

변형률 분할기법을 이용한 철근콘크리트 슬래브의 비선형 유한요소해석

Nonlinear Analysis of RC Slabs based on the Strain Decomposition Technique

정 원 석* 우 영 진**
Chung, Wonseok Woo, Youngjin

ABSTRACT

This paper describes a reinforced concrete crack model, which utilizes a strain decomposition technique. The strain decomposition technique enables the explicit inclusion of physical behavior across the cracked concrete surface such as aggregate interlock and dowel action rather than intuitively defining the shear retention factor. The proposed concrete crack model is integrated into the commercial finite element software ABAQUS shell elements through a user-supplied material subroutine. The FE results have been compared to experimental results reported by other researchers. The proposed bridge FE model is capable of predicting the initial cracking load level, the ultimate load capacity, and the crack pattern with good accuracy.

1. 서 론

본 연구에서는 변형률 분할기법에 근거한 분산균열모형을 2차원 콘크리트 재료모델에 적용하고, 이를 적층 쉘요소에 적용하여 비선형 유한요소해석을 수행하였다. 콘크리트는 균열이 발생한 후에도 골재맞물림 현상(Aggregate Interlock)과 철근전단저항 현상(Dowel Action)을 통해 전단에 저항할 수 있다. 이러한 현상을 반영하기 위해 기존의 모델은 간단히 전단유지계수(Shear Retention Factor)를 전단계수에 곱하여 고려하는 방법을 채택하였으나⁽¹⁾, 전단유지계수 결정시 경험치를 사용해야 한다는 한계가 있다. 이를 보완하기 위해 변형률분할기법을 통한 2차원 콘크리트의 재료모델링 기법이 제안 되었으며⁽²⁾, 이를 통해 콘크리트 재료 연구자들이 제시한 균열면에서의 골재맞물림과 철근전단저항 현상을 콘크리트 균열모델에 적용할 수 있는 모델⁽³⁾도 개발되었다.

본 연구의 콘크리트 재료모델은 분산균열 모델을 사용하여 비교적 간편하며, 변형률분할기법을 사용하므로 이산균열모델에서 물리적으로 구현 가능한 골재맞물림과 철근전단저항 모델을 고려할 수 있다는 장점이 있다. 개발된 2차원 콘크리트 재료모델을 ABAQUS⁽⁴⁾의 사용자정의 재료모델(UMAT)을 통해 적층 쉘요소과 통합하여 슬래브 해석을 위한 3차원 힘문제에 적용하였다. 철근의 모델은 프로그램이 제공하는 Rebar요소를 이용하여 콘크리트 요소와 완전부착으로 가정하였으며, 부착등의 손실은

* 정회원, 한국철도기술연구원 선임연구원

** 대림산업(주) 기술연구소 과장

인장증강효과(Tension Stiffening)를 콘크리트 모델에 적용하여 고려하였다. 비선형 해석기법과 그 외의 프로그램 전후처리는 ABAQUS에서 제공하는 여러 기능을 사용하였다. 재료모델의 검증을 위해 각기 다른 구속조건을 가진 정사각형 철근콘크리트 슬래브의 실험치와 비교하여 타당성을 검토하였다.

2. 콘크리트 균열 모델

본 연구의 콘크리트 균열모델은 분산균열모델로써 변형을 분할기법⁽²⁾을 이용하였다. 변형을 증가분은 식 (1)과 같이 균열에 의한 변형을 증가분인 $d\epsilon^{cr}$ 와 균열이 발생하지 않은 콘크리트에 의한 변형을 증가분 $d\epsilon^{sc}$ 으로 나눌 수 있다.

$$d\epsilon = d\epsilon^{sc} + d\epsilon^{cr} \quad (1)$$

이러한 분할기법을 이용하면 콘크리트 균열시 전단에 저항하는 현상인 골재맞물림과 철근전단저항의 물리적 모델을 재료모델링에 고려할 수 있다.

