한국전산구조공학회
2005년 봄 학술발표회 논문집

강재의 대변형 예측을 위한 해석의 정도

Accuracy of Analysis for Prediction of Large Deformation in Steel Members

장 갑 철* 최 의 홍** 장 경 호***
Jang, Gab Chul Choi, Eui Hong Chang, Kyong Ho

ABSTRACT

In this paper, to prediction of large deformation behavior of steel structures under loading, 3-Dimensional elastic-plastic FE analysis method is developed by using finite deformation theory and proposed cyclic plasticity model. The accuracy of developed analytical method was verified by comparison of experiment result and analysis results using infinitesimal deformation theory.

The good agreement between analysis result by developed analytical method and experiment result is shown. Proposed 3-dimensional FE analysis using finite deformation theory and cyclic plasticity hysteresis model can be predict the large deformation of steel members under cyclic loading.

1. 서 론

임의의 외력 및 반복하중 작용시 강구조물은 대변형 반복소성거동을 보이며 이로 인하여 국부좌굴 및 넥킹 등 대변형이 발생한다. 이러한 대변형 소성거동은 대상 강구조물의 변형성능 및 내하력을 저하시키는 주요한 요인이 된다. 그러므로 강구조물의 정밀해석을 위해서는 대변형거동 및 반복소성거동을 정확히 예측할 수 있는 해석적 기법이 필요하다.

근래 유한요소법을 적용한 강구조물의 해석기법은 지속적으로 발전되어 왔다. 국외의 경우 대변형 구현에 관한 연구[1,2]가 지속적으로 진행되고 있다. 그러나 국내의 경우 대변형 소성거동의 구현에 관한 연구는 아직 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 먼저 강재의 단조재하실험 및 반복하중실험결과에 기초한 반복소성모델[3,4]을 제안하였다. 그리고 강부재의 대변형을 예측하기위해 그린변형률텐서와 키르쵸프응력의 야만속도형 구성식으로 정의된 유한변위이론을 정식화하여 3차원 8절점 입체요소 탄소성 유한요소 해석에 적용하였다. 개발된 해석기법을 이용하여 판형시편 및 원형강기둥의 해석을 수행하였다. 또한, 해석결과를 미소변형이론을 적용한 해석결과 및 실험결과와 비교하여 본 연구에서 제안한 해석기법이 반복 및 단조하중을 받는 강재의 대변형 거동을 명확히 예측할 수 있음을 검증하였다.

* 중앙대학교 토목공학과 박사과정
** 중앙대학교 토목공학과 석사과정
*** 정회원, 중앙대학교 건설환경공학과 교수

2. 탄소성 유한요소해석의 정식화

2.1. 유한변위이론

본 연구에서는 강재의 대변형 거동을 구현하기 위해 갱신라그란지안식(Updated-lagrangian formu lation)에 기초한 유한변위이론(Finite deformation theory)을 정식화하였다. 유한변위이론은 응력증분 및 변형률증분과 같은 물리량의 기준위치가 시간에 따라 변화하는 갱신라그란지안식에 기초하여 정식화하였다. 변위-변형률 관계의 정식화에 있어서 그린변형률텐서(Green's strain tensor)를 적용하였다. 그린변형률텐서는 외력을 받는 강체의 변위구배($\partial u/\partial X$)중 2차항을 고려하여 강체의 기하학적 비선형성을 구현하였으며 식(2.1)과 같이 정의된다.

$$E_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_r}{\partial X_j}\frac{\partial u_r}{\partial X_j}\right) \qquad (2.1)$$

여기서, X_i는 변형 전 강체의 위치를 나타내며 식(2.2)과 같이 증분형 변위-변형률 행렬로 표현할 수 있다.

$$d\varepsilon_{ij} = B^L_{ijkl} \cdot du_{kl} \qquad (2.2)$$

여기서, $[B^L_{ijkl}]$은 유한변형을 고려한 변위-변형률 행렬이다.

