

광선추적방식을 적용한 비구면렌즈 자동설계 프로그램 개발

김수용*, 김태호(동아대학교 대학원 기계공학과), 장성규(동의과학대학 자동차과),
박정우, 전언찬(동아대학교 기계공학부)

Development of an Automatic Design Program for the Aspherical Lens by using the Ray Tracing Method

S. Y. Kim, T. H. Kim(Mech. Eng. Dept., DAU), S. G. Jang(Automobile Eng., DIT),
J. W. Park, E. C. Jeon(Mech. Eng., DAU)

ABSTRACT

In order to design the aspherical lens, the revisions and the steps of the mathematical method are influenced with a lot of variables. The accuracy of the aspherical lens can be changed by these variables. Besides, to design the aspherical lens, many mathematical functions should be used. To use these mathematical functions is protected by patent administration. Therefore it is very difficult for most of developed countries to use them. This fact has been interrupting not only the development of the technique of a design of the aspherical lens but also the development of the equipments of optics. Because approximate values are used in most of common programs which create the aspherical lens : basically these common programs have variations. Therefore these aspherical lens are not accurate. In the paper, we calculated accurate values by using the refractive index of lens. Based on these data, we created self-operating design programs.

Consequently, our lens is more accurate than the aspherical lens which is created by the common programs influenced with approximate values. The used programs belonging to AutoCAD is Visual LISP.

Key Words : Aspheric Lens(비구면 렌즈), Index of Refraction(굴절률), Automatic Design Program(자동설계프로그램), Visual LISP

Nomenclature

Y axis	: One side surface of the aspherical lens
$F(x)$: The equation for curvature surface of the aspherical lens
$F'(x_1)$: The gradient of tangent line at B point ($= d.y / d.x$)
θ_0	: The maximum spread angle of laser seat
θ_1	: The angle of refraction at A point
θ_2	: The angle of incidence for tangent line at B point
θ_3	: The angle of refraction for tangent line at B point
$\tan \theta$: The gradient of a straight line
H	: The distance between a laser seat generator and a center of aspherical lens
l	: The maximum width of the aspherical lens
n_1	: The index of refraction at A point
n_2	: The index of refraction at B point

1. 서론

실생활에 많이 사용되고 있는 광학 부품은 고 정밀화, 소형 경량화 및 고 기능화가 필수적으로 요구되고 있다. 광학부품중 하나인 비구면 렌즈는 이들 조건을 동시에 만족하는 고 기능성 제품이다.

일반적으로 많이 사용되는 구면 렌즈는 태생적으로 수차를 포함하고 있어 렌즈를 통해 얻어지는 결상을 불명확하게 하거나 원래의 상을 변형시킴으로써 렌즈의 광학적 특성을 저하시키게 된다. 이러한 구면수차는 초점의 크기를 크게 함으로써 렌즈의 결상 기능을 저해하는 큰 요인으로 알려지고 있으며, 수차를 감소시키기 위한 방법으로 쯏체, 수학적 수식에서 가능한 높은 차수의 수식을 적용함으로써 수차를 감소시키는 방법¹⁾, 분체, 하나의 렌즈에 다양한 굴절률을 가지도록 새로운 재료를 사용하는 방법^{2,3)}

셋째, 수차보정용 렌즈를 수차를 가지고 있는 렌즈와 동시에 사용함으로써 광학계의 수차를 보정하는 방법¹⁾ 등이 사용되고 있다.

그러나 이러한 문제점들은 근본적으로 수차를 제거하는 것이 아니며, 보정의 어려움으로 인해 최근에는 초점 집광 성능을 향상시켜 구면 수차를 제거하고, 복잡한 렌즈 조합을 필요로 하지 않으며 높은 부과율이 얻어지는 등 많은 장점을 지닌 비구면 렌즈의 활용이 높아지고 있는 실정이다. 비구면 렌즈를 사용함으로써 렌즈 모듈과 동일한 효과를 얻을 수 있으며, 렌즈 두께 감소로 인한 광학 장비의 경량화 및 소형화의 효과가 얻어진다. 따라서 비구면 렌즈의 채용은 광학 장비의 소형화, 경량화 그리고 고성능화를 위하여 필수적이다.