그림 1과 같은 균열 좌표계(n-t 좌표계)에서의 변형률은 다음과 같은 요소로 표현된다.

$$\epsilon_{nn}^{cr} = w/s \quad \text{or} \quad \gamma_{nt}^{cr} = v/s \quad (2)$$

여기서 w, v는 균열 변위(crack displacement), s는 인접한 균열의 간격이다. $d\epsilon^{cr}$ 에 대응하는 균열면의 응력 증가분은 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$dt^{cr} = \{d\sigma_{nn}^{cr} \quad d\sigma_{nt}^{cr}\}^T \quad (3)$$

식(5)에서 정의된 전체좌표계와 균열좌표계간의 변환을 고려한 좌표변환 행렬(Ω)을 이용하면 식 (4)과 같은 변환이 가능하다.

$$\begin{aligned} d\epsilon^{cr} &= \Omega d\epsilon^c \\ dt^{cr} &= \Omega^T d\sigma^c \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ 2\cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

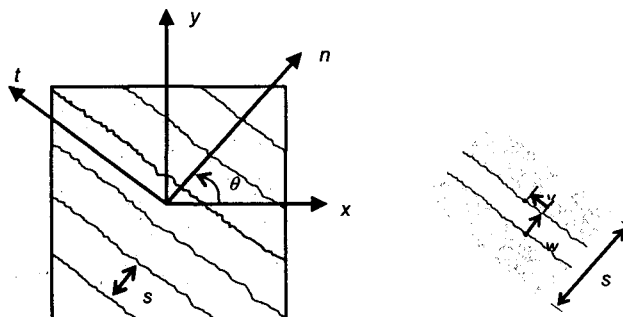


그림 1 전체좌표계와 균열좌표계

균열이 발생한 철근콘크리트 요소의 응력 증분은 균열면에서의 골재맞물림과 철근전단저항에 의한 것으로 가정한다.

$$\begin{aligned}\sigma_{nm}^c &= \sigma_{nm}^a + \sigma_{nm}^d \\ \sigma_{ni}^c &= \sigma_{ni}^a + \sigma_{ni}^d\end{aligned}\quad (6)$$

여기서 윗첨자 d는 철근전단저항을 의미하며 a는 골재맞물림을 표현한다. 식(2)와 골재맞물림과 철근전단저항의 관계를 이용하면 균열 좌표계에서의 응력-변형을 관계를 유도할 수 있다.

$$d\mathbf{t}^{cr} = (\mathbf{B} + \mathbf{G}) \begin{Bmatrix} dw \\ dv \end{Bmatrix} = s(\mathbf{B} + \mathbf{G})d\mathbf{e}^{cr}\quad (7)$$

여기서 \mathbf{B} 는 골재맞물림 강성행렬이며 \mathbf{G} 는 철근전단저항의 강성행렬이다. 식(7)를 식(4)에 대입하여 정리한 후 역행렬을 취하면 식(8)과 같은 균열이 발생한 콘크리트의 구성관계를 성립할 수 있다.

$$d\boldsymbol{\sigma}^c = \mathbf{C}^{conc}d\boldsymbol{\varepsilon}\quad (8)$$

여기서 $\mathbf{C}^{conc} = (\boldsymbol{\Omega}\mathbf{S}^{cr}\boldsymbol{\Omega}^T + \mathbf{S}^{sc})^{-1}$. 이러한 방법은 고정 분산균열모델에서 전단계수를 이용하여 전단계수 값을 임의의 값으로 줄이는 방법보다 합리적이며 보다 현실적인 모델이라 할 수 있다.