유한변형중인 강재의 응력-변형률 관계를 정식화하기 위해 본 연구에서는 좌표계상 강체회전과 대변형을 수반하는 재료의 비선형거동을 정확히 구현할 수 있는 키르쵸프응력의 야만속도형(Jaumann's derivative of kirchoff stress) 구성식을 식(2.3)와 같이 적용하였다.

$$\tau^J_{ij} = \tau^*_{ij} - w_{ik}\tau_{kj} + w_{jk}\tau_{ki} \qquad (2.3)$$

여기서, τ^J_{ij}는 속도형으로 표시되는 야만형 응력성분이며 τ^*_{ij}는 시간 t에서 계산되어진 응력성분이다. τ_{ij}는 전 단계에서 계산된 응력성분이며 w_{ij}는 순간적인 강체 회전을 나타내는 스핀텐서(Spin tensor)를 나타내며 식(2.3)의 응력-변형률 관계를 증분형 행렬식으로 정식화하면 식(2.4)과 같다.

$$d\tau^J_{ij} = D^{ep*}_{ijkl} \cdot d\varepsilon_{kl} \qquad (2.4)$$

D^{ep*}_{ijkl}는 유한변위이론에 기초하여 강체의 회전을 고려한 탄소성재료행렬이다.

2.2. 미소변위이론

강체의 변형중 변위구배($\partial u/\partial X$)의 절대값이 1이하의 값을 갖는 경우 미소변형(Infinitesimal deformation)이 발생하며 식(2.1)의 그린변형률텐서의 2차항은 상대적으로 1차항의 값에 비해 매우 작아 무시할 수 있으며 이는 식(2.5)과 같이 표현할 수 있다.

$$e_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i}\right) \qquad (2.5)$$

여기서, e_{ij}를 코시의 미소변형률텐서(Cauchy's infinitesimal strain tensor)라 하며 식(2.6)과 같은 행렬식으로 변형률과 변위의 관계가 정의된다.

$$d\varepsilon_{ij} = B^{O}_{ijkl} \cdot du_{kl} \qquad (2.6)$$

여기서, B^{O}_{ijkl}은 미소변형중인 강체의 변위-변형률 행렬이다.

미소변형의 경우 응력-변형률의 관계에 있어서 강체의 회전과 대변형을 고려하지 않으며 구성식은 식(2.7)과 같은 증분형 행렬식으로 표현된다.

$$d\sigma_{ij} = D^{ep}_{ijkl} \cdot d\varepsilon_{kl} \qquad (2.7)$$

여기서, σ_{ij}는 미소변형 후 하중벡터에 의해 정의되는 진응력으로 코시응력(Cauchy stress)이라 한다. D^{ep}_{ijkl}는 식(2.4)의 D^{ep*}_{ijkl}과는 달리 미소변위이론에 기초한 탄소성재료행렬이다.

2.3. 반복소성모델

임의의 반복하중을 받는 강구조물의 복잡한 소성거동을 예측하기 위해선 사용된 강재의 응력-변형률 이력곡선을 정확히 구현할 수 있는 반복소성모델이 필요하다.

본 연구에서 제안한 반복소성모델은 변형률경화영역에서의 비선형성을 구현하기 위해 로그함수(ln)을 이용하여 정식화하였으며 기존의 반복소성모델[5~9]과 달리 재하상태와 제하상태서의 다음과 같은 식에 의해 표현된다.

$$E^{P}_{Li} = E^{P}_{st} + \beta_{Li} \cdot \ln\left(1 + \frac{x}{\alpha_{Li}}\right) \qquad (2.8)$$

$$E^{P}_{Ui} = E^{P}_{Li} + \beta_{Ui} \cdot \ln\left(1 + \frac{x}{\alpha_{Ui}}\right) \qquad (2.9)$$

여기서, α_{Li}, β_{Li}, α_{Ui}, β_{Ui}는 강재의 단조재하실험 및 반복하중 실험에 의해 계산되어 지는 재료상수이며 E^{P}_{st}는 초기변형률경화계수로 단조재하실험을 통해 계산된다. E^{P}_{Li}는 하중 반전 전 재하상태의 소성계수이다.

본 연구에서는 가상일의 원리를 이용하여 강성행렬을 정식화하였으며 갱신라그란지안 정식화식에 의해 강성행렬 $[K_L]$은 식(2.10)과 같이 정식화된다.

$$[K_L] = \int_V \left([B^L]^T [D^{ep*}] [B^L] + [G]^T [M] [G] \right) dV \qquad (2.10)$$

여기서, $[K_L]$은 갱신라그란지안 정식화에 의해 정의된 강성행렬이며 $[B^L]$은 유한변형중인 변위-변형률 행렬로 식(2.2)과 동일하다. 식(2.10)의 $[D^{ep*}]$는 식(2.4)의 강체회전을 고려한 탄소성재료행렬이다.

