

이중골조에 대한 비선형 약산법들의 응답특성

The Response Characteristics of Approximate Nonlinear Methods with RC Dual System

남 영 우*
Nam, Young-Woo

강 병 두**
Kang, Pyeong-Doo

전 대 한***
Jun, Dae-Han

김재웅****
Kim, Jae-Ung

ABSTRACT

In performance-based design methods, it is clear that the evaluation of the nonlinear response is required. The methods available to the design engineer today are nonlinear time history analyses, or monotonic static nonlinear analyses, or equivalent static analyses with simulated inelastic influences. The nonlinear time analysis is the most accurate method in computing the nonlinear response of structures, but it is time-consuming and necessitate more efforts. Some codes proposed the capacity spectrum method based on the nonlinear static analysis to determine earthquake-induced demand given the structure pushover curve. This procedure is conceptually simple but iterative and time consuming with some errors. The nonlinear direct spectrum method is proposed and studied to evaluate nonlinear response of structures, without iterative computations, given by the structural linear vibration period and yield strength from the pushover analysis. The purpose of this paper is to compare the accuracy and the reliability of approximate nonlinear methods with respect to RC dual system and various earthquakes.

1. 서론

Northridge(1994)지진과 Kobe(1995)지진에서 기존의 내진설계기준에 의해 설계된 구조물들은 인명피해를 막을 수 있었으나, 경제적으로는 막대한 손실을 입었다. 이에 따라 사용연한 중 발생할 여러 지진에 대해 구조물의 붕괴 방지와 기능수행을 만족시킬 수 있는, 성능에 기초한 설계법(performance-based design)도입의 필요성이 대두되었다. 이와 같이 구조물의 실제의 거동과 성능을 예측할 수 있는 성능설계는 필수적으로 비선형 응답 산정을 필요로 하고, 이를 위한 가장 정확한 해석법은 비선형시간이력해석(nonlinear times history analysis; NTHA)이지만, 정확성과 실용성 측면에서 보다 약산적 방법이 요구되고 있다.^{(1)~(4)}

이에 따라 ATC-40(ATC), FEMA-273(NEHRP)에서는 비선형 시간이력해석을 하지 않고 간단히 비선형 정적해석만으로 구조물의 비선형최대응답을 평가하고자 하는 방법, 즉 등가 SDF모델에 대하여, pushover(MDF)로 구한 비선형 정적응답과 능력스펙트럼(SDF)의 동적특성을 고려하여 비선형응답을 추정하는 능력스펙트럼법(capacity spectrum method; CSM)⁽¹⁾이나 변위계수법(displacement coefficient method)⁽²⁾을 제시하고 있다.

* 학생회원 · 동아대학교 건축공학과 석사과정

** 정회원 · 거창전문대학 건축 · 인테리어과 부교수

*** 정회원 · 동서대학교 건설공학부 부교수

**** 정회원 · 동아대학교 건축학부 교수

ATC-40에서는 비선형 정적해석에 의한 능력스펙트럼과 등가감쇠를 이용한 요구스펙트럼으로 이루어진 선형 능력스펙트럼법을 제시하고 있는데, 반복계산과정이 요구되고, 부정확한 결과를 산출하는 경우 많다. 이에 따라 비선형 요구스펙트럼을 이용하는 비선형 능력스펙트럼(nonlinear capacity spectrum; NCSM)⁽³⁾과 일련의 계산 과정을 거치지 않고 직접적으로 비선형 최대응답을 구하는 비선형 직접스펙트럼법(nonlinear direct spectrum; NDSM)⁽⁴⁾이 연구된 바 있다.

본 연구에서는 NDSM의 정확성과 신뢰성을 이중골조에 대해 다양한 지진과 구조물의 층수의 관점에서 여타 약산적 방법들과 비교, 검토하고자 한다.

