

시변 지연 이산 시간 비선형 시스템에 대한 정적 출력 제한 H_∞ 퍼지 강인 제어기 설계

김택룡*, 박진배*, 주영훈**

* 연세대학교 전기전자공학과 ** 군산대학교 전자정보공학부

Static Output Feedback Robust H_∞ Fuzzy Control of Discrete-Time Nonlinear Systems with Time-Varying Delay

Taek Ryong Kim*, Jin Bae Park*, and Young Hoon Joo**

* Yonsei University ** Kunsan National University

E-mail : princebear@control.yonsei.ac.kr

Abstract

In this paper, a robust H_∞ stabilization problem to a uncertain discrete-time fuzzy systems with time-varying delay via static output feedback is investigated. The Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model is employed to represent an uncertain nonlinear systems with time-varying delayed state. Using a single Lyapunov function, the globally asymptotic stability and disturbance attenuation of the closed-loop fuzzy control system are discussed. Sufficient conditions for the existence of robust H_∞ controllers are given in terms of linear matrix inequalities.

Key Words : Time-varying Delay, Uncertain, Static Output Feedback, Fuzzy, Linear Matrix Inequality

1. 서 론

산업 현장에서 널리 쓰이는 대부분의 시스템은 강한 비선형성과 불확실성을 가지고 있다. 더불어 이를 제어할 때에 대부분은 어느 정도의 시변 지연이 발생 하게 된다. 따라서 이런 비선형성과 불확실성, 그리고 시변 지연의 상황에서 시스템을 제어하기 위한 많은 연구가 진행되어져 왔다. 그 중에서 퍼지 제어는 실제로 매우 복잡하고 불확실한 시스템을 제어하는데 성공적인 결과를 거두었다. 특히 시스템의 모델이 불확실하면 할수록 더 복잡할수록 퍼지 제어는 더욱 그 가치를 발휘한다.

시변 지연을 가진 선형 시스템을 강인 제어하는 논문은 많이 있다. 그러나 비선형 시스템에 대해서는 극히 드물다. 그것은 비선형 시스템의 복잡한 시스템 특성에 기인한다. 따라서 이런 복잡한 시변 지연의 비선형 시스템을 다루기 위해서 퍼지 기법을 도입한 논문이 몇 편 있다.

Caon은 [2]에서 처음으로 시변 지연이 있는 비선형

시스템을 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델로 표현하고 그에 대한 안정도 분석을 하였다. 이를 바탕으로 Lee는 H_∞ 의미에서의 강인제어 기법을 동적 출력 제한 제어를 통해 달성하는 방법을 [3]에서 제시하였다. 그러나 이 논문에서는 비선형 행렬 부등식을 풀어야 하므로 제어기의 설계가 매우 복잡하다.

Lo는 [1]에서 퍼지 기법을 이용하여 비선형 시스템을 H_∞ 의미에서 정적 출력 제한 제어를 통해 강인 제어하는 방법을 제시하였다. 이때 시스템을 안정화시키는 충분조건으로 제시된 것은 선형 행렬 부등식이다. 따라서 제어기의 설계 문제는 현재의 컨벡스 알고리즘으로 쉽게 풀려질 수 있다. [6]에서는 Lo가 제시한 방법을 시변 지연이 있는 연속 시간 시스템으로 확장하였고 따라서 성공적으로 시변 지연을 가지는 비선형 연속 시간 시스템을 제어하기 위한 제어기 설계 문제를 선형 행렬 부등식을 표현할 수 있었다.

본 논문에서는 [6]에서 제시한 방법을 시변 지연이 있는 이산 시간 비선형 시스템으로 확장한다. 즉 시변 지연을 가지는 이산 시간 비선형 시스템을 한

정된 에너지를 가지는 외란이 있는 상황에서 H_∞ 의 미에서 강인 제어하기 위한 퍼지 제어를 설계한다. 논문의 전개 방식은 [6]에서 제시한 연속 시간 비선형 시스템에 대한 경우와 비슷하다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 문제 설정을 하고 3장에서 이산 시간 시스템에 대한 H_∞ 퍼지 제어기 설계를 다룬다. 그리고 4장에서 결론을 내린다.

2. 문제 설정

T-S 퍼지 모델은 일반적으로 비선형 시스템의 범용 근산자로 알려져 있다. 따라서 다음 T-S 퍼지 모델로 표현되어지는 시변 지연을 가지는 이산 시간 비선형 시스템에 대해서 고려한다.