미소변위이론과 반복소성모델을 적용한 강성행렬 $[K_S]$는 식(2.11)와 같이 정의된다.

$$[K_S] = \int_V [B^O]^T [D^{ep}] [B^O] dV \qquad (2.11)$$

여기서, $[B^O]$는 미소변위이론에 기초한 변위-변형률 행렬로 식(2.6)에서 정의되었다.

3. 판형시편의 실험 및 해석

본 연구에서는 위에서 정식화한 유한변위이론을 적용한 3차원 탄소성해석을 제안하였다. 제안된 해석법의 타당성을 검증하기 위해 인장시편을 모델로 한 해석을 수행하였으며 미소변위이론을 적용한 해석결과와 비교하였다.

3.1. 해석모델과 조건

해석모델은 KS규격의 13호 인장시험편으로 규격은 그림과 같다. 적용된 강재는 SM490이며 기계적 성질은 인장시험을 통해 구했으며 그 결과는 표와 같다. 인장하중은 그림에 보이는 것과 같이 시험편의 양쪽에 재하하였으며 실험과 동일한 경계조건을 구현하였다.

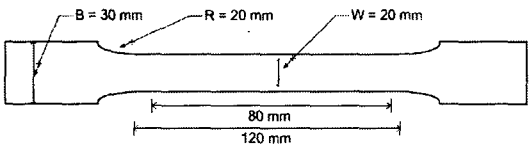
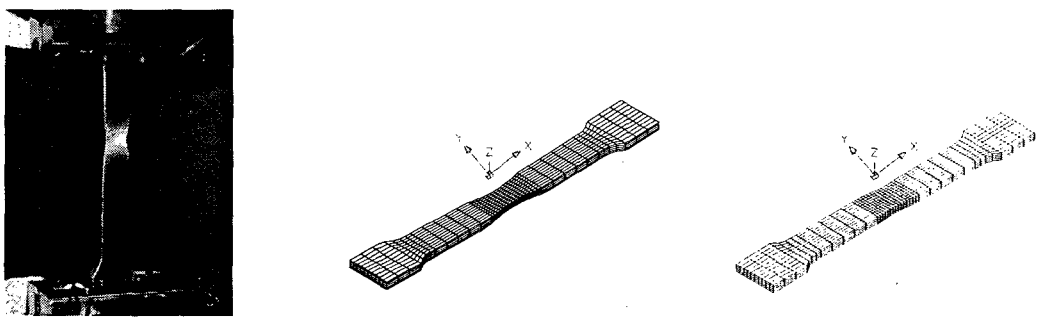


표1. 기계적 성질

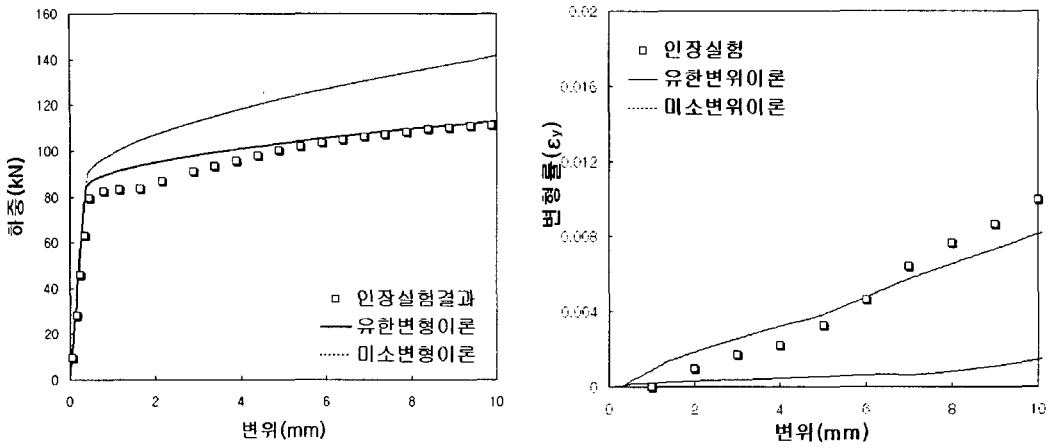
강종	제원				
	σ_y(MPa)	σ_u(MPa)	E(GPa)	E_{st}^P(GPa)	elo(%)
SM490	344.8	513.2	204	10.4	29.6