2. 비선형 약산법

2.1 비선형 직접스펙트럼법(NDSM)⁽⁴⁾

비선형 직접스펙트럼법은 일련의 반복계산과정을 거치지 않고 직접적으로 다자유도계의 비선형 최대응답을 산정하는 약산법으로서, 비선형 정적해석에서 횡력분포는 변화하지 않는다는 가정을 따르며 다음과 같이 수행 된다.

1) 비선형 정적해석(pushover)

기본모드만을 고려하여 수평 층지진력의 분포를 $s_1 = m \phi_1$ 로 가정하고, 그 크기를 점진적으로 증가시키면서 비선형 정적해석을 수행한다. 여기서, m 은 질량행렬을, ϕ_1 은 기본모드 벡터를 나타낸다. 비선형 정적해석 결과 최상층변위 U_N 과 밑면전단력 V_b 의 관계인 pushover곡선을 구한다.

2) 강성이력곡선

Pushover곡선을 아래의 변수변환을 통하여 그림 1과 같이 기본모드 ESDF(equivalent single degree of freedom)에 대한 유사가속도(A)와 최대변위(D)의 관계인 강성이력곡선(A-D)으로 변환할 수 있다. 그림 1에서 β 는 항복후강성계수이다.

$$A = \frac{F_{s1}}{L_1} = \frac{V_b}{M_1^*}, \quad A_y = \frac{V_{by}}{M_1^*}, \quad D = \frac{U_N}{\Gamma_1 \phi_M}, \quad D_y = \frac{U_{Ny}}{\Gamma_1 \phi_M} \quad (1)$$

$$M_1^* = \frac{L_1^2}{M_1} = \frac{(\phi_1^T m \iota)^2}{\phi_1^T m \phi_1}, \quad T_1 = 2\pi/\omega_1 = 2\pi \sqrt{D_y/A_y} \quad (2)$$

여기서, A_y 는 유사항복가속도를, M_1^* 는 기본모드의 유효질량을, D_y 는 항복변위를, Γ_1 은 기본모드참여계수를, ϕ_M 는 기본모드의 최상층 요소들, T_1 은 기본진동주기를 나타낸다.

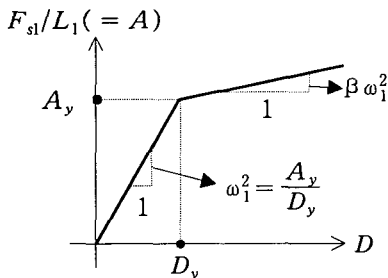


그림 2. 강성이력곡선

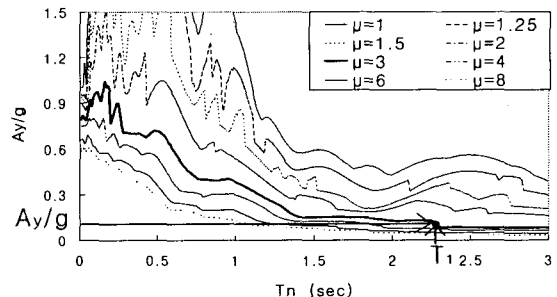


그림 3. 모델2의 EL Centro지진(IV40ELCN180) 비선형 스펙트럼 ($\beta = 13.5\%$)

3) 최대응답

식 (1), (2)로부터 산정된 비선형 유사가속도 A_y/g 와 진동주기 T_1 에 대한 비선형 스펙트럼(그림 3)으로부터 연성계수 μ 를 구할 수 있다. μ 로부터 기본모드에 대한 ESDF의 비선형 최대변위는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$D = \mu (A_y/g) (T_1/2\pi)^2 g \quad (3)$$

D 로부터 구조물의 최상층에 대한 전체최대변위는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$U_N = \Gamma_1 \Phi_M D \quad (4)$$

2.2 선형 능력스펙트럼법(CSM)⁽¹⁾

선형 능력스펙트럼법은 비선형 동적해석을 피하고 비선형 정적해석을 통하여 등가선형 능력스펙트럼을 구한 후, 기본모드만을 고려하여 비선형 구조물의 최대지진요구(maximum seismic demand)를 산정하는 약산법으로 전개과정은 다음과 같다.

