

압연변두께 강판의 극한강도

Ultimate Strength of Longitudinally Profiled Plate

황 원 섭*
Hwang, Won-Sup

박 완 배**
Park, Wan-Bae

ABSTRACT

This paper presents the estimation of buckling coefficients and an ultimate strength for a longitudinally profiled plate (LP plate). From the buckling analysis of the LP plate compressed in one direction, the buckling coefficients for the thickness ratio are obtained by Rayleigh-Ritz method and Galarkin method. This paper also provides the technique of a finite element analysis considering the residual distributions of residual stresses and forces equilibrium in the LP plate. The strength behavior of the LP plate obtained from the analysis shows that the ultimate strength differs from the strength which is calculated from the current design code. Based on the results, this paper presents some new proposals about the strength evaluations of the LP plate.

1. 서 론

최근 강교량의 경쟁력향상을 위하여 설계 및 제작 그리고 가설후의 유지관리 등이 수월한 합리화교량의 개발에 대한 검토가 활발히 진행되고 있다. 이는 재료비에 비해 상대적으로 인건비의 영향이 증가하고 있는 사회환경의 변화를 반영코자 한 것으로서, 종래의 강재증량을 기초로 한 적산체계로부터 인건비중심의 새로운 적산체계의 이행을 염두에 둔 것이라고 할 수 있다.

이와 같은 취지를 바탕으로 교량구조를 단순화시키고자 하는 경우 단면력이 작은 단면에서도 극후판을 그대로 사용해야 한다는 것과 볼트구멍의 제작 등으로 인한 결손 단면적을 고려하여 채택한 보강단면을 부재 전체에 적용해야 하는 문제가 발생하게 된다. 압연 변두께 강판(이하 LP강판)은 길이 방향으로 두께가 변화하는 단면으로서 이상의 문제점을 해결하고 교량설계의 합리화를 추진하기 위하여 개발된 것이다. 그러나 이러한 LP강판을 교량설계에 적용하기 위해서는 그 내하력 특성을 고려한 설계기준의 확립이 필요나 현재로서는 이를 위한 기초 데이터가 거의 없는 실정에 있다.

따라서 이 연구에서는 우선 레일리-리츠(Rayleigh-Ritz)법과 갤러킨(Galarkin)법에 의한 좌굴해석을 통하여 LP강판의 좌굴계수를 구하는 방법을 제시하고자 한다. 다음으로 LP강판의 FEM해석기법을 개발하고, 이로부터 구한 강도특성과 기존설계식과의 비교로부터 현행 평가식의 문제점에 대하여 검토를 하는 것으로 한다. 또한 LP강판의 폭-두께비 파라메타와 FEM해석결과로부터 얻은 극한강도와 비교를 통하여 LP강판의 극한강도 평가식을 제안하고자 한다.

* 정회원 · 인하대학교 토목공학과 교수

** 인하대학교 토목공학과 박사과정

2. LP강판의 좌굴해석

2.1 LP강판의 좌굴방정식

그림 1은 x 방향으로 변의 길이가 a , y 방향으로 변의 길이가 b 이고 두께 t 가 x 방향을 따라 선형적으로 변화하는 압축력을 받는 LP강판을 나타낸 것이다. LP강판에서는 동일한 두께의 일반 평판과 달리 휨강성 D 에 길이방향으로 두께가 바뀌는 x 에 관한 함수 항이 추가된다. LP강판의 좌굴 미분방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$D\nabla^4\omega + 2\frac{\partial D}{\partial x}\left(\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} + \nu\frac{\partial D}{\partial x}\frac{\partial^3\omega}{\partial x\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right) + 2(1-\nu)\frac{\partial D}{\partial x}\frac{\partial^3\omega}{\partial x\partial y^2} + N_x\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