Fig 1. 인장시편 모델 및 하중조건



(a)실제실험결과 (b)유한변위이론을 적용한 변형형상 (c)미소변위이론을 적용한 변형형상

Fig 2. 변형형상



(a) 하중-변위 곡선 (b) 변형률-변위 곡선

Fig 3. 유한변위이론과 미소변위이론의 비교

3.2. 해석결과와 실험결과의 비교

그림3은 유한변위이론 및 미소변위이론을 적용한 해석의 결과를 실험결과와 비교하고 있다. 그림3.(a)는 하중-변위곡선을 비교하고 있으며 유한변위이론을 적용한 해석결과가 미소변위이론을 적용한 해석결과에 비해 실험결과와 유사한 거동을 보이고 있음을 알 수 있다. 또한 그림3.(b)는 강판형시편에 발생하는 넥킹 현상을 정량적으로 파악하기 위해 시편중앙부의 ε_y값을 측정하여 해석결과와 비교하였다. 비교결과 유한변위이론을 적용한 해석결과가 실험결과와 거의 동일한 거동을 보이고 있음을 알 수 있다.

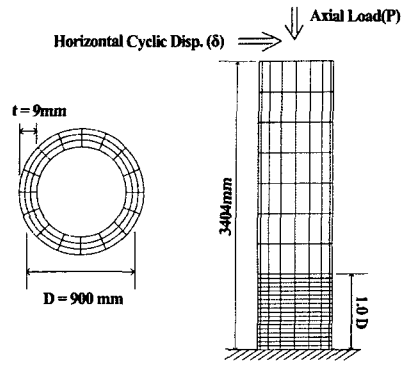
그림3은 강판형시편의 실험결과와 유한변위이론 및 미소변위이론을 적용한 해석결과를 비교하고 있으며 비교결과 유한변위이론을 적용한 해석결과가 실험결과와 거의 일치하고 있으며 이는 본 연구에서 제안한 해석기법이 넥킹과 같은 실제 강재의 대변형 거동을 정확히 예측할 수 있음을 보여주고 있다.

4. 원형강기둥의 해석 및 고찰

본 연구에서 개발한 유한변위해석기법이 반복하중을 받는 강부재의 대변형 소성거동 및 국부좌굴현상을 정확히 구현할 수 있는지 검증하기 위해 원형강기둥에 대한 수치해석을 수행하였다. 그리고 해석결과를 통해 나타난 결과를 기존문헌의 실험결과[10]와 비교하였다.

4.1. 해석모델과 조건

해석모델은 직경 900(mm), 높이 3404(mm), 두께 9(mm)인 원형단면의 강기둥이다. 경계조건은 실험의 조건과 동일하게 기둥하부의 모든 자유도를 구속하였다. 그리고 원형기둥 상부에는 일정한 상재하중(P)과 반복수평변위(δ)를 재하하였다. 상재하중은 항복상재하중(P_y)에 비례하여 0.124 P_y값이 일정하게 되도록 재하하였다. 사용된 강재는 SM400이며 기계적 성질은 표2와 같다.



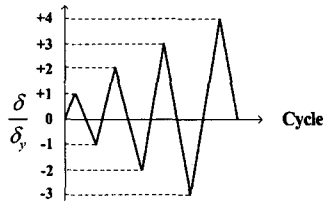


표 2. 기계적 성질

	제 원				
강종	σ_y(MPa)	σ_u(MPa)	E(GPa)	E^P_{st}(GPa)	elo(%)
SM400	286	476	201	58.1	3w1.0

Fig 4. 해석모델 및 반복하중

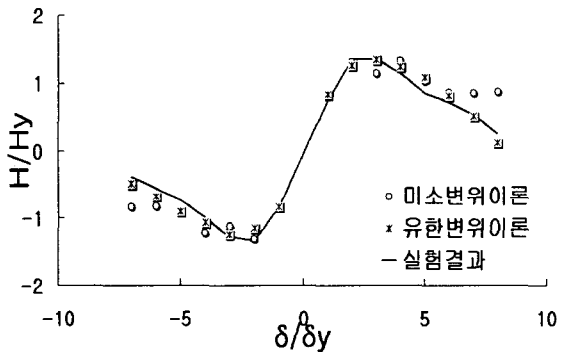
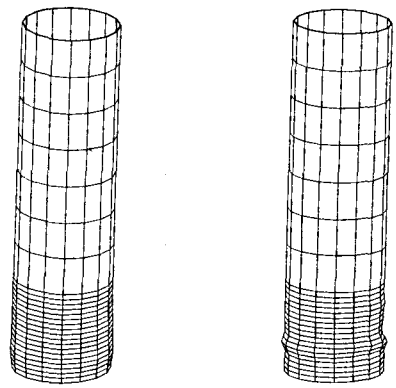


Fig 5. 하중-변위 포락곡선



(a) (미소변위이론) (b) (유한변위이론)

Fig 6. 변형형상($+8\delta/\delta_y$)

4.2. 해석결과 및 고찰

그림5는 하중-변위포락곡선으로 유한변위이론과 미소변위이론의 해석결과를 비교하고 있다. 비교결과 유한변위이론을 적용한 해석결과는 실험결과와 거의 유사한 거동을 보이고 있음을 알 수 있다. 그러나 미소변위이론을 적용한 해석결과는 초기싸이클시 실험결과와 유사하나 싸이클이 증가 할수록 실험결과와 달리 강도저하현상이 발생하지 않음을 알 수 있다.