1) 비선형 정적해석(pushover)과 강성이력곡선

비선형 정적해석과 능력스펙트럼은 NDSM의 비선형 정적해석과 강성이력곡선과 동일한 방법으로 구한다.

2) 요구스펙트럼

입력지진동에 대하여 진동주기 T 에 대한 유사가속도 A 의 선형 응답스펙트럼을 구한 후, $A-D$ 양식으로 변환하면 ($D = A/\omega^2$) 선형 요구스펙트럼(demand spectrum)이 구해진다.

3) 최대응답

앞서 구한 능력스펙트럼과 요구스펙트럼을 그림 3과 같이 동일한 $A-D$ 양식 내에 중첩하면, 두 곡선의 교차점으로부터 성능점(performance point) D 를 구할 수 있다. 이 때 식 (5)와 같이 비선형계에 대한 등가감쇠 $\bar{\zeta}_{eq}$ 를 산정하고, 이 ESDF에 대한 요구스펙트럼들을 연속적으로 사용하여 수렴하는 성능점으로부터 ESDF의 비선형 최대변위(D)를 추정할 수 있다.

$$\bar{\zeta}_{eq} = \zeta + \frac{2(\mu - 1)(1 - \beta)}{\pi\mu(1 + \beta\mu - \beta)} \quad (5)$$

여기서, μ 은 연성계수를, ζ 은 선형계의 감쇠비를 나타낸다.

구조물의 최상층에 대한 전체최대변위는 성능점 D 에 따라 식 (4)와 같이 구한다.

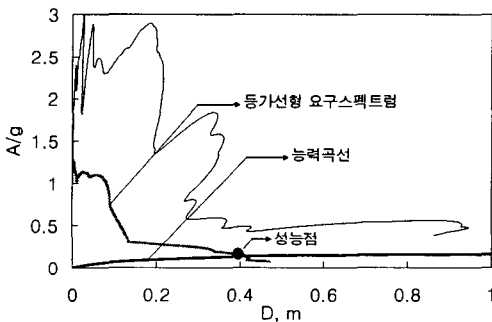


그림 3. 모델2의 능력곡선과 EL Centro지진 (IV40ELCN180)의 선형 요구곡선

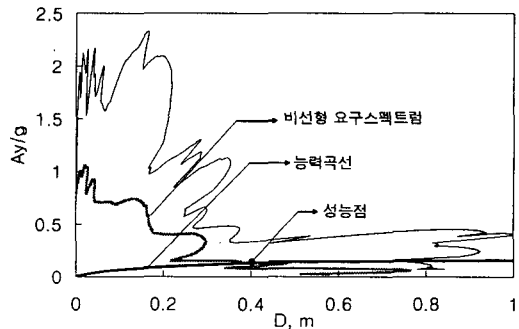


그림 4. 모델2의 능력곡선과 EL Centro지진 (IV40ELCN180)의 비선형 요구곡선

2.3 비선형 능력스펙트럼법(NCSM)⁽³⁾

CSM의 한계와 정확성을 개선하기 위하여 비선형 응답스펙트럼을 이용한 해석방법인 비선형 능력스펙트럼법의 전개과정은 다음과 같다.

1) 비선형 정적해석(pushover)과 강성이력곡선

비선형 정적해석과 능력스펙트럼은 NDSM의 비선형 정적해석과 강성이력곡선과 동일한 방법으로 구한다.

2) 요구스펙트럼

입력지진동에 대하여 진동주기 T 와 연성계수 μ , 유사가속도 A_y 의 비선형 응답스펙트럼을 구한 후, A_y-D 양식으로 변환하면 ($D = \mu D_y = \mu A_y / \omega^2$) 비선형 요구스펙트럼이 구해진다.