여기서 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

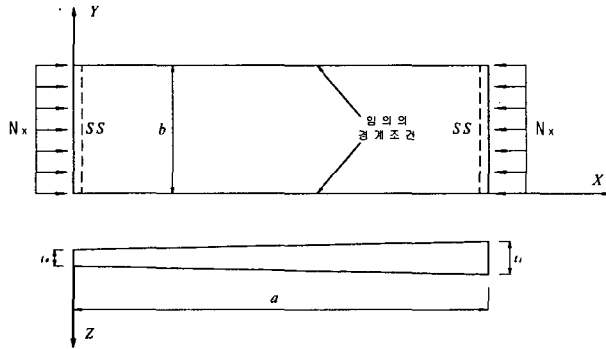


그림 1 압축력을 받는 LP강판

2.2 수치해석을 통한 좌굴해석

일반 평판의 경우에는 좌굴변형에 대한 처짐식을 가정한 후 일반 평판의 좌굴미분방정식에 대입하여 좌굴변형에 관한 미분방정식을 얻을 수 있으나, LP강판에서는 휨강성 D 가 x 의 함수가 되므로 직접적인 해를 구하는 것이 매우 곤란하다. 따라서 에너지방법 중에 레일리-리츠 방법과 갤러킨 방법을 사용하여 LP강판에 대한 좌굴계수를 구하고자 한다.

2.2.1 레일리-리츠 방법

압축력을 받는 LP강판의 LP강판의 포텐셜에너지는 식 (2)와 같이 표현되어 진다.

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b D(x) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right. \\ & \left. - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy - \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \end{aligned} \quad (2)$$

LP강판의 휨강성 $D(x)$ 는 LP강판의 두께 t 가 길이방향으로 변화되는 것을 고려하여 식 (3)과 같이 나타내었고, LP강판의 얇은 쪽 두께 t_0 를 기준으로한 휨강성 D_0 를 이용하여 나타내었다.

$$D(x) = \frac{E\kappa(x)^3}{12(1-\nu^2)} = D_0 \left(1 + \beta \frac{x}{a}\right)^3 \quad (3)$$

여기서 $\kappa(x)$ 는 LP강판의 두께 변화를 고려한 항으로써 식 (4)와 같이 표현할 수 있다 (황원섭 등, 2003).

$$\kappa(x) = t_0 \left(1 + \beta \frac{x}{a}\right) \quad (4)$$

식 (4)에서 β 는 $t_r - 1$ 이 되며 t_r 은 LP강판의 두께비 (t_1/t_0)를 나타낸다.

레일리-리츠 방법은 LP강판에 주어진 경계조건을 만족하고, x 와 y 에 대하여 미분이 가능한 함수로 구성된 처짐변위식을 가정한다. 가정된 처짐식을 LP강판의 퍼텐셜에너지식에 대입한 후 퍼텐셜에너지 정규조건을 적용하여 고유값 문제를 얻을 수 있다. 그것으로부터 LP강판의 좌굴하중을 구할 수 있게 된다.

2.2.2 갤러킨 방법

갤러킨 변분법 또한 레일리-리츠 방법과 동일하게 변위함수의 결정이 중요하며 좌굴 미분방정식이 필요하다. 가정된 처짐변위식을 식 (1)의 LP강판의 좌굴 미분방정식에 대입하여 전체 길이에 대하여 적분하면 근사해석에 의한 오차를 최소화 할 수 있는 LP강판의 방정식을 식 (5)와 같이 얻을 수 있다. 이로부터 미지수에 대한 선형 연립방정식을 얻게 되며, 이 선형 방정식으로부터 LP강판의 좌굴하중을 구할 수 있다.

$$\int_0^a \int_0^b D \nabla^4 \omega + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \left(\frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} dx dy = 0 \quad (5)$$

2.3 LP강판의 좌굴계수 산정

2.3.1 4변 단순지지 LP강판

4변 단순지지 LP강판의 경계조건을 만족하고 x 축 방향과 y 축 방향에 대한 처짐 조건을 충족하는 처짐변위식을 다음과 같이 가정 할 수 있다 (황원섭 등, 2003).

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

여기서 m 은 좌굴변형시의 반파형수

식 (6)을 이용하여 레일리-리츠 방법과 갤러킨 방법에 의한 수치해석을 하면 식 (7), (8)과 같이 좌굴계수를 얻을 수 있다. 좌굴계수 k_0 는 LP강판의 박부측 두께를 기준으로 하는 좌굴계수를 말한다.

레일리-리츠 방법

$$k_0 = \frac{(2+\beta)}{4m^4\pi^2a^2} \{ m^2\pi^2(m^2+a^2)^2(2+2\beta+\beta^2) - 3\beta^2[(a^2-m^2)^2+4m^2a^2\nu] \} \quad (7)$$

갤러킨 방법

$$k_0 = \frac{(2+\beta)}{2m^4\pi^2a^2} \{ m^2\pi^2(m^2+a^2)^2(1+\beta+\beta^2) - 6a^2\beta^2(a^2+m^2\nu) \} \quad (8)$$

여기서 $a (= a/b)$ 는 LP강판의 형상비를 나타낸다.

