

압전분기회로를 이용한 보 구조물의 진동제어 파라미터 최적화 해석

임경채*, 조동수, 박우철(전남대학교 대학원 기계공학과), 기창두(전남대학교 기계공학과)

Parameter Optimization for Vibration Control of a Cantilever Beam Using Piezoelectric Shunt Damping System

K. C. Lim*, D. S. Cho, W. C. Park(Mecha. Eng. Dept., CNU), C. D. Kee(Mecha. Eng. Dept., CNU)

ABSTRACT

According to the mechanical-electrical coupling characteristics and the electrical impedance property of resistor-inductor-capacitor(RLC) series resonant circuit, the mechanical impedance analysis of a bimorph piezoceramic patch shunted with a series RLC resonant circuit is conducted. The displacement transfer function of a cantilever beam bonded with a piezoelectric shunt damping module is deduced in the case of single mode vibration of the beam. By the use of vibration damping theory of tuned mass damper system, the parameter optimization of piezoelectric shunt damping system is performed. The optimal resonant state of the shunting circuit can be obtained when the resistor and conductor are optimally adjusted. Test results show that the vibration control effect is well improved with optimized piezoelectric shunt system.

Key Words : Piezoelectric Resonant shunt circuit(압전분기회로), Piezoelectric material(압전재료), Passive vibration control(수동진동제어), Parameter Optimization(파라미터 최적화)

1. 서론

압전분기회로를 이용한 구조물의 수동진동감쇠의 원리는 압전재료의 순방향효과이다. 즉, 구조물의 진동에 의해 발생한 기계적인 에너지를 전기적 에너지로 변환하고 구조물에 부착된 압전재료와 연결된 저항 혹은 저항과 인덕터로 구성된 RC 또는 RLC 회로에 전하를 공급함으로써 회로에서의 전기적 에너지의 소모로 구조물의 진동을 감쇠시킨다. 이러한 압전분기회로를 이용한 진동감쇠는 분기회로에서의 전기적 에너지와 기계적 에너지의 변환의 불가역성 때문에 진동제어가 간편할 뿐만 아니라 좋은 강건성을 갖는다.

압전재료를 이용한 수동진동감쇠의 가능성은 처음 Forward와 Swigert¹에 의해 제시되었고 많은 이론적 근거는 90년대에 Hagood² 등에 의해 세워졌다. Hagood과 Flotow는 복잡한 주변기기를 사용하지 않고 인덕터(inductor)와 저항(resistor)로 구성된 간단한 회로, 즉 분기회로(shunt circuit)를 이용하여 구조물의 감쇠를 증가시킬 수 있는 수동감쇠방법을 제

안하고 특정 단일 모드의 진동감쇠에 대한 이론을 정립하였으며 보 구조물에 적용하여 실험적으로 증명하였다. Law³ 등은 외부 전기회로에서의 에너지발산과 modal strain energy의 관점으로 기존의 이론과 다른 감쇠능력을 평가하는 방법을 제시하였고 Hollkamp⁴와 Ghoneim⁵ 등은 하나의 압전재료로 여러 개의 모드(mode)를 감쇠할 수 있는 방법을 제시하였다.

본 논문에서는 압전재료가 부착된 외팔보의 전달함수의 특성을 분석하고 파라미터의 최적화를 통해 압전선트 댐핑을 이용한 구조물의 진동감쇠의 원리와 분기회로의 파라미터의 최적화에 대하여 연구한다.