3) 최대응답

능력스펙트럼과 요구스펙트럼을 같은 A_y-D 양식에 중첩하면 그림 5와 같다. 능력곡선이 여러 개의 μ 곡선과 만나게 되는데, 그 중에서 능력스펙트럼으로부터 구한 항복변위에 대한 비선형 변위의 비율과 일치하는 μ 곡선과의 교차점으로부터 성능점 D 가 구해진다.

구조물의 최상층에 대한 전체최대변위는 성능점 D 에 따라 식 (4)와 같이 구한다.

3. 해석모델 및 지진동

3.1 기본가정

비선형 정적해석과 비선형 시간이력해석은 CANNY⁽⁵⁾를 사용하여 수행하기로 하며, P- Δ 효과를 고려하지 않는다. 비선형 시간이력해석의 수치적분법은 Newark β 법($\beta=0.16667$, $\gamma=0.5$)을 사용하고, 감쇠비는 Rayleigh 감쇠를 사용하여 5%로 한다. 비선형 정적해석의 목표변위는 비선형 약산법들의 정확한 평가를 위해 NTHA 결과 발생한 최대 최상층변위로 가정하며, U_{Ny} 와 V_{by} , β 는 FEMA-273⁽²⁾ 등에 따라 그림 5와 같이 pushover곡선과 변형에너지가 같고, 항복밀면전단력 V_{by} 의 60%에서 교차하는 이상화된 이선형곡선에서 구한다.

약산법들에 사용할 요구스펙트럼은 USEE⁽⁶⁾를 사용하여 구하며, 항복후강성계수(β)를 가지는 이선형 강성이력곡선을 적용한다. NDSM의 경우 A_y/g 와 진동주기 T_1 에 대한 $\mu=1, 1.25, 1.5, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12$ 의 비선형 스펙트럼에서 선형보간을 통해 μ 를 산출한다. NCSM 경우 μ 오차가 5%이하일 때, CSM의 경우 D 오차가 5%이하일 때 성능점이 수렴한 것으로 본다.

3.2 해석모델

비선형 약산법들의 신뢰성을 평가하기 위한 해석모델은 그림 6, 표 1과 같이 10층⁽⁷⁾, 20층, 35층의 3차원 이중골조 모델이며, 철근배근은 MIDAS/GENw V 6.3.2의 설계기능을 이용하여 설계한다. 비선형 정적해석과 비선형 시간이력해석의 경우 구조 부재의 전단변형에 대해서는 Origin-Oriented모델을, 휨변형에 대해서는 수정 Clough모델을, 축변형에 대해서는 선형탄성모델을 사용한다.

3.3 입력지진동

입력지진동은 FEMA-307에서 사용된 것 중 표 2와 같이 6가지를 사용하였으며, 구조물의 선형탄성 이후의 거동을 살펴보기 위해 최대지반가속도(PGA)를 1g가 되도록 조정하였다. 입력된 지진이력데이터에 대한 적분시간 간격은 모두 0.005sec이하가 되도록 하였다.

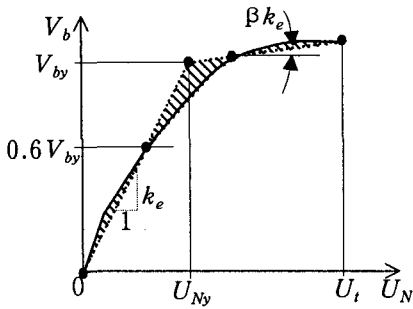


그림 5. 이상화된 이선형 pushover곡선

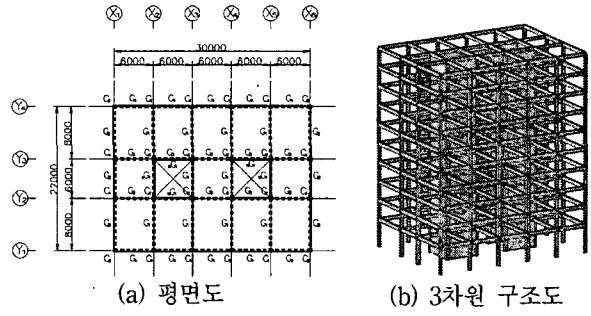


그림 6. 해석모델의 평면도와 3차원 구조도

표 1. 부재의 단면 (단위 : mm)

