

## 시간지연 모델을 이용한 액체로켓엔진의 축방향 비선형 연소불안정 해석

김성구\* · 최환석\* · 박태선\*\* · 김용모\*\*\*

### Numerical Analysis of Nonlinear Longitudinal Combustion Instability in LRE Using Pressure-Sensitive Time-Lag Hypothesis

Seong-Ku Kim\* · Hwan Seok Choi\* · Tae Seon Park\*\* · Yong-Mo Kim\*\*\*

#### ABSTRACT

Nonlinear behaviors such as steep-fronted wave motions and a finite amplitude limit cycle often accompanying combustion instabilities have been numerically investigated using a characteristic-based approximate Riemann solver and the well-known  $n$ - $\tau$  model. A resonant pipe initially subjected to a harmonic pressure disturbance described the natural steepening process that leads to a shocked N-wave. For a linearly unstable regime, pressure oscillations reach a limit cycle which is independent of the characteristics of the initial disturbances and depends only on combustion parameters and operating conditions. For the 1.5 MW gas generator under development in KARI, the numerical results show good agreement with experimental data from hot-firing tests.

#### 초 록

연소불안정에서 흔히 수반되는 충격파와 한계사이클 같은 비선형적 거동을 수치해석을 통해 고찰하였다. 공진관에 가해진 초기 압력교란이 충격파로 천이되는 과정을 해석함으로써 비선형 음향특성에 대한 이해를 돕는 동시에 수치해석기법의 정확성을 검증하였다.  $n$ - $\tau$  연소응답모델을 이용한 SSME의 해석결과는 선형불안정 영역에서 한계사이클의 특성은 연소파라미터와 작동조건에 의존할 뿐 초기 교란의 특성과는 무관함을 밝혔다. 또한 1.5 MW급 가스발생기의 개발 과정에서 겪은 연소불안정 문제에 적용하여 예측된 안정성 경향을 연소시험 결과와 비교함으로써, 향후 수치해석을 통한 연소불안정 예측기법에 대해 가능성을 확인하는 동시에 향후 연구방향을 모색하였다.

Key Words: Liquid Rocket Engine(액체로켓엔진), Nonlinear Combustion Instability(비선형 연소불안정), Steep-Fronted Shock Wave(충격파), Limit Cycle(한계사이클)

\* 한국항공우주연구원 연소기그룹

\*\* 경북대학교 기계공학부

\*\*\* 한양대학교 기계공학부

연락처, E-mail: kimsk@kari.re.kr

연소불안정의 비선형적 거동은 Fig. 1과 2에 나타내었듯이 크게 한계사이클(limit cycle)과 비선형 촉발불안정(nonlinear triggering instability)이라는 두 가지 문제로 귀결된다. 일반적으로 연소실이 안정적으로 작동하더라도 일정크기의 압력섭동이 존재하며, 통상적으로 연소실 평균압력의  $\pm 5\%$  보다 작은 경우 안정한 연소장으로 판단한다. 외부로부터의 교란이 전혀 없이, 정상상태에서 존재하는 노이즈 수준의 작은 압력섭동에 의해서도 내재적으로 연소불안정이 발생하는 경우를 선형적으로 불안정한 엔진(linearly unstable engine)으로 분류한다. 여기서 초기 압력진동은 지수함수적( $p'(t) \sim e^{at}$ )으로 증폭된다. 하지만 Fig. 1에서 보듯이, 일정 진폭 이상이 되면 점차 비선형적 요인들이 두드러지게 되고 점차 선형적 증가 형태에서 벗어나 진폭이 일정한 값으로 수렴되는 주기적 진동 현상, 즉 한계사이클(limit cycle)에 도달하게 된다. 고주파 연소 불안정이 발생하는 대부분의 경우에 한계사이클은 톱니 모양의 파형(steep-fronted N-waveform)을 띄게 되고, 일정 크기 이상의 압력진동은 충격파를 수반한다는 것을 알 수 있다.