본 연구에서 채택한 고정 분산균열 모델의 경우, 균열이 발생한 후 주응력방향이 균열면과 직교하지 않으므로 하중이 증가함에 따라 균열은 열릴 뿐만 아니라 전단을 받게 된다. 이는 균열면의 골재맞물림과 철근전단저항 현상으로 대표된다. 따라서, 식(7)에서 제시된 골재맞물림 강성행렬 (\mathbf{B})과 철근전단저항 강성행렬 (\mathbf{G})의 결정이 필요하다. 골재맞물림 현상은 Walraven이 제시한 Two-phase 해석모델에 근거하여 수행된 실험에서 도출한 균열면에서의 응력-변형을 관계를 이용하였으며⁽⁵⁾, 철근전단저항은 Beam on Elastic Foundation 이론⁽⁶⁾을 사용하였다.

콘크리트 균열 후의 부착의 감소 등의 현실적인 철근콘크리트 균열부재의 해석을 위해 많은 연구자들이 콘크리트 재료에서 균열발생 후 인장증강효과(Tension Stiffening)를 적용하여 왔다. 본 연구에서는 콘크리트의 응력이 인장강도에 도달한 후, 선형 하중제거부분을 콘크리트 재료모델에 추가하여 인장증강효과를 고려하는 방법을 사용하였다.

3. 콘크리트 파괴규준

본 연구의 콘크리트 재료의 파괴모드는 그림 3과 같이 콘크리트 인장축 균열에 의한 균열파괴모드와 압축축 콘크리트 항복에 의한 항복파괴모드로 나뉜다. 즉, 파괴모드는 파괴포락선의 주응력 비가 1/15인 선에 따라 구분된다⁽⁷⁾.

인장균열은 주응력이 콘크리트의 일축인장강도(f_t)에 도달했을 때 주응력 방향의 수직으로 발생하는 것으로 가정하며 균열모드의 파괴규준(Failure Criterion)은 식(9)과 같이 표현된다.

$$f_x(\sigma) = (\sigma_1 - f_t)(\sigma_2 - f_t) = 0\quad (9)$$

한편, 콘크리트의 주응력이 파괴포락선인 bc에 이르면 파괴모드는 항복모드로 콘크리트는 완전소성 거동을 보이는 것으로 가정하였다. 항복 파괴규준은 식(10)과 같이 표현된다.

$$f_{yi}(\sigma) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 - f_{cc}^2 = 0\quad (10)$$

파괴규준 내의 응력상태는 선형탄성이며 von Mises 파괴규준에 이르면 상관소성흐름법칙(Associate Flow Rule)에 따라 완전소성거동을 하는 Plandtl-Reuss (J2) 소성모델을 사용하였다.

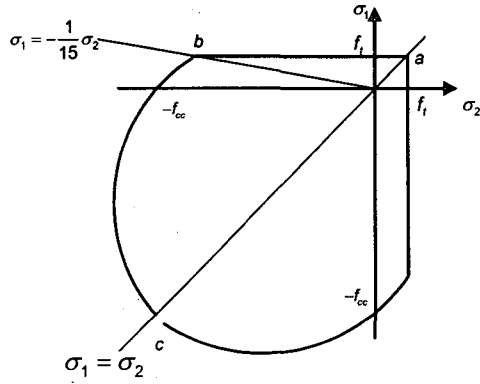


그림 2. 파괴규준

5. 수치해석예제

첫번째 해석예제는 Jofriet과 McNeice⁽⁸⁾가 실험한 두께 4.45 cm, 한 변의 길이가 91.44 cm인 정사각형 슬래브이다. 경계조건은 각 구석이 힌지로 구속되었으며, 하중은 슬래브의 중앙점에 작용되었다. 구조물과 하중이 각 축에 대해 대칭이므로 슬래브의 1/4을 이용하여 유한요소 모델을 구성하였다. 실험 슬래브의 단면과 채택된 유한요소 모델은 그림 3(a)와 같다. 실험에 사용된 콘크리트와 철근은 재료 물성치는 표 1에 제시되었으며 "*"는 전형적인 콘크리트 재료 실험자료로부터 가정된 값이다. 콘크리트 슬래브는 8절점 Mindlin 요소인 ABAQUS S8R 쉘요소를 이용하였으며, 길이 방향으로 9개의 적분점으로 나누었다. 철근은 쉘요소 내에 ABAQUS Rebar요소를 이용하여 모델하였으며, 재료의 거동은 인장/압축축 모두 항복시까지의 선형탄성이며 항복 후에는 극한응력까지 선형 항복거동을 보이는 것으로 가정하였다.