2.3.2 자유돌출 LP강판

자유돌출 LP강판은 압축력을 받는 양단과 다른 한 변은 단순지지 경계조건을 가지며, 타단은 자유인 경계조건을 갖는 판을 말한다. 이와 같은 자유돌출 LP강판의 경계조건을 만족하는 x 와 y 방향에 대한 처짐변위식은 아래와 같이 가정할 수 있다(황원섭 등, 2003).

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} y \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad n = 1 \quad (9.a)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (9.b)$$

자유돌출 LP강판의 처짐변위식을 이용하여 레일리-리츠 방법과 켈러킨 방법으로 구한 좌굴계수는 아래 식과 같다.

레일리-리츠방법

$$k_{o(t_r=1.0)} = 2.62807 + \frac{1}{a^2} + 1.27527a^2 - \sqrt{4.87557 + 5.61764a^2 + 1.62632a^4} \quad (10.a)$$

$$k_{o(t_r=1.1)} = 3.05246 + \frac{1.15865}{a^2} + 1.4776a^2 - \sqrt{6.57699 + 7.55952a^2 + 2.18330a^4} \quad (10.b)$$

$$k_{o(t_r=1.2)} = 3.54044 + \frac{1.33531}{a^2} + 1.70289a^2 - \sqrt{8.84673 + 10.10327a^2 + 2.89983a^4} \quad (10.c)$$

$$k_{o(t_r=1.3)} = 4.09687 + \frac{1.53102}{a^2} + 1.95247a^2 - \sqrt{11.84392 + 13.40158a^2 + 3.81213a^4} \quad (10.d)$$

$$k_{o(t_r=1.4)} = 4.72664 + \frac{1.74682}{a^2} + 2.22767a^2 - \sqrt{15.76174 + 17.63623a^2 + 4.96253a^4} \quad (10.e)$$

켈러킨 방법

$$k_o = \frac{2 + 3\beta + 3\beta^2 + \beta^3}{2a^2} + \beta + 0.1 \quad (11)$$

그림 2와 3은 에너지 방법을 이용하여 구한 4변 단순지지 LP강판과 자유돌출 LP강판의 좌굴계수를 나타낸 것이다. $t_r = 1.0$ 인 경우는 두께가 일정한 일반판인 경우로써 비교적 기존의 값과 잘 일치하고 있다. 4변 단순지지 LP강판의 경우 두께비 t_r 가 증가할수록 좌굴계수 k_o 가 거의 일정한 폭으로 상승하고 있고, 자유돌출 LP강판인 경우는 형상비 a 가 증가 할수록 일정한 값으로 수렴하고 있다. 표 1과 2로부터 레일리-리츠 방법을 이용한 좌굴계수 결과는 기존의 연구 결과와 거의 일치하는 반면 켈러킨 방법에 의한 결과는 다소 큰 결과를 나타내고 있다.

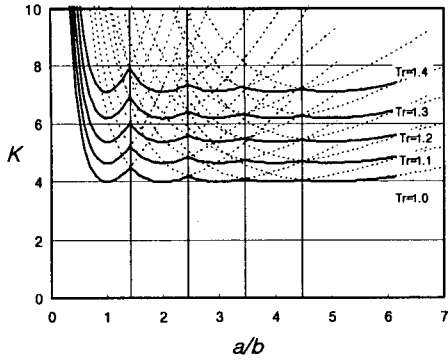


그림 2 주변 단순지지 LP강판의 좌굴계수

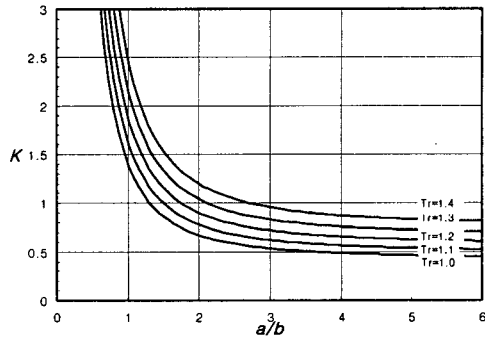


그림 3 자유들출 LP강판의 좌굴계수

표 2 주변 단순지지 LP강판의 좌굴계수 비교

t_r		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
k	황원섭 등 (2003)	4.0	4.639	5.360	6.168	7.069
	유한차분법	4.0	4.630	5.330	6.060	6.830
	Iyengar	4.0	4.724	5.733	7.110	8.886
	본연구 (레이리-리츠)	4.0	4.639	5.359	6.168	7.069
	본연구 (갤러킨)	0.425	4.654	5.421	6.312	7.336

