

함수 근사 모멘트 기법을 활용한 치수 분포에 따른 MEMS 구조물의 통계적 특성치 변화에 관한 연구

허재성*(KAIST 기계공학과), 곽병만(KAIST 기계공학과 석좌교수)

Change of stochastic properties of MEMS structure in terms of dimensional variations using function approximation moment method

J. S. Huh(Mecha. Eng. Dept. KAIST), B. M. Kwak(Mecha. Eng. Dept., KAIST)

ABSTRACT

A systematic procedure of probability analysis for general distributions is developed based on the first four moments estimated from polynomial interpolation of the system response function and the Pearson system. The function approximation is based on a specially selected experimental region for accuracy and the number of function evaluations is taken equal to that of the unknown coefficient for efficiency. For this purpose, three error-minimizing conditions are proposed and corresponding canonical experimental regions are formed for popular probability. This approach is applied to study the stochastic properties of the performance functions of a MEMS structure, which has quite large fabrication errors compared to other structures. Especially, the vibratory micro-gyroscope is studied using the statistical moments and probability density function (PDF) of the performance function to be the difference between resonant frequencies corresponding to sensing and driving mode. The results show that it is very sensitive to the fabrication errors and that the types of PDF of each variable also affect the stochastic properties of the performance function although they have same the mean and variance.

Key Words : Function approximation moment method (함수 근사 모멘트 기법), Statistical moments (통계적 모멘트), Reliability (신뢰도), MEMS structure (미소기진접적시스템의 구조물)

1. 서론

일반적인 공학 구조물을 구성하는 요소인 하중, 치수, 경계 조건 및 기계적 성질 등에는 필연적으로 불확실성이 존재하게 된다. 이러한 변동성을 설계 단계에서 적극적으로 고려하려는 노력이 산업계와 학계에서 광범위한 응용 분야에 대해 활발히 이루어지고 있다. 그 대표적인 방법론으로 강건설계, 공차설계, 신뢰도를 고려한 구조 설계 등이 있으며, 응용 분야는 전 산업계에 걸쳐 있다라고 해도 과언이 아니다.

상존하는 불확실성에 의한 시스템의 성능 변동은 성능함수의 통계적 모멘트와 확률 분포 혹은 신뢰도로 표현된다. 이러한 시스템의 통계적 특성을 얻기 위해 제안된 대표적인 방법론들로는 몬테카를

로 시뮬레이션 방법과 성능함수를 선형으로 근사하여 신뢰도를 계산하는 FORM(First-order reliability method)와 이차 함수로 근사하는 SORM(Second-order reliability method)가 있다[1]. 몬테카를로 시뮬레이션 방법은 계산량, FORM 은 정확도와 수렴성 측면에서 단점이 존재한다.

최근에 많은 주목을 받고 있는 MEMS 분야에서 시스템을 구성하는 구조물이 제작 오차 측면에서 정밀 구조물이 아니라 미가공된 구조물로 인식되고 있다. 그러므로 다른 공학 구조물보다 더욱 제작 오차에 따르는 불확실성이 시스템의 성능에 미치는 영향이 크므로 이를 분석하고 설계에 반영하려는 노력이 요구되며, 다양한 연구가 진행 중이다[2,3]. 그러나 아직 공정에 의한 치수 및 기계적 성질에 대한 확률 분포 및 오차의 크기에 대한 자료 축적

이 미흡한 상태이다.

본 연구에서는 미가공된 구조물로 인식되는 MEMS 구조물에서 제작 오차에 의한 성능의 변동량을 파악하기 위하여 함수 근사 모멘트 기법 (Function Approximation Moment Method FAMM)을 개발하였다. 이를 활용하여 진동형 마이크로 자이로스코프(Micro-gyroscope)에서 불확실성으로 야기되는 성능함수의 확률적 특성을 통계적 모멘트(평균, 표준편차, 왜도, 첨도)로 표현한다. 한걸음 더 나아가 얻어진 모멘트로부터 성능함수의 확률 분포를 추정하여 성능함수가 주어진 조건을 만족할 확률을 계산한다. 이러한 일련의 과정에서 MEMS 구조물의 치수 및 기계적 성질의 확률 분포가 성능함수의 확률 분포에 미치는 영향을 파악하고, 중요성을 확인하려 한다.