선형 불안정 엔진과는 달리, Fig. 2와 같이 진폭이 일정 크기 이하인 초기교란에 대해서는 압력섭동이 감쇠되어 안정한 상태로 되돌아가는 경우를 선형적으로 안정한 엔진(linearly stable engine)이라 부른다. 그러나 이 경우에도 진폭이 일정값(threshold amplitude) 이상이 되는 교란이 주어지게 되면 연소불안정이 발생하게 되는데, 이를 촉발 불안정(triggering instability)이라 하며 그때의 문턱값을 통해 동적 안정성 여분(dynamic stability margin)을 평가할 수 있다. 따라서 연소불안정에 대한 비선형 해석은 실제 액체로켓엔진을 설계하고 평가하는 데 있어 실질적으로 나타나는 문제인 "안정성 평가(stability rating)"라는 측면에서 매우 중요하다.

본 연구의 궁극적인 목적은 액체로켓엔진 연소기의 설계에 있어 설계자로 하여금 안정성 여부를 평가하고 연소시험로부터 얻은 결과들을 보다 체계 있게 분석하는 데 도움을 줄 수 있는

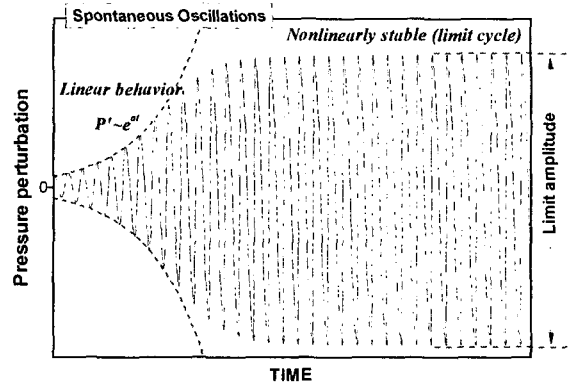


Fig. 1 Existence and stability of limit cycle in linearly unstable engines

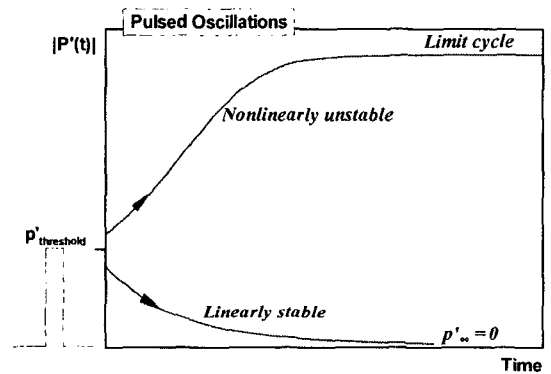


Fig. 2 Triggering of nonlinear instability in linearly stable engines

예측코드를 개발하는 데 있다. 이를 위한 일차적 단계로서, 축방향 진동모드를 갖는 연소불안정의 비선형적 거동을 정확히 예측할 수 있는 수치해석 기법을 개발·검증하는 데 주안점을 두었다. 연소응답특성은 비교적 간단한  $n-\tau$  모델을 사용하였으며, 현재 항우연에서 개발 중인 가스발생기에서 나타난 축방향 연소불안정 문제에 적용함으로써 수치해석을 통한 예측코드 개발의 가능성과 효용성을 확인하였다.

## 2 수치해석 방법

본 연구에서는 액체로켓엔진내의 축방향 진동모드로 야기되는 연소불안정에 국한하였으며, 다

음과 가정을 도입하였다.

- (1) 추력실내 유동은 준1차원적(quasi 1-D)이다.
- (2) 연소가스는 단일성분의 완전기체처럼 거동하며, 액적의 체적은 무시된다.
- (3) 점성, 확산, 열전도의 영향은 무시된다.
- (4) 액적의 정체엔탈피는 액적이 연소실 내를 이동하는 동안 일정하게 유지된다.
- (5) 가스장과 액적의 상호작용에 의한 운동량 교환은 무시된다.