모델	총층수	층구분	C1, C2, C4	C3	G1	G2	G3	G4	벽두께
1	10	1 ~ 3층	600×600	500×500	350×600	350×700	400×600	350×700	200
		4 ~ 6층	500×600	500×500					
		7 ~ 10층	500×500	500×500					
2	20	1 ~ 6층	650×650	550×550					
		7 ~ 12층	600×600	500×500					
		13 ~ 20층	500×500	500×500					
3	35	1 ~ 11층	800×800	800×800					
		12 ~ 22층	650×650	700×700					
		23 ~ 35층	500×500	500×500					

표 2. 입력지진동 기록

EQ No.	Identifier	Earthquake Date	Mag.	Station	Com-ponent	PGA (g)	Epicenter Dist. (km)	Char. Period (sec)	Duration Time (sec)	비고
EQ1	BB92CIVC360	Big Bear 28 Jun 92	$M_S=6.6$	Civic Center Grounds	360	0.544	12	0.40	60.00	Short Duration (SD)
EQ2	LP89CORR090	Loma Prieta 17 Oct 89	$M_S=7.1$	Corralitos Eureka Canyon Rd.	90	0.478	8	0.85	39.98	
EQ3	IV40ELCN180	Imperial Valley 18 May 40	$M_L=6.3$	El Centro Irrigation District	180	0.348	12	0.65	31.18	Long Duration (LD)
EQ4	TB78TABS344	Tabas 16 Sep 78	$M_L=7.4$	Tabas	344	0.937	<3	0.80	49.98	
EQ5	LN92LUCN250	Landers 28 Jun 92	$M=7.5$	Lucerne	250	0.733	42	0.20	49.28	Forward Directivity (FD)
EQ6	IV79BRWY315	Imperial Valley 15 Oct 79	$M_L=6.6$	Brawley Municipal Airport	315	0.221	43	0.35	37.88	

4. 해석결과 및 분석

4.1 최상층변위 및 오차

해석모델의 시간이력해석과 각 약산법의 해석결과인 최상층 최대변위와 상대오차, 절대오차 및 표준편차를 표 3에 정리하고, 그림 7과 같이 도표화하였다. 오차와 표준편차는 다음과 같이 구한다.

$$\text{상대오차} = (U_{N,NTHA} - U_{N,\text{약산법}}) / U_{N,NTHA} \times 100 (\%) \quad (6)$$

$$\text{절대오차} = |U_{N,NTHA} - U_{N,\text{약산법}}| / U_{N,NTHA} \times 100 (\%) \quad (7)$$

$$\text{표준편차} = \sqrt{\left(\sum_{i=0}^n (e_i - \bar{e})^2\right) / n} \quad (8)$$

여기서, \bar{e} 는 오차의 평균을, n 은 data수를, $U_{N,NTHA}$ 은 NTHA에 의한 최상층의 최대변위(절대값)을, $U_{N,\text{약산법}}$ 은 각 약산법에 의한 최상층의 최대변위를 나타낸다.