2. 함수 근사 모멘트 기법

2.1 기본 개념 및 절차

시스템의 성능함수 $g(\mathbf{x})$ 의 k 번째 통계적 모멘트는 아래와 같이 정의된다.

$$E\{g^k\} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [g(x_1, x_2, \dots, x_p)]^k \prod_{i=1}^p \phi_i(x_i) dx_1 dx_2 \dots dx_p \quad (1)$$

여기서 ϕ_i 는 확률밀도함수, x_i 는 독립적인 확률변수이다. 일반적으로 성능함수 $g(\mathbf{x})$ 는 다항식 형태로 주어지지 않으므로 식 (1)을 해석적으로 적분하는 것은 거의 불가능하다. 수치적으로 위 식을 계산하려는 많은 연구가 진행되어 왔으며 각각의 방법은 계산량, 정확도와 적용 범위에서 장·단점이 있다.

본 연구는 음함수 형태인 $g(\mathbf{x})$ 를 2 차 다항식으로 충분히 근사를 한 후, 그 근사 함수를 활용하여 $g(\mathbf{x})$ 의 통계적 모멘트를 추정하고 그 추정치를 이용하여 $g(\mathbf{x})$ 의 확률 분포를 얻고자 한다. 이러한 전략을 실현하기 위한 함수 근사 모멘트 기법 (Function approximation moment method)의 전체 절차는 다음과 같다.

Step 1. Considering one-dimensional problem about each random variable, x_i , for $i = 1$ to p , the positions of three interpolation points are optimized by three error-minimizing conditions as suggested below.

Step 2. A p -orthotope is defined by the optimized points as a canonical experimental region.

Step 3. On this constructed region, a design of experiments with $(p + 1)(p + 2)/2$ function evaluations is performed, and the coefficients of $\bar{g}(\mathbf{x})$ determined.

Step 4. The first four moments of $\bar{g}(\mathbf{x})$ are easily obtained as the estimates for $g(\mathbf{x})$.

Step 5. Identify the proper type of the Pearson system and obtain the probability of failure.

위의 절차에서 가장 중요한 요소는 실험 영역 (Canonical experimental region)의 결정이며 이는 다음 절에서 설명된다.

2.2 실험 영역의 결정

먼저 아래와 같이 정의되는 1 차원 적분 문제를 고려하자.

$$\int_a^b G(x) dx = \int_a^b \bar{G}(x) dx + R \quad (2)$$

본 논문에서는 $G(x) = [g(x)]^k \cdot \phi(x)$ 을 (a, b) 대신에 $(-\infty, \infty)$ 에서 적분하는 것이 관심 대상이다. 식 (2)를 수치적으로 적분하는 대표적인 방법인 가우스 구적분(Gauss quadrature)은 실험점의 위치를 최적화하여 수치 적분의 정확도의 향상을 도모하였다. 그러므로 본 연구에서도 성능함수 $g(x)$ 의 근사함수인 2 차 다항식 $\bar{g}(x)$ 의 계수 결정에 필요한 세 개의 실험점의 위치를 최적화하려 한다. 성능함수의 4 개 통계적 모멘트를 동시에 계산하여야 하므로 가우스 구적분과는 좀 더 다른 기준이 필요하게 되며 아래의 3 개의 조건을 제안한다.

Condition 1. One of three points is located at the maximum of the probability density function $\phi(x)$ of random variable x .

$$\text{Condition 2. } \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\phi(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{g}(x)\phi(x) dx \quad (3)$$

$$\text{Condition 3. Minimize } E = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_\epsilon}{\mu_{\min}} + \frac{s_\epsilon}{s_{\min}} \right) \quad (4)$$

where $\mu_\epsilon = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(x)\phi(x) dx$ and $s_\epsilon^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(x)^2 \phi(x) dx$ are the first two moments of error function $\epsilon = |g(x) - \bar{g}(x)|$, and μ_{\min} and s_{\min} denote the minimum values of these moments, respectively.

대표적인 확률 분포에 대해 제안된 3 가지 조건을 통해 얻어진 최적화된 실험점의 위치는 표 1에 정리되어 있다.

Table 1 Optimal positions of three experimental points of various distribution types

		Beta	
		Normal	Log-normal
		($\eta=8.25$, $\lambda=101.75$)	
		($\mu/\sigma=10.0$)	
$l(m-k_2\sigma)$	$k_2=1.38184$	$k_2=1.73340$	$k_2=1.05942$
m	μ	0.93287	$e^{\lambda-\epsilon^2}$
$n(m-k_1\sigma)$	$k_1=1.38184$	$k_1=0.58263$	$k_1=1.55345$

다차원에서 근사 함수를 얻기 위한 실험점은 표 1 처럼 계산된 각 확률변수의 최적화된 실험점의 위치를 이용하여 직사각형의 일반형인 오소토프(orthotope)를 그림 1 처럼 구성하고 이를 실험영역으로 결정한다.