그림6은 $+8\delta_y$에서 원형강기둥의 변형형상을 보이고 있다. 유한변위이론을 적용한 해석결과는 기둥하부의 국부좌굴현상이 명확히 나타남을 알 수 있으나 미소변위이론을 적용한 해석결과는 국부좌굴이 거의 발생하지 않음을 알 수 있다.

5. 결과

본 연구에서는 반복하중을 받는 원형강기둥의 대변형 소성거동을 예측하기 위해 유한변위이론과 반복소성모델을 적용한 3차원 탄소성 유한요소 해석기법을 개발하였다. 각각의 변형이론과 반복소성모델이 적용된 해석기법을 이용하여 제안된 해석기법을 이용한 유한요소해석을 수행하였으며 미소변위이론을 적용한 해석결과와 비교하고 원형강기둥의 수치해석을 수행하였으며 그 결과는 다음과 같다.

1) 판형시편을 모델로 한 해석 및 실험을 비교한 결과 유한변위이론을 적용한 해석결과가 미소변위이론에 비해 실제 실험결과와 거의 유사한 거동을 보이고 있다.
2) 원형강기둥의 반복하중실험 및 해석을 비교한 결과 유한변위이론을 적용한 해석결과가 미소변위이론에 비해 실제 실험결과와 거의 유사한 거동을 보이고 있으며 기둥하부의 국부좌굴도 정확히 구현하고 있다.
3) 판형시편과 원형강기둥을 모델로 한 실험과 해석결과를 비교한 결과 본 연구에서 개발한 유한변위이론과 반복소성모델을 적용한 3차원 탄소성 유한요소해석기법이 강재에 발생하는 대변형 반복소성거동을 명확히 구현할 수 있음을 알 수 있다.

참고 문헌

1. Mamaghani IHP, Usami T, Mizuno E. "Inelastic Large Deflection Analysis of Structural Steel Members under Cyclic Loading", J Engng Mech., ASCE, 18(9), 1996, pp.659~668.
2. Banno S, Mamaghani IHP, Usami T, Mizuno E. "Cyclic Elastoplastic Large Deflection Analysis of Thin Steel Plates", J Engng Mech., ASCE ,1998, pp.124~128.
3. Gab Chul Jang, Kyong Ho Chang, Eun Seok Kim, Eun Taik Lee. "A Study on Application of Constitutive Equation of Steel Material to 3-D FEM", The Ninth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, 2003, CPM.80~86
4. 장경호, 장갑철, 이은택. "SM570강재의 반복소성모델의 정식화 및 3차원 탄소성 유한요소적용에 관한 연구". 한국지진공학회 논문집, 제8권, 제1호, 2004, pp.59~65.
5. Tseng, N. T., Lee, G. C., "Simple Plasticity Model of Two-Surface Type", J. Engrg. Mech., ASCE, 109(3), 1983, pp.795~810
6. Kerig, R. D. "A Practical Two Surface Plasticity Theory", J. Appl. Mech. Trans. ASME, 42(3), 1975, pp.641~646
7. McDowell, D. L. "A Two Surface Model for Transient Nonproportional Cyclic Plasticity : Part 1. Development of Appropriate Equation", J. Appl. Mech.Trans. ASME, 52(2), 1985, pp.298~302
8. Shen, C., Mizuno, E., and Usami, T. "A Generalized Two-Surface Model for Structural Steels under Cyclic Loading", J. Struct. Mech. 471, 1992, pp.23~33
9. Nishimura, N., Ono, K. Ikeuchi, T. "A Constitutive Equation for Structural Steels Based on a Monotonic Loading Curve under Cyclic Loading". Proc. JSCE, 513, 1992, pp.27~38
10, Gao S., Usami T., Ge H., "" Ductility Evaluation of Steel Bridge Piers with Pipe Sections", J Engng Mech, ASCE 1998, 260~267