표 3 자유들출 LP강판의 좌굴계수 비교

t_r		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
k	황원섭 등 (2003)	0.425	0.494	0.574	0.664	0.798
	본연구 (레이리-리츠)	0.425	0.497	0.573	0.667	0.767
	본연구 (갤러킨)	0.425	0.530	0.635	0.741	0.848

3. LP강판의 FEM해석

3.1 FEM해석방법

LP강판의 양단에 일정응력이 작용할 경우에는 LP강판의 각 단면에서 축방향력의 차이로 인하여 부가적으로 전단응력이 발생하게 된다. 그로 인하여 비재하변을 따라 전단흐름이 발생하게 되고 해석시에는 이로부터 발생하는 전단응력 및 전단변위를 고려하여 힘의 평형조건을 만족하도록 하는 것이 필요하다.

3.2 해석모델

4변단순지지 해석모델은 길이 a 와 폭 b 를 1000mm로 고정하였고, 박부측 두께 t_o 를 변화시켜 식 (12)의 폭-두께 파라미터 R_o 의 값이 0.5~1.5가 되도록 하였다. 또한 자유돌출 LP강판의 해석 모델의 형상비는 $a = 5.0$ 이며 길이 a 를 1000mm로 고정하여 폭 b 를 결정하였다. 해석모델의 강재는 SS400 ($\sigma_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$), 탄성계수 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 을 사용하였다. 판의 초기처짐 형상은 sine파형으로 가정하였고, 도로교설계기준·해설(2003)의 제한 값을 참고하여 식 (13)으로 하였다.

$$R_o = \frac{b}{t_o} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k_o \pi^2} \frac{\sigma_y}{E}} \quad (12)$$

$$4\text{변 단순지지} : \delta_o = \frac{b}{150} \cos\left(\frac{y}{b} \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{a} \pi\right) \quad (13.a)$$

$$\text{자유돌출} : \delta_o = \frac{b}{100} \frac{y}{b} \sin\left(\frac{x\pi}{a}\right) \quad (13.b)$$

LP강판의 잔류응력 분포에 관해서는 Hotta(1999) 등이 제안한 그림 6과 같이 축방향으로 일정하게 분포하는 것으로 가정하였다.