2. 압전분기회로의 일반적인 모델링

압전재료를 부착한 빔 구조물에서 압전작동기와 압전감지기의 압전방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M\dot{w} + C\dot{w} + Kw = f_{ext} + \theta V_{SH} \quad (1)$$

$$q = \theta^T w + C_p V_{SH} \quad (2)$$

여기서 M , C , K 는 각각 압전재료에 부착된 빔 구조물의 질량, 댐핑, 강성 행렬이고 f_{ext} 와 V_{SH} 는 각각 시스템에 가해지는 외력과 압전전압을 나타내고 q 와 θ 는 각각 압전전하 행렬과 전기-기계 결합계수(electro-mechanical coupling coefficient)행렬이다. 분기회로의 압전방정식은 다음과 같이 정의할 수 있다.⁶

$$\begin{aligned} V_{SH} &= -Z_{SH} I \\ &= -Z_{SH} (\theta^T \dot{w} + C_p^T \dot{V}_{SH}) \\ &= -Z_{SH} \theta^T s w - Z_{SH} C_p s V_{SH} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 s 는 라플라스 변수(laplace parameter)이다.

$$V_{SH} = \frac{-Z_{SH} \theta^T s w}{1 + Z_{SH} C_p s} \quad (4)$$

식 (4)을 식 (1)에 대입하여 라플라스 영역에서 정의하면 다음과 같은 구성방정식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{M}{K} s^2 + \frac{C}{K} s + 1 + \frac{\theta \theta^T}{C_p K} \frac{Z_{SH} C_p s}{1 + Z_{SH} C_p s} \right) w(s) = \frac{f_{ext}(s)}{K} \quad (5)$$

$$\omega_n^E = \sqrt{\frac{K}{M}}, \quad \gamma = \frac{s}{\omega_n^E}, \quad \frac{C_p}{K} s = 2\xi\gamma, \quad K_{ij}^2 = \frac{\theta \theta^T}{C_p K},$$

$$\hat{Z} = Z_{SH} C_p s$$

여기서 ω_n^E 는 쇼트상태(short circuit)의 압전재료에 부착된 구조물의 기계적인 공진주파수, γ 는 무차원 고유진동수(non-dimensional frequency), K_{ij} 는 일반화 전기-기계 결합계수(generalized electromechanical coupling coefficient)이고, 식 (5)에 대입하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\left(\gamma^2 + 2\xi\gamma + 1 + K_{ij}^2 \frac{\hat{Z}}{1 + \hat{Z}} \right) w = w_{st} \quad (6)$$

여기서 \hat{Z} 는 일반화 공진 임피던스(generalized resonant impedance), 즉 외부 회로를 포함한 전기적 임피던스로서 이 값을 외부회로로 조절함으로써 압전재료의 기계적 특성도 조절 가능함을 알 수 있다.

식 (6)에 의해 다음과 같은 압전재료에 부착된 구조물의 변위에 대한 전달함수를 구할 수 있다.

$$\frac{w}{w_{st}} = \frac{1 + \hat{Z}}{(1 + \hat{Z})(\gamma^2 + 2\xi\gamma + 1) + K_{ij}^2 \hat{Z}} \quad (7)$$

직렬 저항기 분기회로의 임피던스는 다음과 같다.

$$Z_{SH}^{sc} = Ls + R \quad (8)$$

이때 직렬 저항기 분기회로의 일반화 공진주파수에 서의 임피던스는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{Z} &= Z_{SH}^{sc} C_p s = \gamma^2 LC_p (\omega_n^E)^2 + RC_p \omega_n^E \gamma \\ &= (\gamma^2 + r\gamma\delta^2) / \delta^2 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 사용된 각각의 무차원화 변수들은 각각 동조비 $\delta = 1/(\sqrt{LC_p} \omega_n^E) = \omega_e / \omega_n^E$ 이고 ω_e 는 직렬 저항기 분기회로의 공진주파수이며, 전기적인 감쇠계수 $r = RC_p \omega_n^E$ 이다. 공진분기회로를 시스템의 관점에서 보면 스프링-댐핑-질량으로 구성되는 기계적 진동 시스템의 흡진기와 유사하다. 질량과 시스템의 자체 강성, 그리고 시스템의 자체 강성과 평행하게 연결된 모달 임피던스가 첨가된 시스템에 외력이 가해질 때의 힘과 변위에 관한 시스템의 일반화한 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{w}{w_{st}} = \frac{\delta^2 + r\gamma\delta^2 + \gamma^2}{(\delta^2 + r\gamma\delta^2 + \gamma^2)(\gamma^2 + 2\xi\gamma + 1) + K_{ij}^2 (\delta^2 + r\gamma\delta^2)} \quad (10)$$