Plant Rule i

IF $z_1(t)$ is M_{i1} and ... and $z_n(t)$ is M_{in}
THEN

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (A_{di} + \Delta A_{di}(t))x(t-d(t)) \\ &\quad + (B_i + \Delta B_i(t))u(t) + (B_{2i} + \Delta B_{2i}(t))u(t) \\ z(t) &= (C_i + \Delta C_i(t))x(t) + (C_{di} + \Delta C_{di}(t))x(t-d(t)) \\ &\quad + (D_i + \Delta D_i(t))u(t) + (D_{2i} + \Delta D_{2i}(t))u(t) \\ y(t) &= E_i x(t), \quad i=1, \dots, r \\ x(t) &= 0, \quad t \leq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $z(t) = (z_1(t), \dots, z_n(t))$ 는 상태 변수 $x \in R^n$ 와 관계되는 입력 변수들이며, $u(t) \in R^r$ 는 한정된 에너지를 가진 외란, $u(t) \in R^r$ 는 제어 입력 벡터, M_{i1}, \dots, M_{in} 은 입력퍼지집합, $(A_i, A_{di}, B_i, B_{2i}, C_i, C_{di}, D_i, D_{2i})$ 는 적절한 치수를 가진 상수 행렬들이다. 시변 지연을 나타내는 $d(t)$ 는 다음을 만족한다고 가정 한다:

$$0 \leq d(t) < \infty, \quad d(t) = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

모델의 불확실성을 나타내는 시변 행렬 $(\Delta A_i(t), \Delta A_{di}(t), \Delta B_i(t), \Delta B_{2i}(t), \Delta C_i(t), \Delta C_{di}(t), \Delta D_i(t), \Delta D_{2i}(t))$ 은 다음과 같이 정의 된다 [1]:

$$\begin{pmatrix} \Delta A_i(t) & \Delta A_{di}(t) & \Delta B_i(t) & \Delta B_{2i}(t) \\ \Delta C_i(t) & \Delta C_{di}(t) & \Delta D_i(t) & \Delta D_{2i}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M \Delta_i(t) & (N_1 & N_2 & N_3 & N_4) \\ M \Delta_i(t) & (N_1 & N_2 & N_3 & N_4) \end{pmatrix}$$

여기서 $(M, N_1, N_2, N_3, N_4, N_1, N_2, N_3, N_4)$ 는 알려진 적절한 치수를 가진 상수 행렬들이며, $(\Delta_i(t))$ 는 Lebesgue-measurable 요소를 가지는 다음을 만족하는 시변 행렬이다: $\Delta_i'(t)\Delta_i(t) \leq I, \quad \Delta_i'(t)\Delta_i(t) \leq I$

Remark 1: [1]에서 설명한 것처럼 퍼지 모델 (1) 은 원래의 비선형 시스템을 포함한다.

퍼지 모델 (1)의 최종 출력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [(A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (A_{di} + \Delta A_{di}(t))x(t-d(t)) \\ &\quad + (B_i + \Delta B_i(t))u(t) + (B_{2i} + \Delta B_{2i}(t))u(t)] \\ z(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [(C_i + \Delta C_i(t))x(t) + (C_{di} + \Delta C_{di}(t))x(t-d(t)) \\ &\quad + (D_i + \Delta D_i(t))u(t) + (D_{2i} + \Delta D_{2i}(t))u(t)] \\ y(t) &= E_i x(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}$, $w_i(z(t)) = \prod_{k=1}^n M_{ik}(z(t))$ 이다.

PDC 기법을 이용한 정적 출력 제한 퍼지 제어기의 최종 출력 형태는 다음과 같다:

$$u(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) K_{i2}^*(t) \quad (4)$$

여기서 K_i^* 는 결정되어야 하는 각 퍼지 룰의 극부 이득이다. 표현의 간편성을 위해서 앞으로 μ_i 는 $\mu_i(z(t))$ 를 나타내며, 시변행렬에서 시간 인덱스를 나타내는 인자 t 는 생략한다.