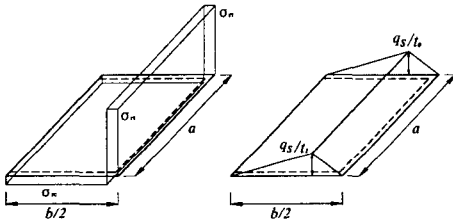


그림 5 4변 단순지지 LP강판의 잔류응력 분포

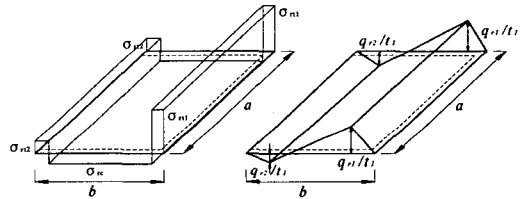


그림 6 자유돌출 LP강판의 잔류응력 분포

4. LP강판의 극한강도 평가

4.1 기존의 강도곡선식과의 비교

기존의 도로교설계기준·해설(2003)에서는 식 (14)를 통해 판의 두께 t 가 일정한 평판에 대한 기준내하력을 정하고 있다. 또한 Fukumoto(1988)는 평판의 극한강도에 관한 실험 및 해석결과를 통하여 강도평가식을 제안하였다. LP강판에 대해서는 Hotta(1999)등이 LP강판의 잔류응력과 크기를 고려한 등두께 t_{eq} 를 이용하여, 박부측 두께 t_o 를 기준으로 한 폭-두께비 파라미터 R_o 와의 관계를 회귀곡선을 통하여 등가폭-두께비 파라미터 R_{eq} 로 나타내었다. 또한 황원섭 등(2003)은 LP강판의 좌굴발생 지점을 이용하여 좌굴계수 k_o 를 수정한 좌굴계수 k_{LP} 를 사용하여 LP강판의 폭-두께비 파라미터 R_{LP} 를 산정한 후 LP강판의 극한강도를 평가하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} &= 1.0 & : R \leq 0.7 \\ &= \frac{0.5}{R^2} & : R > 0.7 \end{aligned} \quad (14)$$

그림 6과 7은 FEM해석을 통한 결과를 강도곡선식에 표현한 것이다. 기존에 제안된 강도평가 곡선보다 해석 결과로 얻어진 LP강판의 극한강도는 낮은 값을 나타내고 있으며, 4변단순지지인 경우는 R 의 값이 커질수록 불안정하게 평가되고 있음을 알 수 있다. 기존의 LP강판의 강도평가방법이 두께비 t_r 증가에 따른 LP강판의 강도상승 현상을 적절하게 반영하지 못하고 있는 것으로 판단된다.

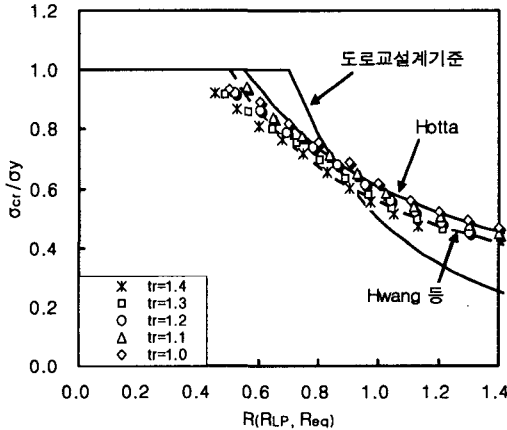


그림 7 해석결과와 강도곡선의 비교(4변단순지지)

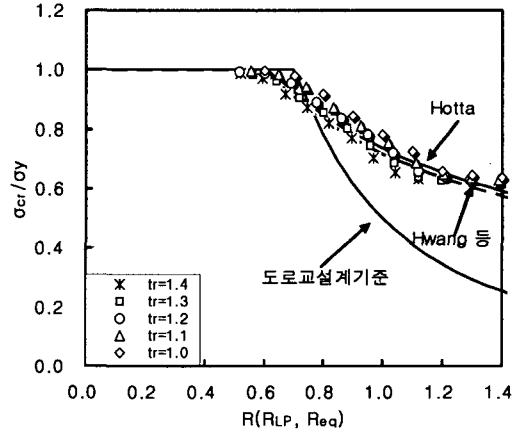


그림 8 해석결과와 강도곡선의 비교(자유돌출판)

4.2. LP강판의 극한강도 평가법

수정된 LP판의 폭-두께비 파라미터 R'_{LP} 는 표 1과 2에 표시한 LP강판의 두께비 t_r 에 따른 좌굴계수 k_o 를 고려하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R'_{LP} = \frac{b}{t_o} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k_o}} \cdot \frac{\sigma_y}{E} \quad (15)$$

그림 8은 식 (15)에 의한 R'_{LP} 와 FEM해석결과로부터 구한 LP강판의 극한강도를 비교한 것이다. 식 (15)에 의한 R'_{LP} 를 사용하는 경우에는 두께비 증가에 따른 강도상승효과를 적절히 반영하는 것이 되며, 그 계산 과정도 기존의 방법과는 간략하다고 할 수 있다. 또한 LP강판의 극한강도는 R'_{LP} 가 증가할수록 국부좌굴로 인하여 감소하게 되며, 판의 지지조건에 따라 강도저하 현상에 차이가 있음을 알 수 있다. 해석결과를 기초로하여 다음과 같은 강도곡선식을 LP강판의 극한강도평가 방법으로 제안한다.

$$\begin{aligned} \cdot \text{단순지지판} : \quad & \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1.0 & : R_{LP} \leq 0.45 \\ & = \left(\frac{0.45}{R_{LP}}\right)^{0.80} & : R_{LP} > 0.45 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \cdot \text{자유돌출판} : \quad & \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1.0 & : R_{LP} \leq 0.60 \\ & = \left(\frac{0.6}{R_{LP}}\right)^{0.75} & : R_{LP} > 0.60 \end{aligned} \quad (17)$$