3. 직렬 분기회로의 파라미터의 최적화

직렬 분기회로의 파라미터의 최적화 문제는 전달함수 최적화 방법으로 실현할 수 있다. 압전재료가 부착된 시스템의 전달함수 식 (7)에서 라플라스 변수 s 는 하나의 복소 주파수로서 그의 허수부는 시스템의 진동주파수를 결정하는데 실수부분을 영이라고 가정하고 $g = \omega / \omega_n^E$ 라 하면 압전재료가 부착된 빔 구조물의 변위의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{w}{w_{sc}} = \frac{-g^2 + r\gamma\delta^2 i + \delta^2}{(\delta^2 + 1)(-g^2 + r\gamma\delta^2 i + \delta^2) + K_{ij}^2 (\delta^2 + r\gamma\delta^2)} \quad (14)$$

식 (14)에 의해 전달함수의 진폭을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left| \frac{w}{w_{sc}} \right| &= \\ &= \frac{\sqrt{(\delta^2 - g^2)^2 + (\delta^2 r g)^2}}{\sqrt{[(1 - g^2)(\delta^2 - g^2) - K_{ij}^2 g^2]^2 + [(1 - g^2)\delta^2 r g + K_{ij}^2 \delta^2 r g]^2}} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)로부터 알 수 있듯이 압전선트 댐핑 시스템의 전달함수는 g 을 독립변수로 하는 함수이다. 그러므로 직렬 저항기 분기회로의 파라미터의 최적화의 실질은 적당한 δ 와 r 을 선택함으로써 변위 전달함수의 진폭을 최소화하는 것이다. 즉 δ 와 r 의 최적치를 구함으로써 분기회로의 전기적 파라미터 L 와 R 을 최적화하는 것이다.

식 (15)에 의해 $r=0$ 과 $r=\infty$ 일 때의 시스템의 전달함수의 진폭은 다음과 같은 수식으로 표현할 수 있다.

$$\left| \frac{w}{w_{stc}} \right|_{r=0} = \left| \frac{\delta^2 - g^2}{(1-g^2)(\delta^2 - g^2) + K_{ij}^2 g^2} \right| \quad (16)$$

$$\left| \frac{w}{w_{stc}} \right|_{r=\infty} = \left| \frac{1}{1-g^2 + K_{ij}^2} \right| \quad (17)$$

여기서 $\delta=1.012$, $K_{ij}^2=0.0012$. S, T 두 점의 g 값은 식 (16)과 식 (17)의 $|w/w_{stc}|$ 이 같아야 함으로 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$g^4 - (1 + K_{ij}^2 + \delta^2)g^2 + (1 + \frac{1}{2}K_{ij}^2)\delta^2 = 0 \quad (18)$$

여기서 $r=0$ $r=\infty$ $r=0.11$ $r=0.03$ ($r \rightarrow 0 \sim \infty$ 사이에서 임의로 선택) 값을 선택하여 식 (16)에 대입하여 4 개의 무차원 주파수 g 와 시스템의 전달함수의 진폭의 관계 곡선을 얻을 수 있다.

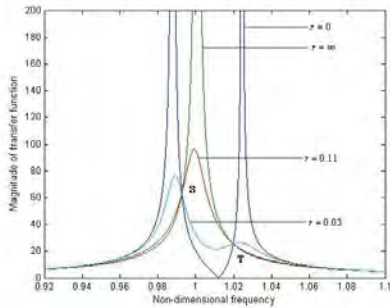


Fig. 1 Analytical transfer response of the Piezo/beam system

식 (18)의 두 개의 근 g_s^2 와 g_T^2 는 S, T 두 점의 X 좌표를 결정하고 다음과 같다.