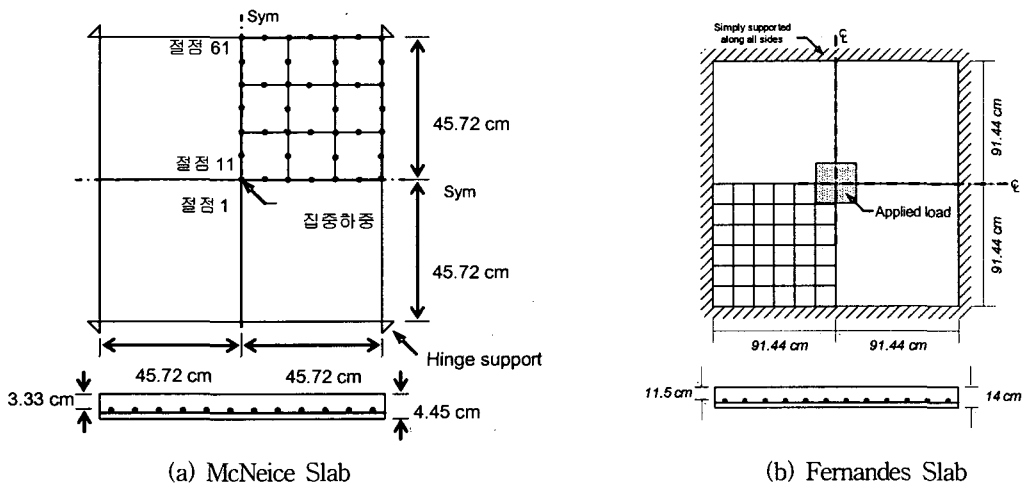


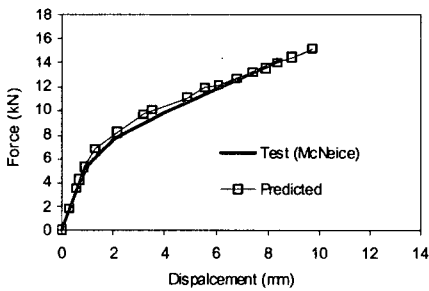
그림 3. 검증 수치해석 예제

표 1. 재료물성치

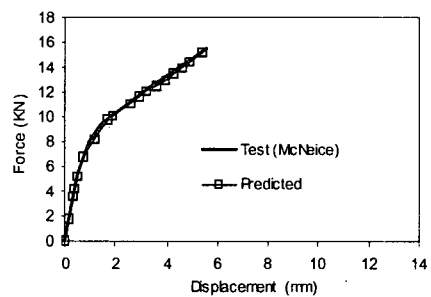
	McNeice Slab ⁽⁸⁾		Fernandes Slab ⁽⁹⁾	
	콘크리트	철근	콘크리트	철근
탄성계수 (GPa)	28.61	200	27.60	207
항복응력 (MPa)	-	241	-	303
극한응력 (MPa)	-	345	-	414
압축강도 (MPa)	38	-	47.7	-
인장강도 (MPa)	3.1*	-	3.6 - 4.8	-
철근비	-	0.0085	-	0,0081

그림 4는 각기 다른 절점에서 하중-변위 관계를 실험치와 비교한 것이다. 그림 4(a)는 절점 11에서 하중-변위 관계를 도시한 것으로, 초기에는 선형거동을 보이다가 약 3,590 N의 하중에서 슬래브 밑면의 최초 균열이 감지되었다. 그 후 최초 철근항복하중인 14,000 N에 이르기까지 균열의 확산에 따른 심한 비선형 거동을 보였다. 예측된 극한강도는 15,190 N으로 실험치와 약 6 %정도의 차이를 보였다. 그림 4(b)는 자유단(절점 61)에서의 하중-처짐 곡선을 나타낸 것으로 해석모델이 철근콘크리트 슬래브의 실제 거동을 비교적 정확히 예측하고 있음을 확인할 수 있다.