비구면 렌즈에 대한 국내 연구는 가공 및 제작에 국한되어 있으며²⁾, 설계에 대한 연구는 수식을 사용하여 적집 곡면을 생성하는 방법과 광선 역추적 방식을 이용하여 구면 수차 보정을 하는 방법 등이 존재한다³⁾. 그러나 이러한 수식 전개 및 보정에는 많은 변수들이 작용하고, 이들 변수의 변화에 따라 비구면 렌즈의 정밀도가 크게 달라진다. 또한 비구면 렌즈의 설계는 수많은 수식이 사용되고 있으나 선진국에서의 특허 문제 등으로 인하여 많은 제약은 받고 있는 실정이다. 또한 비구면을 생성하는 상용 프로그램의 경우 근사해를 이용한 수식 전개에 따라 근본적으로 오차를 내포하고 있기 때문에 정확한 비구면이라 보기 힘들다.

따라서 본 연구에서는 독창적인 비구면 렌즈를 설계하기 위하여 물질의 굴절률을 이용한 광선 추적 방식을 적용하고자 한다. 굴절률을 이용한 광선추적 방식은 광선 역추적방식과 달리 광원의 위치와 입사각을 고정시킬 수 있으며, 비구면의 좌표점에 대해 엄밀 해를 구할 수 있다. 그리고 이를 이용한 비구면 렌즈 자동설계 프로그램을 개발하고자 한다.

또한 본 연구에서 설계한 비구면 렌즈를 검증하기 위하여 상의 굴절(refraction)현상 비교 실험과 직진성(straightness) 실험을 수행하고자 한다.

2. 비구면렌즈 설계

2.1 광선추적방식(Ray tracing method)

기하광학에서 렌즈의 배율과 상의 위치를 작도하기 위해서 광선추적방식이 적용된다. 이는 초점거리를 알고 있는 렌즈를 이용하여 물체의 크기, 위치가 변할 때 렌즈를 통한 위치와 크기 등을 판단하는 간단한 방법으로서 다음과 같은 간단한 규칙을 가진다.

- 1) 물체를 출발하여 렌즈에 평행하게 입사하는 광선은 렌즈 반대쪽 초점(Focal point)을 지난다.
- 2) 물체를 출발하여 렌즈 입사쪽 초점을 지나는 광선은 렌즈를 통과한 후 광축(Optical axial)과 평행하게 진행한다.
- 3) 물체를 출발하여 렌즈의 중심을 지나는 광선은 굴절하지 않고, 직진한다.

본 연구에서는 기존의 광선추적방식 중 비구면 렌즈 광축(Optical axial)상의 초점을 통과하는 광선은 광축과 평행하게 진행한다라는 규칙을 적용하여 비구면 렌즈를 설계하고자 한다.

2.2 비구면 렌즈의 수학적 모델링

Fig. 1에서 Y축은 축대칭 렌즈의 한 번이고, θ_0 는 레이저 시트의 최대각이다. 또한, H는 레이저 시트 발전부와 렌즈 중심까지의 거리를 나타내며, 이를 초점거리라 한다. 광선 추적방식에 의해 광축상의 레이저 시트 발생기(generator)에서 생성된 레이저가 렌즈를 통과한 후 축과 평행하게 된다.

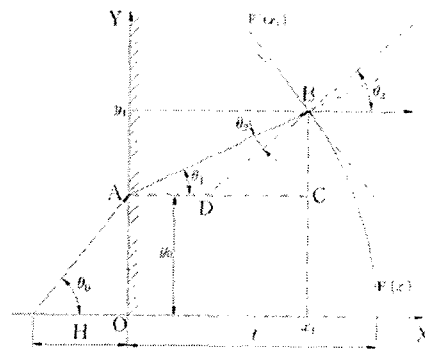


Fig. 1 Schematic diagram of geometric model for the aspherical lens

Fig. 1의 점 B를 통과하는 집선의 방정식 $F(x)$ 을 구하기 위하여, 먼저 θ_1 , θ_2 , θ_3 를 구해야 한다. A점에서의 굴절률 n_1 에 스넬의 법칙을 적용하면

$$n_1 = \frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_1} \quad (1)$$

이다.

(공기와 아크릴의 굴절률은 1/0.65 이므로 기지값이다.)