$$\left(\frac{w}{w_{st}} \right)_S = \frac{1}{1-g_s^2 + K_{ij}^2}$$

$$\left(\frac{w}{w_{st}} \right)_T = \frac{1}{1-g_T^2 + K_{ij}^2} \quad (19)$$

S, T 두 점의 Y 좌표가 같은 경우에 식 (18)의 두 근이 최적의 값을 가지며, 또한 근과 계수의 관계에 의해 다음과 같은 두 식을 구할 수 있다.

$$g_s^2 + g_T^2 = 2(1 + K_{ij}^2) \quad (20)$$

$$g_s^2 + g_T^2 = 1 + K_{ij}^2 + \delta^2 \quad (21)$$

식 (20)과 식 (21)에 의해 δ 의 최적의 값을 구하면 다음과 같다.

$$\delta_{opt} = \sqrt{1 + K_{ij}^2} \quad (22)$$

식 (22)로부터 알 수 있듯이 동조비 δ 의 최적값 δ_{opt} 는 전기적인 감쇠계수 r 의 값과 무관하게 시스템의 전달함수의 진폭 $|w/w_{sT}|$ 과 무차원 주파수 g 의 변화곡는 종좌표가 같은 S, T 두 점을 지난다.

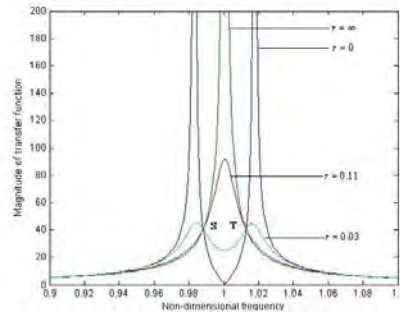


Fig. 2 Analytical transfer response of the Piezo/beam system($\delta = \delta_{opt}$)

또한 만약 전기적인 감쇠계수 r 을 적당히 선택하면 곡선상의 모든 점의 종좌표의 최적대치 r_{opt} 는 S, T 두 점의 종좌표와 같다. 그러므로 압전선트 댐핑을 이용한 진동 시스템의 파라미터의 최적화 과정은 공진분기회로를 시스템의 관점에서 보면 스프링-감쇠기-질량으로 구성되는 기계적 진동 시스템의 최적화 과정과 유사하다.

식 (22)을 식 (18)에 대하여 방정식의 두 개의 근을 구하면 다음과 같다.

$$g_s^2, g_T^2 = (1 + K_{ij}^2) \pm \sqrt{K_{ij}^2(1 + K_{ij}^2)}/2 \quad (23)$$

식 (23)을 식 (19)에 대입하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\left| \frac{w}{w_{sT}} \right|_{s,T} = \sqrt{2/(K_{ij}^2(1 + K_{ij}^2))} \quad (24)$$

식 (23)에서 K_{ij}^2 값은 매우 작으므로 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$g_s^2 \cdot g_T^2 = (1 + K_{ij}^2) = \delta_{opt} \quad (25)$$

위 식을 식 (15)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{w}{w_{sT}} = \frac{\sqrt{1 + K_{ij}^2} \cdot r}{-K_{ij}^2} \cdot i \quad (26)$$

위 식과 식 (24)에 의하여 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다. 또한 위 식에 의해 전기적인 감쇠계수 r 의 최적값 r_{opt} 을 구하면 다음과 같다.

$$r_{opt} = \frac{\sqrt{2}K_{ij}}{1 + K_{ij}^2} \quad (27)$$

압전재료가 부착된 보 구조물의 주파수응답으로부터 개회로 및 쇼트회로 상태에서의 공진주파수를 구하고 식 (28)에 의하여 일반화 기계-전기 결합계수 K_{ij} 를 구하면 δ 와 r 의 최적치 δ_{opt} 와 r_{opt} 를 구함으로써 최적화한 시스템의 전달함수 진폭곡선을 구할 수 있다.²

$$K_{ij}^2 = \frac{(\omega_n^{open})^2 - (\omega_n^{short})^2}{(\omega_n^{open})^2} \quad (28)$$

4. 실험 및 토의

본 연구에서는 앞에서 서술한 결과를 실험적으로 확인하기 위하여 압전재료가 부착된 알루미늄 외팔보의 실험을 통하여 일반화 기계-전기 결합계수 K_{ij} 를 구하여 그 값에 의하여 시스템의 전달함수 진폭곡선을 구함으로써 유효성을 보였다.