위와 같은 가정을 통해, 추력실내의 연소 유동장은 다음과 같은 질량, 운동량, 에너지의 보존방정식으로 나타낸다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A) = \dot{w} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u A) + \frac{\partial}{\partial x}\{(\rho u u + p)A\} = p \frac{\partial A}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_t A) + \frac{\partial}{\partial x}\{(\rho u e_t + p u)A\} = H_f \dot{w} \quad (3)$$

연소불안정을 발생시키고 유지하는 주요 메커니즘은 추진제의 미립화, 분무거동, 증발특성 그리고 화학반응 등과 관련된 일련의 비정상 연소과정에 의해 나타나게 된다. Crocco의 시간지연 이론(pressure-sensitive time-lag hypothesis)을 도입하여 연소응답을 다음과 같이 모사하였다[1].

$$\dot{w} = \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u} A)}{\partial x} \left[ 1 + \frac{n}{\beta} \{p'(t, x) - p'(t - \tau, x)\} \right] \quad (4)$$

식(4)에서 두 가지 중요한 연소특성 파라미터가 나타나는 데, 상호작용지수(interaction index)  $n$ 은 연소과정이 유동장의 압력진동에 민감한 정도를 의미하고, 감응시간지연(sensitive time lag)  $\tau$ 는 비정상 연소과정이 유동교란에 반응하는데 필요한 지연시간을 나타낸다. 이 두 변수를 Rayleigh의 정의와 비교하면, 지연시간  $\tau$ 는 가진과 응답 사이의 위상(phase)에 대응하며, 압력지수  $n$ 은 전달함수에 의한 이득(gain)에 대응될 수 있다[2]. 시간지연 모델은 실험 데이터를 분석하고 상관성을 파악하기 위해 1950년대에 개발된 직관적이며 단순화된 이론이지만, 현재까지도 연소기 설계 및 해석에 많이 사용되어 왔다. 그러나 시간지연 이론은 실제상에 나타나는 어떠한

물리적 과정과도 직접적으로 연관시킬 수 없으므로 설계와 관련된 일반성을 제공하지 못하며, 결과적으로  $n$ 과  $\tau$ 로 대표되는 연소특성 파라미터를 결정하기 위해 실제 엔진에 대한 실험적/경험적 데이터들을 필요로 하게 된다.

격자 경계면에서 대류플럭스를 계산하는 데 있어 고차 정확도 해석기법의 적용은 충격파와 같은 불연속면을 전후로 수치적 진동을 발생시킬 수 있으며, 이로 인한 해석상의 과잉압력은 불안정을 촉발시켜 잘못된 경향을 예측할 수도 있다. 본 연구에서는 특성치에 근거한 근사리만해법[3]을 사용하였으며, 물리적 파동이 경계면을 통과할 때 수치적 진동이 발생되어 계산영역으로 전파되는 것을 방지하기 위해 경계면(입출구, 고체벽면)에서 물리적 특성조건에 따라 입사파와 반사파의 양을 조절하는 오일러-특성경계조건[4]을 적용하였다.

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 공진관 내의 충격파 천이

Figure 3과 같이 공진관내에서 일어나는 비선형 음향특성은 로켓모터내의 연소불안정을 기체역학적으로 가장 잘 모사할 수 있으므로 수치해석 방법의 정확성을 검증하는 데 사용될 수 있다[5]. 공진관내에 사인파와 같이 부드러운 파형의 압력교란을 주게 되면 wave steepening을 통해 톱니 모양의 충격파(N-wave)로 변하게 된다. 이러한 음향파형의 왜곡은 유체의 유동 속도가 압력파의 전파속도에 기여하게 되고 음속 역시 각각의 위치에 따라 달라지기 때문에 음압이 끝단에서 적체되어 나타나는 비선형적 현상이다. N-파동이 형성되고 난 후 일정한 형태를 유지하게 되는데, 이때 압력진폭은 초기 교란의 크기에는 무관하고 진동주파수에 의해 결정되게 된다(acoustic saturation). 또한 파형의 왜곡은 음향에너지가 초기에 사인파가 갖는 단색 주파수로부터 정수배의 하모닉 모드로 재분배되게 된다(frequency redistribution). 추가적으로 일어나게