여기서, θ_0 는 처음 조건에서 주어지는 기지값이므로 θ_1 은 다음과 같다:

$$\theta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_0}{n_1}\right) \quad (2)$$

점 A와 B에서의 굴절률은 다음과 같은 관계를

가지고 있다:

$$n_1 = \frac{1}{n_2} \quad (3)$$

그리고 점 B에서의 굴절률 n_2 는 다음과 같이 정의된다:

$$n_2 = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3} \quad (4)$$

△또한, θ_3 는 동위각으로 $\angle BDC$ 와 같고 $\triangle ABD$ 에 삼각함수의 덧셈공식을 이용하여 정리하면 다음과 같다:

$$\frac{1}{n_2} = \frac{\sin\theta_1}{\tan\theta_2} + \cos\theta_1 \quad (5)$$

식 3)을 식 5)에 대입하면

$$n_1 = \frac{\sin\theta_1}{\tan\theta_2} + \cos\theta_1 \quad (6)$$

이고, 식 9)에서 θ_2 에 대해 정리하면 다음과 같다:

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta_1}{n_1 - \cos\theta_1}\right) \quad (7)$$

여기서 θ_3 는 식 2)와 식 7)을 이용하여

$$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2 \quad (8)$$

과 같이 구할 수 있다. 점 B를 지나는 직선의 방정식은 다음과 같다:

$$y = -\frac{1}{\tan\theta_3}x + C \quad (9)$$

그리고 점 A와 B를 지나는 직선의 방정식을 구하면 다음과 같다. 이때, 직선의 기울기가 $\tan\theta_1$ 이고, y절편이 y_0 이므로

$$y = \tan\theta_1 \cdot x + y_0 \quad (10)$$

이다. 위의 결과에서 비구면의 좌표점은 B점을 지나는 점선(식 9))과 직선 \overline{AB} 를 지나는 직선(식10))과의 교점이다.

그런데, 식 9)의 상수계수를 구할 필요가 있다. 즉, 연속성을 고려하여 θ_0 를 분할하고 우선 (L.O)의 초기조건을 사용하여 좌표값을 구할 수 순차적으로 그 결과로부터 비구면 좌표점을 구한다.

따라서, 식 10)의 점선의 방정식은 $(x_{\text{oid}}, y_{\text{oid}})$ 를 지내고, $-\frac{1}{\tan\theta_3}$ 의 기울기를 가지므로 다음과 같이 새롭게 정의할 수 있다:

$$(y - y_{\text{oid}}) = -\frac{1}{\tan\theta_3}(x - x_{\text{oid}}) \quad (11)$$

여기서 $(x_{\text{oid}}, y_{\text{oid}})$ 는 순차적인 계산에 있어서 기지값이고, 계산순서에 따라 초기치를 (L.O)로 한다. 따라서 식 10)과 식 11)을 인입하여 구하면 비구면의 각 위치 좌표를 다음과 같이 얻을 수 있다:

$$x = \frac{\frac{1}{\tan\theta_3}x_{\text{oid}} + y_{\text{oid}} - y_0}{\tan\theta_1 + \frac{1}{\tan\theta_3}} \quad (12)$$

$$y = \tan\theta_1 \cdot x + y_0 \quad (13)$$

2.3 비구면렌즈 자동설계 프로그램

굴절률을 이용한 광선추적방식에 의해 구해진 수식 12)와 13)을 이용하여 비구면 렌즈 모델링을 AutoCAD의 개발자 프로그램인 VisualLISP으로 구현하는 자동설계 프로그램을 개발하였으며, 이를 Fig. 2에 나타내었다.

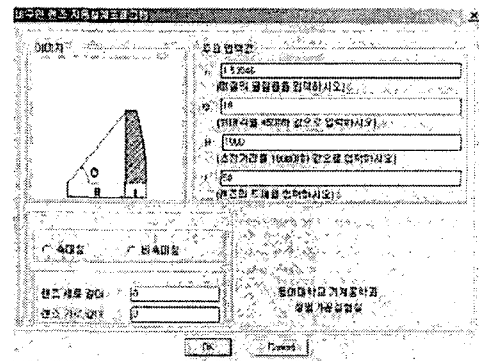
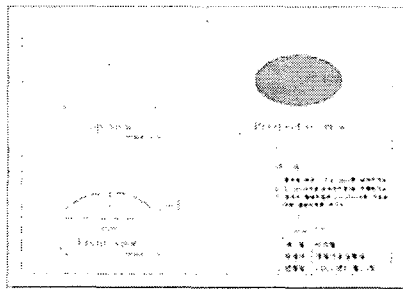
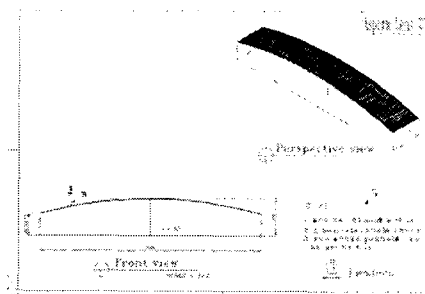


