성을 검증하기 위해 정전력 구동 스위치의 동역학 해석에 적용하였다.

이와 같은 해석방법을 이용하여 정전력 구동 스위치의 거동에 관한 해석을 비교적 빠르고 정확하게 할 수 있었고 고성능의 스위치를 설계하는데 중요한 역할을 할 수 있음을 알았다.

후 기

본 연구는 한국과학기술 재단으로부터 지원을 받아서 수행되었다. (Project ID Number: 2000-2-30200-001-3)

참고문헌

1. S.D.Senturia, R.M.Harris, B.P.Johnson, S.Kim, K.Nabors, M.A.Shulman, J.K.White, "A computer-aided design system for microelectromechanical systems (MEMCAD) Microelectromechanical Systems", J. Microelectromech. Syst, Volume: 1 Issue: 1, March 1992 Page(s): 3 ? 3.
2. H.U.Schwarzenbach, J.G.Kobink, M.Roos, G.Sartoris, and E.Anderheggen, "A micro electro mechanical CAD extension ofr SESES", J. Micromech. Microeng. V3(1993) pp.118~122.
3. B.E.Artz and L.W.Cathey, "A Finite Element Method for Determining Structural Displacements Resulting from Electrostatic Forces" Proc. IEEE Solid State Sensor and Actuator Workshop, Hilton Head, SC, June 1992, pp. 190~193.
4. N.R.Aluru, J.K.White, "An efficient numerical technique for electromechanical simulation of complicated microelectromechanical structures", Sensors and Actuators A 58 (1997).
5. S.D.Senturia, N.R.Aluru, J.K.White, "Simulating the Behavior of MEMS Devices: Computational Methods and Needs", IEEE Computational Science and Engineering, Vol. 4, No. 1, Jan. 1997, pp. 30-43.
6. F.Shi, P.Ramesh and S.Mukherjee, "Simulation of methods for MicroElectroMechanical Structures(MEMS) with application to a microtweezer" Computes & Science Vol. 56. No. 5. pp. 769-783. 1995.
7. D.S.Bae, J.M.Han, and H.H.Yoo, "A Generalized Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Dynamics," Mech. Struct. & Mach., 27(3), pp.293-315 (1999).
8. Oden, J. T., and E. A. Ripperger "Mechanics of Elastic Structures, Second Edition", McGraw-Hill Press, 1968.
9. L.Silverberg, L.Weaver, Jr "Dynamics and Control of Electrostatic Structures", Journal of Applied Mechanics, Vol. 63, June, 1996