콘크리트의 최초균열 방향은 최대 주응력이 콘크리트 인장강도에 도달했을 때의 최대 주응력 방향에 수직으로 발생한다. 결정된 균열방향은 나머지 수치해석 과정에서 고정되며, 균열 접선방향의 응력이 인장강도보다 클 시에 또 다른 균열이 최초 균열 방향에 수직으로 발생하는 것으로 가정하였다. 이러한 방법을 통해 예측된 균열방향은 그림 5에 나타나 있다. 비록 콘크리트 재료의 이산적인 균열의 형태를 찾아낼 수는 없지만 전체적인 균열패턴이 실험결과와 일관적인 것을 알 수 있다.

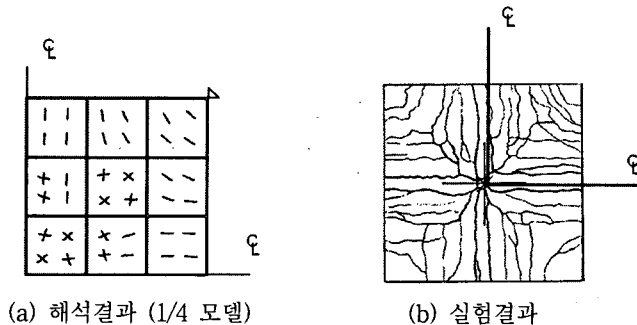


(a) 절점 11



(b) 절점 61

그림 4. 하중-변위 곡선 (McNeice slab).



(a) 해석결과 (1/4 모델)

(b) 실험결과

그림 5. 파괴시 슬래브 하면의 균열패턴(McNeice slab).

두번째 해석예제는 Fernandes 와 Venturini⁽⁹⁾에 의해 수행된 철근콘크리트 슬래브이다. 슬래브는 그림 3(b)와 같이 182.9 cm인 정사각형 슬래브로 각 면이 단순 지지되었다. 구조물의 두께는 14 cm이며 철근은 폭 100 mm당 1.132 cm²의 면적으로 단면 도심으로부터 4.45 cm 떨어진 곳에 양방향으로 배치되었다. 작용하중은 집중하중으로 25.4 cm×25.4 cm의 면적에 분포시켜 구조물의 파괴 시까지 작용하였다. 실험에서 사용된 재료의 물성치는 표 1에 제시하였다. 유한요소 모델의 구성은 McNeice슬래브에서 채택된 방법과 동일하다.

그림 6은 슬래브의 중앙점에서의 하중-처짐 곡선을 나타내는 그래프이다. 실험에서 콘크리트 재료 시편의 인장강도를 제시하지 않았으므로 각기 다른 콘크리트의 인장강도를 이용하여 실험치와 비교하였다. 그 결과 콘크리트의 인장강도가 압축강도의 약 7.5 %에서 9 % 정도에서 실험치와 근사한 결과를 보였다. 인장강도가 압축강도의 9 % 결과로 해석결과를 실험치와 비교하였을 때 5 kN 이하의 하중에서 최초 균열이 감지되었으며 철근은 약 220 kN에서 최초로 항복되었다. 극한하중은 실험치와 4 % 이하의 차이를 보이나 극한 변위의 예측은 비교적 큰 차이를 보였다. 그림 7은 극한하중 하의 슬래브 상면과 하면의 균열 패턴을 보여준다. 슬래브 하면에서 1개의 적분점을 제외한 모든 적분점에서 균열이 발생하였으며, 슬래브 상면에서는 하중 재하점 근처에서 콘크리트가 압축강도에 도달하여 항복하였음을 알 수 있다.