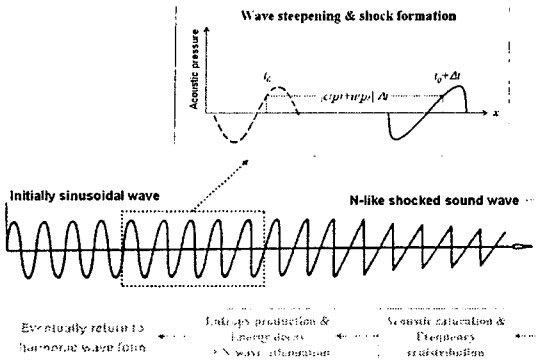


Fig. 3 What happens in a resonant pipe with initially harmonic pressure disturbance

되는 현상으로 충격파의 발생에 따른 엔트로피 증가는 점차 N-파동을 감쇄시키게 된다 (attenuation of N-wave). 따라서 지속적인 에너지 지원이 공급되지 않는다면 공진관내의 압력진동은 충분한 시간 후에는 궁극적으로 다시 조화함수 형태의 완만한 파형으로 되돌아가게 된다. 서론에서 밝힌 대로 격자경계면에서 대류플럭스를 계산하는 수치해석 기법의 정확도가 낮다면 소산오차(dissipative error)가 발생하고 이는 인위적인 점성처럼 작용하여 고주파의 harmonics를 소산시키게 된다. 따라서 N-파형 충격파의 끝단이 뭉툭해지는 해석결과를 얻게 되고 실제보다 훨씬 빠른 N-파동의 감쇄를 예측하게 된다. 반대로 고차 정확도 기법을 사용하는 경우 격자경계면에서의 플럭스를 적절히 제어하지 못한다면 불연속면 근방에서 수치적 압력진동(overshoot & undershoot)을 야기하게 된다. 해석조건은 압력과 온도가 각각 68.95 bar과 3488 K인 가스(비열비 1.22)가 채워진 길이 1.22 m인 파이프 내에 아래와 같은 축방향 압력교란(N=1)을 가했다.

$$p'(x, 0) = \bar{p}(x) \left\{ 1 + C_{pert} \cos\left(\frac{N\pi x}{L}\right) \right\} \quad (5)$$

이때 초기 교란된 밀도와 온도장은 등엔트로피 관계식을 통해 수정하였으며 초기 속도섭동은 없다고 가정하였다. Fig. 4는 왼쪽 벽면에서 구한 시간에 따른 압력진동의 해석결과를 나타내고 있다. 초기 압력교란의 크기가 상대적으로 크

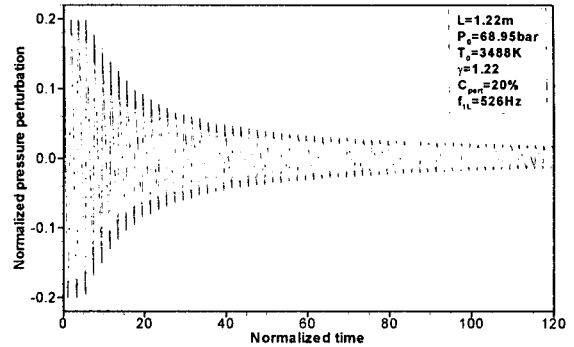


Fig. 4 Time evolution of pressure oscillations at the left wall of resonant pipe

므로(평균압력의 20%) 충격파가 형성되는 주기가 매우 빠르게 나타난다. 수치진동 없이 N-파형을 정확히 예측하고 있으며, 많은 주기가 지난 후에도 동일한 파형을 유지하는 것을 알 수 있으며, 이를 통해 본 연구에서 사용한 수치해석 방법은 연소불안정에 적용하기에 타당하다고 판단된다.