표 3. 해석모델의 비선형 약산법의 변수와 최상층변위응답 및 오차

모델	EQ No.	U_{Ny}	V_{by}	$\beta(\%)$	최상층 최대변위(m)				상대오차(%)			절대오차(%)		
					NTHA	NDSM	NCSM	CSM	NDSM	NCSM	CSM	NDSM	NCSM	CSM
1 (10층)	EQ1	0.049	775	32.0	0.1107	0.1203	0.0934	0.1069	-8.63	15.64	3.43	8.63	15.64	3.43
	EQ2	0.076	1112	6.5	0.3107	0.3634	0.2831	0.2147	-16.97	8.88	30.90	16.97	8.88	30.90
	EQ3	0.080	1159	4.5	0.4495	0.4540	0.4025	0.2197	-1.01	10.46	51.12	1.01	10.46	51.12
	EQ4	0.077	1128	5.7	0.3460	0.4311	0.3571	0.2096	-24.61	-3.21	39.42	24.61	3.21	39.42
	EQ5	0.082	1181	3.9	0.5791	0.2934	0.2197	0.3294	49.34	62.06	43.12	49.34	62.06	43.12
	EQ6	0.081	1167	4.3	0.4907	0.5810	0.5195	0.4214	-18.41	-5.87	14.12	18.41	5.87	14.12
	평균								-3.38	14.66	30.35	19.83	17.69	30.35
표준편차								24.74	22.51	16.66	15.18	20.22	16.66	
2 (20층)	EQ1	0.058	341	56.0	0.1278	0.1319	0.1216	0.1234	-3.23	4.85	3.44	3.23	4.85	3.44
	EQ2	0.112	600	26.4	0.4370	0.3633	0.2943	0.3537	16.87	32.65	19.06	16.87	32.65	19.06
	EQ3	0.195	906	13.5	0.8959	0.5667	0.5604	0.5920	36.75	37.45	33.92	36.75	37.45	33.92
	EQ4	0.304	1158	6.1	1.8380	1.1694	0.9740	1.1549	36.38	47.01	37.16	36.38	47.01	37.16
	EQ5	0.326	1202	5.2	2.3890	2.1199	1.4976	1.2750	11.26	37.31	46.63	11.26	37.31	46.63
	EQ6	0.171	834	15.8	0.8063	0.7355	0.8219	0.8115	8.78	-1.93	-0.64	8.78	1.93	0.64
	평균								17.80	26.22	23.26	18.88	26.87	23.48
표준편차								14.55	18.13	17.49	8.78	1.93	0.64	
3 (35층)	EQ1	0.100	267	63.4	0.1987	0.2206	0.1971	0.1958	-11.00	0.81	1.46	11.00	0.81	1.46
	EQ2	0.213	521	20.2	0.8320	0.7601	0.6419	0.5423	8.64	22.85	34.82	8.64	22.85	34.82
	EQ3	0.225	545	18.6	1.0920	0.9250	0.9408	0.7597	15.29	13.85	30.43	15.29	13.85	30.43
	EQ4	0.287	657	15.2	2.7390	2.2139	1.6187	1.6660	19.17	40.90	39.17	19.17	40.90	39.17
	EQ5	0.369	772	13.6	3.3160	2.5362	2.5740	2.2930	23.52	22.38	30.85	23.52	22.38	30.85
	EQ6	0.237	567	17.4	1.5250	1.3612	1.0370	1.0210	10.74	32.00	33.05	10.74	32.00	33.05
	평균								11.06	22.13	28.30	14.73	22.13	28.30
표준편차								11.04	12.74	12.35	5.23	12.74	12.35	
전체	평균								8.09	22.55	27.09	17.81	22.23	27.38
	표준편차								19.83	18.85	15.94	12.18	17.39	15.82