퍼지 제어기 (4)를 (3)에 대입함으로써 폐루프 시스템을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x(t+1) &= [A_\mu + B_\mu K_\mu^* E + M \Delta (N_1 + N_4 K_\mu^* E)]x(t) \\ &\quad + (A_{d\mu} + M \Delta N_2)x(t-d(t)) + (B_{1\mu} + M \Delta N_3)u(t) \\ z(t) &= [C_\mu + D_\mu K_\mu^* E + M_2 \Delta (N_{21} + N_{24} K_\mu^* E)]x(t) \\ &\quad + (C_{d\mu} + M_2 \Delta N_{22})x(t-d(t)) + (D_{1\mu} + M_2 \Delta N_{23})u(t) \\ y(t) &= E_\mu x(t) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $Y_\mu = \sum_{i=1}^r \mu_i Y_i$, $Y_i \in \{A_i, A_{di}, B_i, B_{2i}, C_i, C_{di}, D_i, D_{2i}\}$ 이다.

본 논문에서 고려하는 H_∞ 의미에서의 강인 제어는 다음을 의미한다.

$$\sum_0^\infty z'(t)z(t) < \gamma^2 \sum_0^\infty w'(t)w(t) \quad (6)$$

정의 1 : H_∞ 퍼지 제어기

- 1) 시스템 (1), (3)을 외란 $w(t)$ 가 존재하는 상황에서도 안정하게 한다.
- 2) 주어진 γ 에 대하여 초기조건이 0인 상황에서 폐루프 시스템 (5)가 (6)를 만족하도록 해야 한다.

3. 이산시간 모델에 대한 H_∞ 퍼지 제어기 설계

이 장에서는 시변 지연이 있는 이산 시간 비선형 시스템을 제어하기 위한 정의 1을 만족하는 H_∞ 퍼지 제어기 설계를 고려한다. 제어를 설계하는 방식은 [6]에서 연속시간 시스템에 적용한 것과 비슷하다. 정리 1에서 증명의 결과로 나오는 것은 흔히 정적 출력 제한 안정화 문제에서 일어나는 양선형 행렬 부등식이다. 즉 현재의 컨벡스 알고리즘으로는

풀려질 수 없으며, 따라서 더 많은 작업이 요구된다.

$$\tilde{N}_1 = N_1 T, \quad \tilde{N}_2 = N_2 T, \quad \tilde{N}_3 = N_3 T, \quad \tilde{N}_4 = N_4 T.$$

정리 1 : 주어진 $\gamma > 0$ 에 대하여 만약 다음 부등식을 만족하는 양한정 대칭 행렬 P, S 와 K_j 가 존재한다면 시스템 (1)은 H_∞ 의미에서 강인하게 안정화되어 질수 있다. 즉 (4)는 정의 1을 만족하는 H_∞ 퍼지 제어기이다.

$Q = P^{-1}$ 를 다음과 같이 두자.

$$\begin{cases} M_{ii} < 0, & i=1, \dots, r \\ \frac{1}{r-1} M_{ii} + \frac{1}{2} (M_{ij} + M_{ji}) < 0, & 1 \leq i \neq j \leq r \end{cases} \quad (7)$$

$$Q_{n \times n} = \begin{bmatrix} Q_{p \times p} & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}$$

변환 행렬 T 는 다음 식을 만족하도록 정의 된다:

$$\tilde{E} = ET = \begin{bmatrix} I_p & 0 \end{bmatrix}$$

즉 $T = [E(EE)^{-1}]_{n-p, \text{etc}(E)}$ 이다. 여기서 $\text{etc}(E)$ 은 E 의 직교여공간의 벡터들을 뜻한다.

정리 1을 식 (8)에 적용시키면 (8)을 안정화시키는 충분조건은 다음과 같이 된다.

여기서 $\Gamma_{ij} = A_i + B_{ij} K_j E$, $\Omega_j = N_1 + N_4 K_j E$, $\Psi_{ij} = C_i + D_{2i} K_j E$
 $A_j = N_3 + N_4 K_j E$ 이다.

$$\begin{cases} \tilde{M}_{ii} < 0, & i=1, \dots, r \\ \frac{1}{r-1} \tilde{M}_{ii} + \frac{1}{2} (\tilde{M}_{ij} + \tilde{M}_{ji}) < 0, & 1 \leq i \neq j \leq r \end{cases} \quad (9)$$

증명 : 여백의 부족으로 증명은 생략함. [1]을 참고

$$\tilde{\Gamma}_{ij} = \tilde{A}_i + \tilde{B}_{ij} K_j \tilde{E}, \quad \tilde{\Omega}_j = \tilde{N}_1 + N_4 K_j \tilde{E}, \quad \tilde{\Psi}_{ij} = \tilde{C}_i + D_{2i} K_j \tilde{E},$$

$$\tilde{A}_j = \tilde{N}_3 + N_4 K_j \tilde{E}.$$

식 (7)은 앞에서 말한 바와 같이 현재의 컨벡스 알고리즘으로는 풀 수 없는 양선형 행렬 부등식이다. 따라서 이를 선형 행렬 부등식으로 바꾸는 작업이 필요하다. 여기에서는 [1]에서 제시된 방법과 유사하게 동질성 변환법과 합동 변환법을 통해 (7)을 선형 행렬 부등식 형태로 바꾼다.