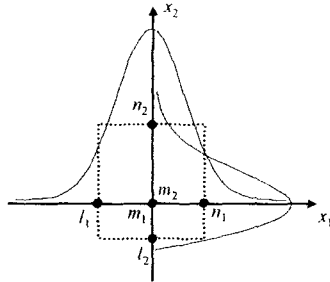


Fig. 1 Construction of canonical experimental region.

3. 마이크로 자이로스코프

3.1 문제 정의

MEMS 구조물의 대표적인 형태 중에 하나인 빔 구조물(comb structure)를 이용한 진동형 마이크로 자이로스코프에 대해 함수 근사 모멘트 기법을 적용하여 성능함수의 통계적 특성을 고찰하고자 한다.

그림 2의 진동형 마이크로 자이로스코프는 x 축 방향의 각속도 Ω 가 작용하면 코리올리 효과에 의해 진동 평판은 z 축 방향으로 진동하게 된다. 이 진동의 폭은 x 축에 작용하는 각속도의 크기에 비례하며, z 축 방향의 진폭은 진동평판과 감지 전극 사이의 전하량의 변화로 측정하게 된다. 이 자이로스코프의 감도는 전기적 감도와 기계적 감도의 곱으로 표현되고, 기계적 감도를 최대한 시키는 방법은 구조물의 구동 모드와 감지 모드의 고유 주파수를 거의 일치시키는 것이다[4].

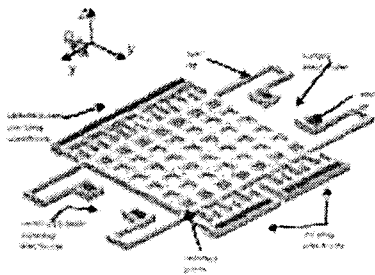


Fig. 2 Vibratory micro-gyroscope(Comb structure)[5]

이 진동형 마이크로 자이로스코프의 제작 공정에서 구조물의 치수와 관련된 공정은 LPCVP(lower pressure chemical vapor deposition)공정과 사진 식각 공정이다[4]. 이 공정에 의해 자이로스코프의 두께

및 보와 평판의 길이 및 폭이 결정된다. 그러나 제작 오차에 의해 표 2 처럼 실제 설계와 제작된 구조물과는 차이를 보이고 있고 이로 인하여 실제 제작된 자이로스코프의 성능은 기대에 미치지 못하는 결과가 발생한다. 이러한 문제점을 보완하기 위하여 Han 과 Kwak[2]은 구배 지수를 활용하여 이 장치의 강건 최적설계를 제안하였다. 그러나 이 방법은 확률 정보를 바탕으로 하지 않아 손쉽게 강건 설계를 수행할 수 있으나 제안된 설계가 얼마나 강건해졌는지에 대한 정량적인 고찰이 미흡하다. 다음 절에서 제작 오차에 대해 확률 분포를 가정하고 제안한 방법을 활용하여 정량적인 고찰을 시도하려 한다.

Table 2 Designed and measured dimensions of the micro-gyroscope in [6]

Specifications	Designed	Measured
Beam width (μm)	3.5	4 ± 0.2
Beam length (μm)	300	300 ± 1
Spring constant (N/m)	5.7	6.77
Mass (μg)	2.36	2.61
Resonant frequency (kHz)	7.82	9.45

3.2. 통계적 특성치 고찰

앞 절에서 언급한 제작 오차를 설계에 반영하기 위해서는 성능함수의 통계적 모멘트와 확률을 우선적으로 파악하여야 한다. 이를 위해서는 제작 공정에 의한 각 치수 및 기계적 성질의 확률 정보가 필요하게 되나, 기존의 공학 구조물과 다르게 MEMS 분야는 아직 제작 공정에 따른 치수 및 물성치에 대한 확률 정보가 미흡한 상태이다. 그러나 역설적으로 기존의 공학 구조물보다 더 이러한 불확실성에 의한 성능함수의 저하는 심각하므로 이러한 제작 오차를 정량적으로 반영한 설계는 더욱 더 요구된다. 본 연구에서는 함수 근사 모멘트 기법(FAMM)을 활용하여 제작 오차에 대한 확률 분포를 가정하여 구조물의 특성에 얼마나 큰 영향을 미치는가를 통계적 모멘트와 확률을 이용하여 보려고 한다. 그와 함께 동일한 평균과 분산을 가지나 다른 확률 분포를 따르는 경우 확률 분포의 차이에 의한 성능 변화를 평가하려 한다.