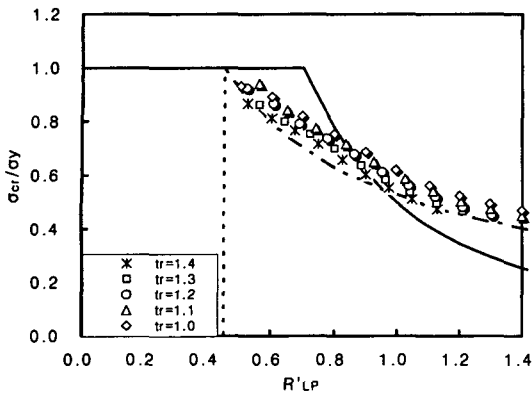


그림 9 LP강판의 강도식과의비교 (4변 단순지지판)

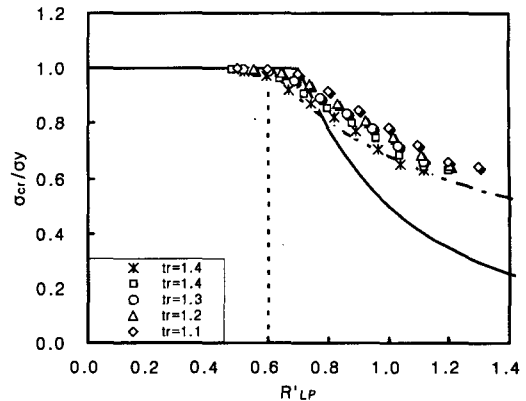


그림 10 LP강판의 강도식과의비교 (자유돌출판)

그림 8과 9에 나타낸 바와 같이 식 (16)과 식 (17)는 LP강판 극한강도의 하한값과 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 향후의 실험결과와 비교하여 LP강판의 합리적인 극한강도 평가법을 확립할 수 있을 것으로 판단된다.

5. 결론

이 연구는 에너지 방법을 사용한 근사해석을 통하여 LP강판의 좌굴계수를 산정하였고, FEM해석결과와의 비교를 통하여 LP강판의 극한강도 평가방법에 대하여 검토하였다. 이 연구로부터 얻은 주요 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 에너지방법을 통한 근사해석을 통하여 LP강판의 박부측 두께를 기준으로 한 좌굴계수 k_0 를 유도하였다.
2. 기존의 LP강판의 강도평가 방법에 대한 문제점을 해결하기 위하여 k_0 를 이용한 폭-두께비 파라메타 R'_{LP} 의 산정방법을 제안하였다.
3. LP강판의 FEM해석기법을 개발하여 극한강도 해석을 수행하였으며, R'_{LP} 를 통한 강도특성을 검토하여 LP강판의 극한강도 평가식을 제안하였다.

참고 문헌

1. 건설교통부, 도로교표준시방서, 2003
2. 김문영, 민병철, "에너지법을 이용한 보강된 박판의 안정성해석", 강구조학회논문집, 제8권, 3호, 1996, pp. 55-65
3. 황원섭, 김현민, "단순지지 압연변두께 강판의 압축강도 특성", 강구조학회논문집, 제 13권, 3호, 2001 pp. 245-254
4. 황원섭, 이장규, 박완배, "압축력을 받는 압연 변두께 강판의 좌굴", 대한토목학회논문집, 제23권 제4A호, 2003, pp.777-784
5. Wittrick, W.H. and Ellen, C.H., "Buckling of tapered rectangular plates in compression", *Aero, Quart.*, 13, 1962, pp. 308-326
6. N. G. R. Iyengar, *Structural Stability of Columns and Plates*, John Wiley & Sons, 1988 pp.138-179
6. British Standard Institution, BS5400 Part3. Code of practice for design of steel bridge "Steel, Concrete and Composite Bridge".1982.
7. 福本 誘士, 鋼骨組構造物の極限強度の統一評價に關する研究, 日本文部省研究成果報告書, 1998.
8. 堀田 毅, LP 鋼板および鋼2主桁橋梁の強度設計法に關する研究, 大阪大學博士學位論, 1999.