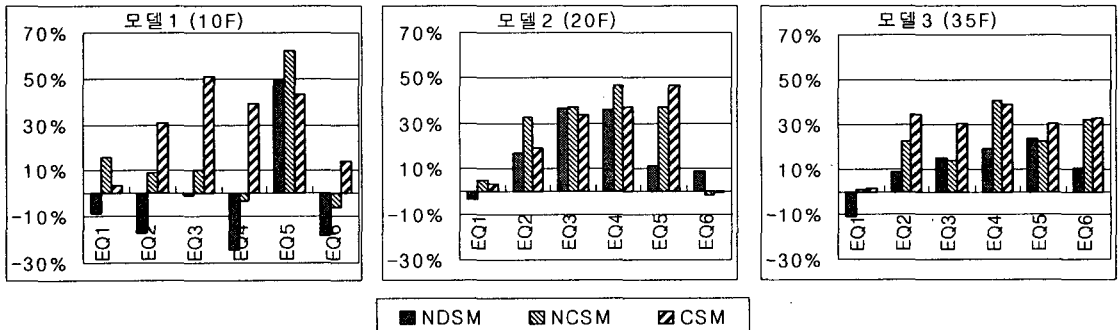


그림 7. 지진기록과 구조물의 층수에 따른 약산법들의 상대오차 비교

4.2 분석

1) 층수 변화에 따른 분석

그림 8과 같이 NDSM의 경우 해석모델의 층수가 증가할수록 절대오차가 감소하는 것으로 나타나 고층일수록 정확도가 증가하는 것으로 보여진다. 상대오차를 살펴보면 저층의 경우 NDSM이 큰 비선형 최대응답을 산출함에 따라 여타 약산법에 비해 보수적인 것으로 사료된다. 반면에 NCSM과 CSM은 층수변화에 따른 오차의 뚜렷한 특성이 나타나지 않는다. 그리고 해석모델의 층수가 증가할수록 NDSM, NCSM, CSM 오차의 표준편차가 줄어드는 것으로 나타났다.

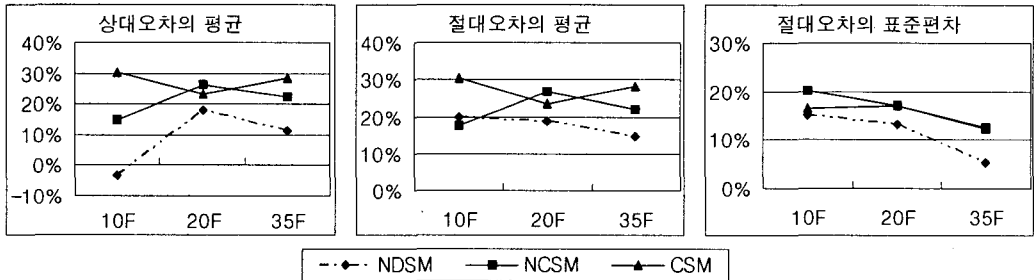


그림 8. 층수변화에 따른 약산법들의 오차 비교

2) 지진동에 따른 분석

그림 9와 같이 LD지진(EQ3, 4)과 FD지진(EQ5, 6)에 비해 SD지진(EQ1,2)에 대한 약산법들의 오차와 표준편차가 작은 것으로 나타났다. SD지진과 FD지진에서 NDSM의 오차와 표준편차가 비교적 작게 나타남에 따라 NDSM이 실용적인 약산법으로 판단된다. LD지진에서 CSM이 작은 표준편차를 보이나, 오차가 크게 나타남에 따라 실용성이 떨어지는 것으로 사료된다.