### 3.2 SSME 내의 축 방향 연소불안정 해석

한계사이클과 관련된 비선형 거동에 미치는 연소파라미터의 영향을 살펴보기 위해 SSME (Space Shuttle Main Engine)를 대상으로 수치해석을 수행하였다. 연소불안정 해석을 위해 식(4)와 같은  $n-\tau$  연소응답모델을 사용하였으며, 먼저 추력실 형상 및 연소조건에 대해 일정거리까지 평균 열 방출율이 일정하다는 가정을 통해 정상상태 해를 구하였다.  $\tau^*$ 는 지연시간  $\tau$ 를 특성시간  $\tau_0$ 로 무차원하여 나타낸 값이며,  $\tau_0$ 는 분사기면에서의 정체유속  $c_0$ 에 대한 노즐목까지 축방향 길이의 비로 정의된다. 주어진 해석조건에서 계산한 특성시간  $\tau_0$ 는 0.642 msec이다. Fig. 5는 연소파라미터가 각각  $\tau^*=1$ (공진조건)과  $n=2$ 인 조건에서 각각 다른 초기 교란을 주고 해석한 결과를 나타내고 있다. 초기에 주어진 코사인 형태의 연속적인 기본 진동모드는 3.1절에서 자세히 설명한 바와 같이 비선형적 파형 왜곡현상(wave-steepening)을 통해 스스로 불연속적인 파형을 갖는 급격한 전방파(N-type shock wave)로 변환

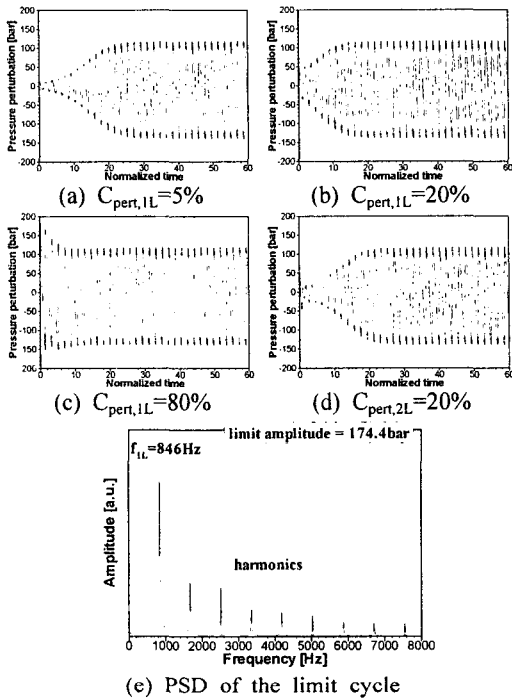


Fig. 5 Limit cycle independent of initial disturbance for linearly unstable regimes ( $\tau^*=1.0$ ,  $n=2.0$ ,  $p_0=242.35$  bar)

된다. 해석결과로부터 한계사이클의 진폭과 음향 모드는 연소파라미터와 작동조건만의 함수일 뿐, 초기 교란의 특성(크기와 모드)과는 상관없이 동일하게 나타나는 것을 알 수 있다. 이때, 한계진폭은 평균 연소압  $p_0$ 의 97.8%로 예측되었으며, 846 Hz의 1차 종방향(1L) 음향모드를 나타낸다. Fig. 5(e)와 같이 한계사이클에 대한 주파수 분석 결과를 살펴보면 1L 모드와 함께 정수배의 하모닉 모드들이 존재하는 것을 알 수 있다. 이들은 2L, 3L등의 고차 모드를 의미하는 것이 아니라, 3.1절에서 설명한 바와 같이 N-파형에 따른 음향에너지의 재분배에 의한 것이다.

선형불안정 엔진에서 초기 교란의 특성은 한계사이클 자체와는 무관하지만 한계사이클에 도달하기까지 나타나는 천이과정에는 많은 영향을 주게 된다. Fig. 5(a)~(c)를 보면 초기 교란이 클수록 천이구간이 짧아지며 한계사이클에 빨리 도달하는 것을 알 수 있다. 또한 Fig. 5(d)의 결과로부터 초기에 가해진 2L 모드의 압력교란은