두 가지 확률 분포에 대해 자이로스코프의 주요한 성능함수인 감지 모드와 구동 모드의 고유주파수 차에 대해 통계적 모멘트와 확률밀도함수를 함수 근사 모멘트 기법을 활용하여 추정하였다. 고유진동수에 큰 영향을 미치는 진동 평판을 지지하는 보의 길이, 폭, 두께, 비등방도와 단성계수를 확률변수로 선정하고 표 3 처럼 각 변수의 확률 분포 및 평균 분산을 가정하였다. CASE 1은 모든 변수

가 정규분포를 따르는 경우이며, CASE 2는 비등방도와 탄성계수는 비정규분포인 베타 분포와 로그노말분포를 각각 따른다고 가정하였다. 각 변수는 그림 3과 4에 자세히 명시되어 있다.

Table 3 Component variables for micro-gyroscope

Component	$\phi(x)$	Mean	SD	Parameter
L_1 (mm)	Normal	0.350	0.0005/3	.
L_2 (mm)	Normal	0.200	0.0005/3	.
$a_1=a_2=a_3$ (mm)	Normal	0.0036	0.0002/3	.
$H_1=H_2=H_3$ (mm)	Normal	0.010	0.0001/3	.
$A_1=A_2=A_3$	Beta	0.925	0.025/3	$\eta=8.25,$ $\lambda=101.75$
E	Log-normal	150 GPa	15 GPa	.

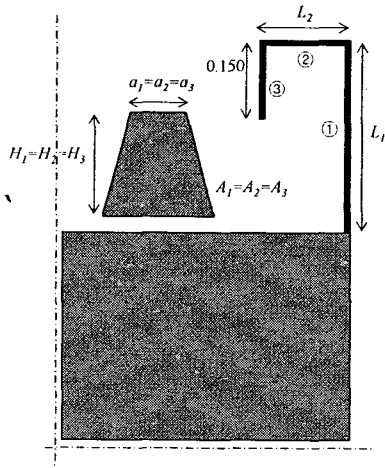


Fig. 3 Definition of random variables

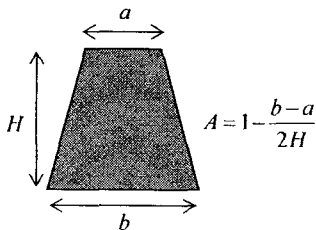


Fig. 4 Definition of anisotropy

표 3 처럼 평균과 분산은 동일하지만 따르는 분포가 상이한 경우에 대해서 함수 근사 모멘트 기법을 활용하여 각각의 통계적 모멘트와 확률밀도함수를 추정하였으며 그 결과는 표 4 과 그림 5에 자세히 정리되어 있다. 우선 성능함수의 평균과 표준

편차는 두 가지 경우에서 큰 차이가 없으나 왜도와 첨도에서 상대적으로 큰 차이를 보이고 있으며 이는 그대로 그림 5의 확률밀도함수에 반영되고 있다. 즉, 확률변수의 분포가 혼합된 경우가 좀 더 우측으로 편중되어 있음을 알 수 있다. 그리고 이는 성능함수의 조건을 위배할 확률이 대략 2 배 증가하는 원인이 된다(표 4 참조).

Table 4 Results of CASE 1 and CASE 2

	CASE 1	CASE 2
Mean	471.1900	471.0585
S.D.	193.3033	184.6621
Skewness	-1.02513	-0.429893
Kurtosis	4.52788	3.30131
$\text{Pr}[g(x)<0]$	2.359×10^{-2}	1.189×10^{-2}

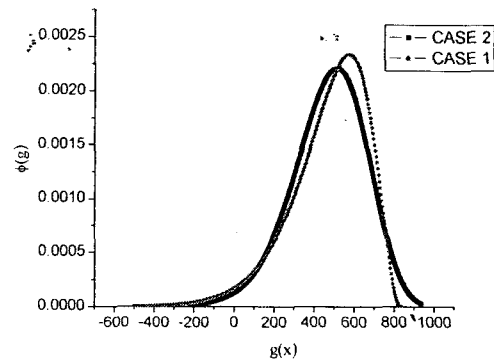


Fig. 5. Probability density function of the system response function (CASE 1 and CASE 2)

마지막으로 제안하는 방법의 정확도와 효율성으 확인하기 위하여 CASE 1에 대해 Seo와 Kwak[7]이 제안한 방법(DOE)과 30 만번의 시행횟수를 가지는 몬테카를로 시뮬레이션 방법과 비교하였다. 그림 6는 3 가지 방법에 의해 추정된 확률밀도함수이며 제안하는 방법이 DOE 보다 좀 더 몬테카를로 시뮬레이션 결과를 잘 따르고 있음을 확인할 수 있다. 그리고 제안하는 방법은 28 번의 유한요소 해석을 필요로 하는 반면에 DOE는 729 번의 유한요소 해석을 실시한다.