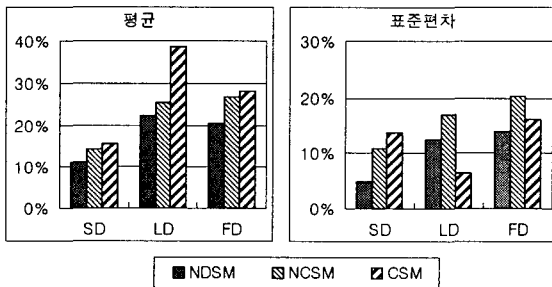


그림 9. 지진종류에 따른 약산법의 절대오차 비교

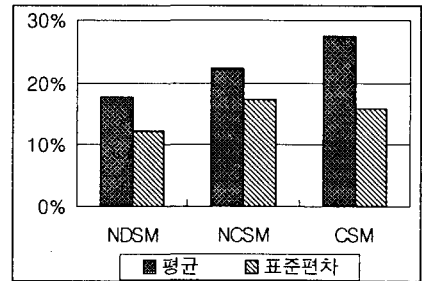


그림 10. 약산법 종류에 따른 절대오차 비교

3) 약산법에 따른 분석

그림 10과 같이 약산법들의 절대오차는 NDSM이 17.81%, NCSM이 22.23%, CSM이 27.38%로, NDSM이 상대적으로 작은 오차를 보이고 있으나, 표 3에서와 같이 일부의 경우 NDSM은 NTHA보다 큰 최대변위를 산출하였다. 표준편차의 경우 NDSM이 12.18%, NCSM이 17.39%, CSM이 15.82%로, NDSM이 여타 약산법들에 비해 절대오차의 편차가 작게 나타났다. 이와 같은 오차의 평균과 표준편차 성격을 살펴볼 때 NDSM이 여타 약산법에 비해 정확도가 높은 것으로 사료된다.

5. 결론

구조물의 성능평가를 위한 가장 정확한 해석법인 비선형시간이력해석법은 계산과정이 복잡하고 많은 시간과 노력을 필요로 하여 실용적이지 못하다. 이에 따라 성능평가를 위한 보다 약산적인 방법들이 제시되었는데, 능력스펙트럼법(CSM)과 비선형 능력스펙트럼법(NCSM), 비선형 직접스펙트럼법(NDSM)이 대표적이다. 본 연구에서는 각 약산법의 사용성과 신뢰성을 예제 구조물과 다양한 지진을 통하여 비교·검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 이중골조의 층수가 증가할수록 NDSM은 절대오차와 편차가 줄어드는 것으로 나타남에 따라 CSM과 NCSM에 비해 보다 정확한 것으로 판단된다. 그러나 저층의 경우 NDSM은 일부지진에서 큰 최대변위를 산출함에 따라 여타 약산법에 비해 보수적인 것으로 나타난다.
- 2) SD지진의 경우 LD지진과 FD지진에 비해 약산법들의 오차가 작게 나타났으며, 특히 여타 약산법에 비해 NDSM이 작은 오차와 편차를 보이고 있다.
- 3) NDSM과 달리 CSM과 NCSM은 성능점을 구하기 위한 반복과정을 필요로 한다. NCSM의 경우 일부에서 비탄성 요구곡선의 특성으로 인해 성능점을 구하기 어렵기 때문에 큰 오차가 발생한 것으로 보이며, CSM은 여타 약산법에 비해 큰 오차가 발생하고 있다.
- 4) 전반적으로 NDSM은 NCSM과 CSM에 비해 간단한 산정절차와 함께 상대적으로 작은 오차와 편차를 보임에 따라 다른 약산법들에 비해 실용적인 것으로 판단된다.

감사의 글

“이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음.” (KRF-2004-002-D00427)

참고 문헌

1. Applied Technology Council. "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings." Report ATC-40, November, 1996, p.319
2. FEMA, "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings," Report No. FEMA-273, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C., May 1997, p.439
3. Chopra, A. K. and Goel, R. K., "Capacity- demand-diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems," Report No. PEER-1999/02, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of Berkeley, Berkeley, 1999, pp.67
4. 강병두, 김재용, "내진성능평가를 위한 비선형 직접스펙트럼법의 특성", 한국지진공학회 논문집, 제6권, 제4호, 2002. 8, pp.65~73
5. Li, Kang-Ning, "CANNY 99, 3-dimensional nonlinear static/dynamic structural analysis computer program-users manual," CANNY Structural Analysis, CANADA, 2000, p.215
6. Mehmet Inel, Erich M. Bretz, Edgar F. Black, Mark A. Aschheim, and Daniel P. Abrams, "USEE 2001 : Utility Software for earthquake engineering report and user's manual," Civil and Environmental Engineering, University of Illinois at Urbana-Campaign, Urbana, Illinois, October, 2001, p.88
7. 배익주, "정적·동적 비선형 해석에 의한 철근콘크리트 이중골조의 내진성능 검토", 동아대학교 대학원 석사학위 논문, 1999.