Fig. 2 Automatic design program for the aspherical Lens

Fig. 2에 나타난 비구면 렌즈 자동설계프로그램은 렌즈재료의 굴절률 n 과 최대 입사각 θ , 초점거리 H , 렌즈의 최대두께를 입력하면 본 연구에서 제안한 굴절률을 이용한 광선추적방식을 적용하여 축대칭 비구면렌즈와 비축대칭 비구면렌즈의 3차원 모델을 생성한다. 그 결과를 Fig. 3에 나타내었다.



a) axisymmetric aspherical lens



b) Large-Caliber aspherical lens

Fig. 3 Drafting of geometric model for the aspherical lens

3. 비구면렌즈 설계의 검증

본 연구에서는 비구면렌즈 설계를 검증하기 위하여 굴절실험과 직진성 실험을 수행하였다.



Fig. 4 Photography of refraction experiment

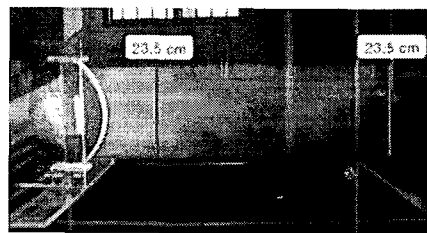
Fig. 4는 비구면렌즈와 구면렌즈에 대한 상의 굴절현상을 비교한 사진이다. 아래에 있는 축대칭 구면렌즈에서 상의 굴절현상을 확인할 수 있으며, 위에 있는 비축대칭 비구면렌즈는 전혀 상의 굴절현상이 나타나지 않는다.

Fig. 5는 비구면렌즈의 직진성 실험의 결과를 나타내고 있다. 레이저 발생기로부터 1 m 떨어진 지점과 5 m 떨어진 지점의 레이저 광선 폭을 조사하였으며, 동일하게 23.5 cm의 폭을 유지하고 있음을 보여

준다.



a)



b)

Fig. 5 Photography of experiment result for aspherical lens

4. 결론

굴절률을 이용한 광선추적방식을 적용하여 비구면 렌즈의 수학적 모델링을 개발하고, 이를 바탕으로 비구면렌즈 자동설계 프로그램을 개발하였다. 또한 이를 검증하기 위해 굴절실험과 직진성 실험을 실시한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 광선추적방식에 굴절률을 적용함으로써 수치 해석적 방법과 달리 비구면 좌표에 대한 업일 해를 구하였으며, 이로써 설계과정을 표준화할 수 있다.
2. 굴절률을 적용한 광선추적방식에 의해 설계시 초점거리, 입사각 등의 간단한 데이터 입력만으로 손쉽게 비구면을 생성할 수 있다.
3. 비구면 렌즈 자동설계 프로그램을 개발함으로써 다양한 형상의 축대칭, 비축대칭 비구면렌즈의 3차원 형상을 쉽게 얻을 수 있다.
4. 굴절실험과 직진성 실험을 통해 비구면 렌즈 좌표의 업일 해 및 자동설계 프로그램의 유효성을 입증하였다.

후기

본 연구는 산업자원부 지방기술혁신사업(김소형

제가공정정공정개발연구소) 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Beamonte, J. L., "Stability of the spherical aberration up to the fifth order in cemented doublets", *Journal of Optics A-pure and Applied Optics* 2, pp. 161-168, 2000.
2. Roman Hinsky, "Gradient-index meniscus lens free of spherical aberration", *Journal of Optics A-pure and Applied Optics* 2, pp. 449-451, 2000.
3. M^oller, K. D., *Optics*, University Science Books, pp. 1-73, 434-464, 2000.
3. K. Park, C. Y. Han, "Flow Simulation and Deformation Analysis for Injection Molded Plastic Lenses using Solid Elements", *Proceeding of Korean Society of Precision Engineering*, pp. 784-787, 2003.
4. W. B. Kim, S. J. Lee, Y. J. Kim, E. S. Lee, "Ultra-precision Polishing Technique for Micro 3-Dimensional Structures using ER Fluids", *Journal of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 19, No. 12, pp. 134-141, 2002.
5. Jesus Atencia and Manuel Quintanilla, "Ray tracing for holographic optical element recording with non-spherical waves", *Journal of Optics A-pure and Applied Optics* 2, pp. 387-397, 2001.
6. H.S. Kim, K.Y. Park, W.K. Lee, J.U. Jeon, "Design of Spherical Aberration Free Aspherical Lens by Use of Ray Reverse Tracing Method", *Journal of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 20, No. 10, pp. 191-198, 2003.