식 (9)의 \tilde{M}_{ij} 는 다음 페이지에 나와 있다.

먼저 새로운 상태 변수를 다음과 같이 정의 한다: $x = T\tilde{x}$.

$\theta = \text{diag}[QQIIIIIIII]$ 를 정의하고 (9)의 양쪽에 곱하면 다음과 같이 된다.

그러면 페루프 시스템 (5)는 다음과 같이 변환 된다.

$$\begin{cases} \tilde{M}_{ii} < 0, & i=1, \dots, r \\ \frac{1}{r-1} \tilde{M}_{ii} + \frac{1}{2} (\tilde{M}_{ij} + \tilde{M}_{ji}) < 0, & 1 \leq i \neq j \leq r \end{cases} \quad (10)$$

$\tilde{M}_{ij} = \theta \tilde{M}_{ij} \theta$ 는 오른쪽 위에 나와 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t+1) &= [\tilde{A}_\mu + \tilde{B}_{2\mu} K_\mu \tilde{E} + \tilde{M} \Delta (\tilde{N}_1 + N_4 K_\mu \tilde{E})] \tilde{x}(t) \\ &\quad + (\tilde{A}_{d\mu} + \tilde{M} \Delta \tilde{N}_2) \tilde{x}(t-d(t)) + (\tilde{B}_{1\mu} + \tilde{M} \Delta N_3) w(t) \\ z(t) &= [\tilde{C}_\mu + D_{2\mu} K_\mu \tilde{E} + M \Delta_z (\tilde{N}_3 + N_4 K_\mu \tilde{E})] \tilde{x}(t) \\ &\quad + (\tilde{C}_{d\mu} + M \Delta_z \tilde{N}_2) \tilde{x}(t-d(t)) + (D_{1\mu} + M \Delta_z N_{23}) w(t) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\tilde{\Gamma}_{ij} = \tilde{A}_i Q + \tilde{B}_{ij} [F_j \ 0]$, $\tilde{\Omega}_j = \tilde{N}_1 Q + N_4 [F_j \ 0]$, $\tilde{\Psi}_{ij} = \tilde{C}_i Q + D_{2i} [F_j \ 0]$, $\tilde{A}_j = \tilde{N}_3 Q + N_4 [F_j \ 0]$, $X = Q\tilde{X}Q > 0$, $F_j = K_j Q$ 이다.

식 (10)의 \tilde{M}_{ij} 는 다음 페이지에 나와 있다.

여기서 변환된 시스템의 행렬들은 다음과 같이 정의 되어진다. $\tilde{A}_\mu = T^{-1} A_\mu T$, $\tilde{B}_{2\mu} = T^{-1} B_{2\mu}$, $\tilde{A}_{d\mu} = T^{-1} A_{d\mu} T$, $\tilde{B}_{1\mu} = T^{-1} B_{1\mu}$, $\tilde{C}_\mu = C_\mu T$, $\tilde{C}_{d\mu} = C_{d\mu} T$, $\tilde{E} = ET$, $\tilde{M} = T^{-1} M$

Remark 2: X 와 Q 는 독립변수 이다.

Remark 3: 새로운 변수 $F_j = K_j Q$ 를 정의함으로써 (10)은 $(Q, X, F_j, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4)$ 을 변수로 가지는 선형 행렬 부등식이다.