실험에 312×20×2.25 mm의 알루미늄 보 구조물을 사용하였고 밀도는 2.7×10³ kg/m³, 탄성계수는 7×10¹⁰ Pa이며 압전분기회로에 사용된 60×20×04 mm의 PZT 물성치는 다음과 같다. 기계-전기 결합상수 $K_{31}=0.593$, Capacitance 5.73×10⁻⁸F, Mechanical quality factor $Q_m=14.7$ 이다. PZT는 외팔보의 고정부로부터 2 mm에 부착하였으며, 실험을 통해 구한 개회로 및 쇼트회로 상태에서의 공진주파수는 각각 $\omega_n^{open}=20.66$ Hz, $\omega_n^{short}=20.55$ Hz이다. 식 (27)을 이용하여 K_{ij}^2 의 값은 0.0106이다.

Fig. 3는 압전재료가 부착된 외팔보의 진동실험결과이다. (a)는 압전분기회로를 부착하지 않은 빔을 가진 하였을 때의 주파수응답이고 (b)는 앞에서 제기한 방법에 의해 최적의 파라미터를 구하여 실험에 적용한 실험한 결과이다. Fig. 3에서 볼

수 있듯이 $\delta = \delta_{opt}$, $r = r_{opt}$ 일 때 구한 $R=170 \Omega$ 으로 실험한 결과 목표모드(target mode)에서 큰 진동저감 효과를 볼 수 있었다.

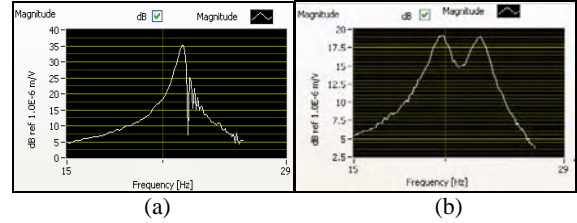


Fig. 3 Frequency response of Piezo/beam system

4. 결론

본 논문에서는 압전분기회로를 이용한 빔 구조물의 전달함수의 특성을 분석하고 모달 임피던스가 첨가된 시스템의 힘과 변위에 관한 일반화된 전달함수를 구하고 구한 전달함수의 최적화 해석을 통해 직렬 분기회로의 파라미터의 최적화 방법을 제시하고 실험을 통하여 제시한 방법의 유효성을 보였다.

참고문헌

1. Forward, R. L., Swigert, C. J., "Electronic Damping of Orthogonal Bending Modes in a Cylindrical Mast-theory," Journal of spacecraft and Rockets, Vol. 18, pp. 5-10, 1981.
2. Hagood, N. W., Flotow, A. V., "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks," Journal of Sound and Vibration, Vol. 146(2), pp. 243-268, 1991.
3. Law, H. H., Rossiter, P. L., Simon, G. P. and Koss, L. L., "Characterization of mechanical vibration damping by piezoelectric materials," Journal of sound and vibration, Vol. 194(4), pp. 489-513, 1996.
4. Hollkamp, J. J., "Multimodal passive vibration suppression with piezoelectric materials and resonant shunts," Journal of intelligent material systems and structures, Vol. 5, pp. 49-57, 1994.
5. Ghoneim, H., "Application of the electromechanical surface damping to the vibration control of a cantilever plate," Journal of vibration and Acoustics, Vol. 118, pp. 551-557, 1996.
6. Park, C. H., "Dynamics modeling of beams with shunted piezoelectric elements," Journal of Sound and Vibration Vol. 268, pp. 115-129, 2003.