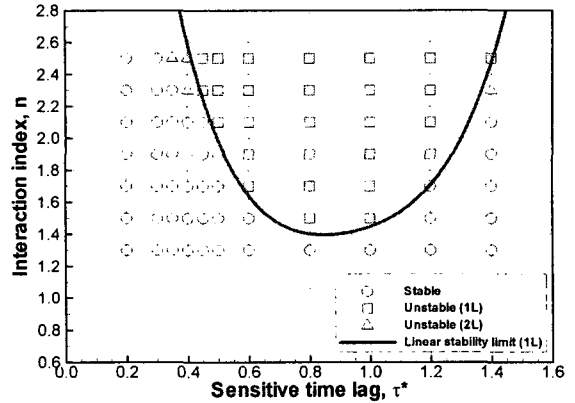


Fig. 6 Prediction of linear stability limit for longitudinal combustion instabilities in SSME

천이구간을 거치면서 1차 모드로 바뀌는 것을 알 수 있다.

연소파라미터  $n$ 과  $\tau$ 를 변화시켜 가며 해석을 수행하면 주어진 작동조건에 대해 Fig. 6과 같은 1L 모드의 선형안정한계를 구할 수 있다. 이 곡선을 기준으로 위쪽이 선형불안정영역, 즉 아주 작은 교란에 대해서도 1L 모드 연소불안정이 발생하는 영역이 된다. 선형불안정영역에서  $n$ 의 최소값이 1.4로 공진조건( $\tau^*=1$ )이 아니라  $\tau^*=0.85$ 에서 나타나는 이유는 지연시간을 무차원화 시키는데 사용된 노즐목까지의 축방향 길이에서 노즐축소부의 영향으로 인해 실제 파장 길이가 약 15% 정도 작아지기 때문이다. 1L 모드의 공진조건을 벗어나서 작은 영역에 2L 모드의 선형불안정 영역이 존재하는 것을 알 수 있다. 1L 모드에 비해 2L 모드가 훨씬 위쪽의 작은 영역에서 나타나는 이유는 노즐 축소부의 존재가 고차의 종방향 모드를 안정화시키는 역할을 하기 때문이다. 이론적으로 선형안정한계 곡선 아래로 선형안정영역, 즉 작은 교란에 대해서는 안정하지만 일정한 크기 이상의 교란이 주어지면 비선형 연소불안정(triggering instability)이 발생하는 영역이 존재한다. 그보다 더 아래로 내려가면 어떠한 크기에 교란에 대해서도 항상 안정한 절대안정영역(absolute stable regime)이 된다. 선형안정영역과 절대안정영역을 구분하는 비선형안정한계는 항상 선형안정한계 아래에 나타나게 된다. 본

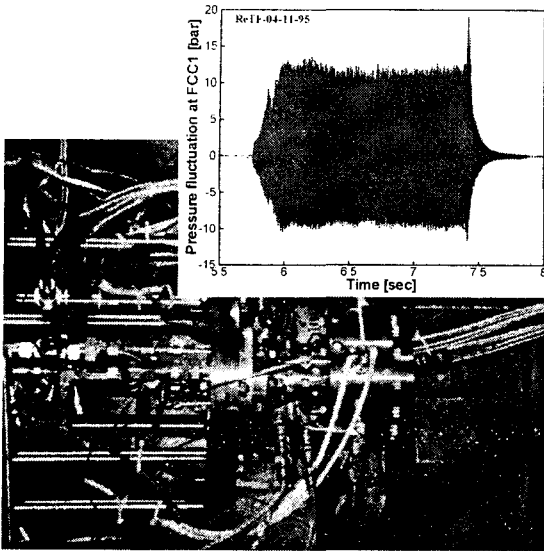
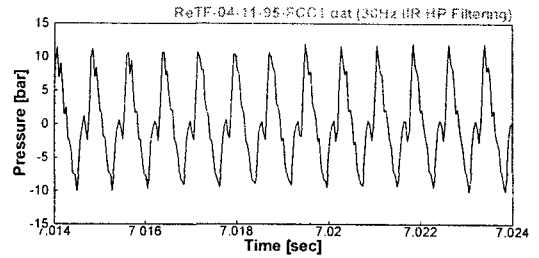


Fig. 7 Occurrence of combustion instability during the hot firing test of 1.5 MW gas generator under development in KIARI