위 결과로부터 제작 오차에 해당하는 확률변수가 비록 동일한 평균과 분산을 가지더라도 확률 분포가 상이한 경우 그 시스템의 성능함수의 통계적 특성은 상당히 큰 차이가 발생함을 확인할 수 있었다. 그러므로 일반 공학 구조물에 비해 상대적으로 제작 오차가 큰 MEMS 구조물의 설계에서 이를 제대로 반영하기 위해서는 불확실성을 가지는 변수들의 확률 분포를 체계적인 데이터 수집을 통해 확인 할 필요가 있다.

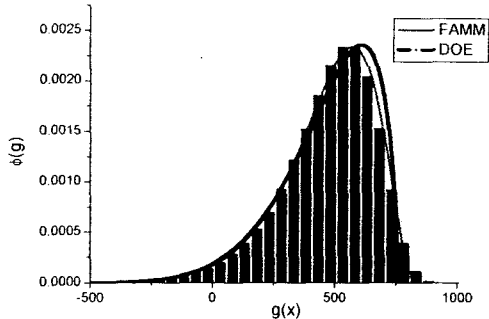


Fig. 6 Comparison of probability density functions from different methods

4. 결론

일반적인 분포를 따르는 확률변수의 함수인 시스템 성능함수의 통계적 특성, 즉 통계적 모멘트와 확률 분포를 파악하기 위한 함수 근사 모멘트 기법(FAMM)을 개발하였다. 이 방법은 제안된 3 가지 조건과 그로부터 최적화된 각 확률변수의 3 개 실험점에 의해 정의되는 오소토프(orthotope)를 실험영역(canonical experimental region)으로 결정한다. 이 영역에서 근사한 2 차 다항식으로 통계적 특성을 분석하는 방법이다.

빗살 구조물(comb structure)을 가지는 진동형 마이크로 자이로스코프의 주요 성능함수인 감지 모드와 구동 모드의 고유 진동수 차에 대해 FAMM 을 활용하여 통계적 특성치를 계산하였다. MEMS 구조물은 일반 공학 구조물에 비해 제작 오차의 의미에서 미가공된 구조물로 간주가 되고, 이는 시스템의 성능저하를 확대시키는 요인이 된다. 이러한 사실은 FAMM 에 의해 계산된 통계적 모멘트와 확률 분포에서 확인할 수 있었다. 그리고 동일한 제작 오차에서도 각 오차에 대응되는 확률 분포에 의해서 다른 통계적 모멘트와 확률 분포가 얻어졌다. 이는 MEMS 의 각 공정에 의한 치수 및 물성치의 확률 분포를 체계적인 데이터 수집을 통해 추정할 필요를 보여주고 있다. 이러한 정보를 바탕으로 설계를 하여야만 제작 오차에 둔감한 설계가 가능할 것이다.

참고문헌

1. Melchers, R. E. Structural Reliability Analysis and Prediction, John Wiley & Sons, 1999.
2. Han, J.S., and Kwak, B.M, Robust optimal design of a vibratory microgyroscope considering fabrication errors.? J. Micromech. Microeng. Vol. 11. pp.662-671,

2001.

3. Allen, M, Rauli, M., Maute, K., and Frangopol, D. M.. "Reliability-based analysis and design optimization of electrostatically actuated MEMS.? Computers and Structures, Vol. 82, pp.1007-1020, 2004
4. Oh, Y.S., Lee, B.L., Baek, S.S., and etc, "A tunable vibratory microgyroscope.? Sensor and Actuators A, Vol. 64, pp.51-56, 1998
5. Samsung, <http://www.isrc.snu.ac.kr/~mtec/physical.pdf>, 1999.
6. 조영호, 캠퍼더 손떨림 보상용 마이크로 자이로 개발, 연구보고서, 한국과학기술원, 1995.
7. Seo, H.S., and Kwak, B.M, Efficient statistical tolerance analysis for general distributions using three-point information,? Int. J. Prod. Res., Vol. 40, No. 4, pp.931-944, 2002.