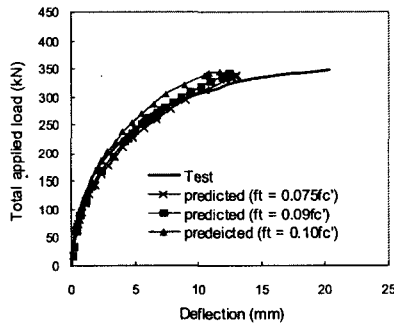
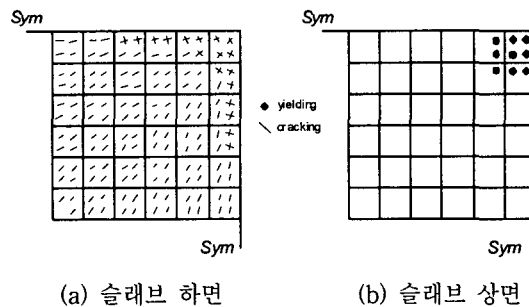


그림 6. 중앙점에서의 하중-처짐 곡선 (Fernandes slab)



(a) 슬래브 하면

(b) 슬래브 상면

그림 7. 극한하중에서의 균열패턴 (Fernandes 슬래브의 1/4 모델)

6. 결 론

본 연구에서는 변형률분할기법에 근거한 분산균열모델을 채택하여 콘크리트 균열면에서 발생하는 철근전단저항과 골재맞물림 현상을 보다 현실적으로 고려하였다. 콘크리트의 재료파괴를 크게 압축항복과 인장축 균열 파괴로 나누어 재료모델을 구성한 후 상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS의 적층 쉘요소(Layered Shell Element)와 사용자 정의 재료 부 프로그램(UMAT)을 이용하여 통합함으로써 ABAQUS의 비선형 해석 알고리즘을 직접 이용할 수 있도록 구현하여 철근콘크리트 슬래브의 휨 파괴 문제에 적용하였다.

본 논문에서 제시한 비선형 해석방법의 정확도를 검증하기 위해 각기 다른 구속조건 하에서 극한하중을 받는 철근콘크리트 슬래브 구조물의 극한해석을 수행하여 실험 결과와 비교하였다. 그 결과 본 연구의 재료 모델이 초기균열 하중, 극한 하중, 철근 항복하중, 균열 패턴 등을 비교적 정확히 예측할 수 있음을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

1. Isenberg, J., ed., Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures. State of the Art Rep., Proc., International Workshop, ASCE, New York.1993.
2. de Borst, R. and Nauta, P., "Non-Orthogonal Cracks in a Smeared Finite Element Model," *Engineering Computation*, Vol. 2, No. 3, 1985, p. 35-46.
3. Chung, W. and Sotelino, E.D., "Nonlinear Finite Element Analysis of Composite Steel Girder Bridges," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 131, No. 2, 2005, p. 304-313.
4. ABAQUS/Standard User's Manual - Version 6.2., ABAQUS, Inc., Pawtucket, R.I., 2001
5. Reinhardt, H.W. and Walraven, J.C., "Cracks in Concrete Subject to Shear," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 108, No. 1, 1982, p. 207-224.
6. He, X.G and Kwan, A.K.H., "Modeling Dowel Action of Reinforcement Bars for Finite Element Analysis of Concrete Structures," *Computers & Structures*, Vol. 79, No. 6, 2001, p. 595-604.
7. Lin C. and Scordelis A.C., "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 101, No. 3, 1975, p. 523-538.
8. Jofriet, J.C. and McNeice G.M., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 97, No. 3, 1971, p. 785-806.
9. Fernandes, G.R. and Venturini, W.S., "Non-linear Boundary Element Analysis of Plates Applied to Concrete Slabs," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 26, 2002, p. 169-181.