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} S-P & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -S & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ \Gamma_{ij} & A_{di} & B_{ij} & -P^{-1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -P^{-1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_1 M & -\epsilon_1 I & * & * & * & * & * & * & * & * \\ \Omega_j & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_1 I & * & * & * & * & * & * & * \\ \Psi_{ij} & C_{di} & D_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_2 M_2 & -\epsilon_2 I & * & * & * & * \\ A_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_2 I & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_3 M_2 & 0 & 0 & -\epsilon_3 I & * & * \\ 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_3 I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_4 M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_4 I \\ 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_4 I \end{bmatrix}$$

4. 결 론

본 논문에서는 시변 지연이 있는 이산 시간 비선형 시스템을 H_∞ 의미에서 강인 제어하는 것을 퍼지 제어 기법을 이용하여 제시하였다. 하나의 Lyapunov 함수를 정하고 Lyapunov-Krasovskii 이론을 이용하여 제어기 설계의 충분조건을 유도하였다. 최종적으로 나온 형태는 선형 행렬 부등식이다. 그러므로 현재의 컨택스 알고리즘으로 쉽게 제어기를 설계할 수 있다.

참 고 문 헌

[1] J. C. Lo and M. L. Lin, "Robust H_∞ nonlinear control via fuzzy static output feedback," IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 50, no. 11, pp. 1494-1502, 2003.
 [2] Y. Y. Cao and P. M. Frank, "Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via

fuzzy control approach," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 8, no. 2, pp. 200-211, 2000.
 [3] K. R. Lee, J. H. Kim, E. T. Jeung, and H. B. Park, "Output feedback robust H_∞ control of uncertain fuzzy dynamic systems with time-varying delay," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 8, no. 6, pp. 657-664, 2000.
 [4] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, no. 2, pp. 369-379, 2001.
 [5] H. D. Tuan, P. Apkarian, T. Narikiyo, and Y. Yamamoto, "Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, no. 2, pp. 324-332, 2001.
 [6] 김택룡, 주영훈, 박진배, "시변 지연이 있는 비선형 시스템에 대한 H_∞ 퍼지 강인제어기 설계," 2004년 정보 및 제어 학술대회, 11월, pp. 379-381, 2004.

$\tilde{M}_y =$	$S-P$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	$-S$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	0	$-\gamma^2 I$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	$\tilde{\Gamma}_{ii}$	\tilde{A}_{di}	\tilde{B}_i	$-P^{-1}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	0	0	0	$-P^{-1}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	0	0	0	$\epsilon_1 M$	$-\epsilon_1 I$	*	*	*	*	*	*	*	*
	$\tilde{\Omega}_i$	\tilde{N}_2	N_3	0	0	0	$-\epsilon_1 I$	*	*	*	*	*	*	*
	$\tilde{\Psi}_{ii}$	\tilde{C}_{di}	D_i	0	0	0	0	$-I$	*	*	*	*	*	*
	0	0	0	0	0	0	0	$\epsilon_2 M_2$	$-\epsilon_2 I$	*	*	*	*	*
	$\tilde{\Lambda}_i$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\epsilon_2 I$	*	*	*	*
	0	0	0	0	0	0	0	$\epsilon_3 M_2$	0	0	$-\epsilon_3 I$	*	*	*
	0	\tilde{N}_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\epsilon_3 I$	*	*
	0	0	0	0	0	0	0	$\epsilon_4 M_2$	0	0	0	0	$-\epsilon_4 I$	*
	0	0	N_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\epsilon_4 I$
$\tilde{M}_y =$	$X-Q$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	$-X$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	0	$-\gamma^2 I$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	$\tilde{\Gamma}_{ii}$	$\tilde{A}_{di} Q$	\tilde{B}_i	$-Q$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	0	0	0	$-Q$	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	0	0	0	$\epsilon_1 M$	$-\epsilon_1 I$	*	*	*	*	*	*	*	*
	$\tilde{\Omega}_i$	$\tilde{N}_2 Q$	N_3	0	0	0	$-\epsilon_1 I$	*	*	*	*	*	*	*
	$\tilde{\Psi}_{ii}$	$\tilde{C}_{di} Q$	D_i	0	0	0	0	$-I$	*	*	*	*	*	*
	0	0	0	0	0	0	0	$\epsilon_2 M_2$	$-\epsilon_2 I$	*	*	*	*	*
	$\tilde{\Lambda}_i$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\epsilon_2 I$	*	*	*	*
	0	0	0	0	0	0	0	$\epsilon_3 M_2$	0	0	$-\epsilon_3 I$	*	*	*
	0	$\tilde{N}_2 Q$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\epsilon_3 I$	*	*
	0	0	0	0	0	0	0	$\epsilon_4 M_2$	0	0	0	0	$-\epsilon_4 I$	*
	0	0	N_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\epsilon_4 I$