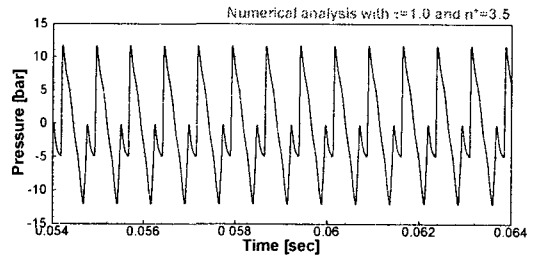
연구에서는 선형안정영역과 비선형 안정한계를 예측하고자 시도하였으나 비선형 연소불안정 현상을 발견할 수 없었다. 그 이유는 선형화된  $n$ - $\tau$  인소모델이 연소과정에 내재된 비선형성을 적절하게 고려할 수 없기 때문으로 판단된다.

### 3.3 가스발생기내 연소안정성 예측

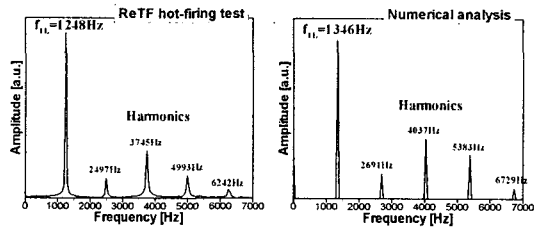
고성능 액체로켓엔진에서 추진제를 추력실로 공급하는 터보펌프를 구동시키는 방법으로, 연료와 산화제의 일부를 가스발생기에서 연소시키고, 이를 통해 얻어지는 고온의 가스로 터빈을 구동시키는 가스발생기 사이클이 널리 사용된다. Fig. 7은 현재 항우연에서 개발 중인 1.5 MW급 가스발생기[6]에서 나타난 연소불안정 사례를 보여주고 있다. 연소과라미터  $n$ 과  $\tau$ 는 연소시험결과로부터 도출할 수 있으며, 최근 국내학회를 통해 KSR-III 엔진에서 나타난 1T 모드 연소불안정 사례에 적용한 논문[7]이 발표한 바 있다. 그러나 케로신과 액체산소를 사용하는 가스발생기의 경우 출구온도를 낮추기 위해 O/F비가 0.3~0.5 사이의 연료-과잉 조건에서 작동되기 때문에  $n$ 과  $\tau$ 를 도출하는 데 필요한 입력 파라미터들을 결정하는 데 좀 더 많은 연구가 필요하다. 따라



(a) Measurement by dynamic pressure sensor



(b) Prediction at the same location of FCC1



(c) PSD of experimental and numerical data

Fig. 8 Comparison of dynamic pressure between experimental and numerical results

서 본 연구에서는 우선 연소시험에서 얻은 동압 신호를 유사하게 재현할 수 있는  $n$ 과  $\tau$ 를 직접적으로 구하기로 하였다.

Fig. 8(a)는 동압센서 FCC1에서 얻은 연소시험 결과이며, Fig. 8(b)는  $n$ 과  $\tau$ 를 각각 3.5와 1.0으로 하였을 때 동일한 위치에서의 구한 해석결과이다. 두 결과는 매우 유사하게 나타났으며, N-파형의 동압신호는 앞서 설명한 바와 같이 충격파(steepest-fronted shock wave)를 수반한 한계사이클을 보여주고 있다. 따라서 Fig. 8(c)의 FFT 분석결과에서도 1L 진동모드와 함께 정수배의 하모닉 모드들이 나타나게 된다.

연소가스 매질을 통한 음향파는 가스발생기로부터 시작해서 연결유로를 거쳐 choking이 일어나는 터빈 쪽의 분사 노즐면까지 자유롭게 전달

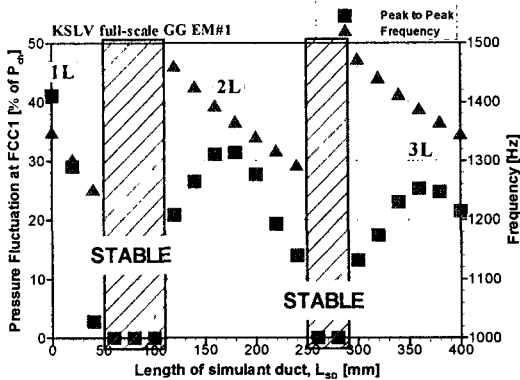


Fig. 9 Prediction of combustion stability with variable lengths of simulant duct

된다. 따라서 비행모델(flight model)에 대한 3차원 선형음향 해석을 통해 가스발생기와 섭동을 일으킬 수 있는 공진주파수는 1378Hz(7L)과 1524 Hz(8L)로 나타났다. 따라서 가스발생기가 갖는 공진조건을 파악하고, 이를 실제 비행모델의 설계에 반영하여 전체유로가 갖는 길이를 조정함으로써 연소불안정을 억제하는 방안을 고려할 수 있다. 이러한 목적으로 가스발생기에 연결유로를 모사하는 덕트를 부착하였다. 모사덕트의 길이  $L_{SD}$ 를 변화시켜가며 해석을 수행하였으며 Fig. 9와 같은 안정성 경향을 예측하였다.  $L_{SD}=0$ 인 경우는 Fig. 8에 해당하는 결과이며, 길이가 증가함에 따라 1L, 2L, 3L 등의 순서로 공진조건들이 발생하고 그 사이에 안정한 영역이 존재하는 것을 알 수 있었다. 그중에서  $L_{SD}=265$  mm인 경우에 대해 연소시험이 수행되었고 해석결과대로 연소불안정이 발생하기 않았다. 이를 통해 Fig. 9에 나타난 안정성 예측결과가 타당성을 갖는 것으로 사료된다. 보다 엄밀한 검증을 위해서는 추가적인 연소시험이 수행되어야 할 것이다. 이와는 별도로 turbulence ring을 장착함으로써 연소안정성 여분을 높일 수 있으며, 향후 이 부분에 대한 해석적 연구가 수행될 예정이다. 그러나 해석방법의 신뢰성을 높이기 위해서는 무엇보다도 가스발생기내 연료과잉 연소가스의 물성치를 정확히 결정할 수 있는 실험적·해석적 방법이 개발되어야 할 것이다.

#### 4. 결론

액체로켓엔진에서 발생하는 연소불안정의 비선형적 거동들을 해석하였으며, 공진 시스템에서의 충격과 발생 메커니즘과 한계사이클의 특성을 고찰하였다. 또한 실제 사례에 적용함으로써 연소불안정 예측코드의 개발 가능성과 효용성을 확인하였다.

#### 참고문헌

1. Lores, M. E. and Zinn, B. T., "The Prediction of Nonlinear Longitudinal Combustion Instability in Liquid Propellant Rockets," NASA CR-120904, 1972
2. 윤용섭, 허환일, "액체로켓엔진 고추파 연소불안정의 예측," 한국추진공학회지, 제7권, 제3호, 2003, pp.61-68
3. 김성구, 박태신, "시간지연 모델을 이용한 액체로켓엔진의 축방향 비선형 연소불안정 해석," KARI-REG-TM-2004-039, 2004
4. Poinot, T. and Veynante, D., Theoretical and Numerical combustion, 1st ed., Edwards, Inc., PA, 2001
5. Przekwas, A. J. and Yang, H. Q., "Advanced CFD Methodology for Fast Transients Encountered in Nonlinear Combustion Instability Problem," NASA Report NAS8-38034, 1989
6. 김승한, 한영민, 서성형, 문일윤, 이광진, 김종규, 송주영, 김인태, 설우석, 이수용, "액체로켓엔진용 실물형 1.5MW급 가스발생기 개발," 제5회 우주발사체기술 심포지움, 2004
7. 손채훈, 문윤완, 허환일, "액체 로켓엔진에서 선형 연소 불안정 해석을 이용한 연소 안정 한계 곡선 계산," 한국항공우주학회지, 제32권, 10호, pp.93-101, 2004