

## Markov Chain을 이용한 철도계통의 고조파 분석

송학선<sup>1</sup> · 이승혁<sup>2</sup> · 김진오<sup>3</sup> · 김형철<sup>4\*</sup>  
 \*한양대학교 전기공학과 · \*\*한국철도기술연구원

### Harmonics Analysis of Railroad Systems using Markov Chain

Hak-Seon Song<sup>1</sup> · Seung-Hyuk Lee<sup>2</sup> · Jin-O Kim<sup>3</sup> · Hyung-Chul Kim<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University · <sup>2</sup>KRRI

**Abstract** - This paper proposes power quality assessment using Markov Chain applied to Ergodic theorem. The Ergodic theorem introduces the state of aperiodic, recurrent, and non-null. The proposed method using Markov Chain presents very well generated harmonic characteristics according to the traction's operation of electric railway system. In case of infinite iteration, the characteristic of Markov Chain that converges on limiting probability is able to expected harmonic currents posterior transient state.

TDD(Total Demand Distortion) is also analyzed in expected current of each harmonic. The TDD for power quality assesment is calculated using Markov Chain theory in the Incheon international airport IAT power system.

#### 1. 서 론

일반적으로 전기철도 급전시스템은 일반 전력시스템의 부하와는 달리 단상 대용량 집중부하로 이동과 정지가 빈번하고, 부하변동이 극심한 전기적 특성과 함께 전력 전자 스위칭 소자의 사용으로 인한 고조파 발생 등 여러 가지 문제점을 지니고 있다. 일반 변전소(한전 변전소)로부터 직접 전력을 공급받는 구조로 이루어진 전기철도 급전시스템은 전기철도차량의 운행시 전압 및 전류 파형의 왜곡이 발생하는 경우나 전압강하로 인한 전압변동 및 전압 불평형이 발생하는 경우와 같이 전력 품질을 떨어뜨리는 현상이 발생하며 이는 전력 공급단에 직접적인 영향을 미치게 된다. 또한 고조파를 분석하기 위해서는 전기철도 급전시스템의 전기철도차량 부하는 물리적으로 위치가 빈번하게 변화하는 등 급전계통의 전기적 특성이 열차의 물리적 환경에 따라 변하기 때문에 운행 조건에 따라서 비주기적이고 반복적인 형태의 고조파 발생특성을 고려해야 한다. 따라서 본 논문에서는 전기철도 시스템에서 차량부하의 운행에 따른 고조파의 비정상적인(Non-Stationary)이고 반복적인 발생특성을 확률론적 분석 방법 중에 하나인 에르고딕 이론(Ergodic Theorem)을 적용한 Markov Chain 이론을 이용하여 고조파 분석을 제안하는 바이다.

#### 2. 고조파 평가를 위한 Markov Chain이론

Markov Chain 이론은 시간과 공간에 대해 이산적이거나 연속적인 시스템의 무작위(Random) 특성에 관해 적용할 수 있고, 이산적이거나 연속적인 확률변수(Random Variable, R.V.)는 확률적 과정(Stochastic process)을 통해서 알 수 있다.

전기철도시스템에서 발생되는 고조파는 전기철도차량의 운행에 따라 다음과 같은 비정현적 특성을 갖는다.

- 비정상적 특성(Non-stationarity)

- 철도차량 운행 스케줄에 따른 부하변동  
 - 여러 가지 고조파 발생원 및 부하에 의해 발생되는 각 고조파 사이의 상관관계 특성

위의 특성과 같이 전기철도차량의 실제 운행에 따른 매 동작상태마다 발생되는 고조파는 비주기적며 반복적인 특성을 가지고 있다. 이는 비주기적이며 또한 반복적인 상태를 나타내는 에르고딕 이론(Ergodic Theorem)으로 비정상적인(Non-stationary) 특성을 정상적인(Stationary) 특성으로 정의한 Markov Chain 이론을 이용하여 표현할 수 있다. Markov Chain 이론은 고려해야 할 많은 상태를 더 이상 단순화시킬 수 없고, 비주기적인 동차 Markov Chain의 임계 확률(정상 확률)은 식 (1)과 같이 표현될 수 있다. 즉, 임의의  $j$ 라는 상태의 확률은 그 시도횟수를 무한대로 하면 최종적으로  $j$  상태에 있을 확률값에 수렴함을 의미한다.

$$\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi_j^{(n)} \quad (1)$$

또한 각 상태에 대한 확률값은 식 (2)와 식(3)으로 정의 된다.

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \quad (2)$$

$$\pi_j = \sum_i \pi_i p_{ij} \quad (3)$$

앞에서 정의했듯이 향후 미래에 대해 예측할 수 없는 비주기적인 동차 Markov Chain의 천이 횟수를 무한으로 반복하면 임의의 정상상태 확률에 수렴하게 된다.

$$\pi^{(n)} = \pi^{(0)} P^n \quad (4)$$

이러한 특성을 이용하여 전기철도 계통에서 차량의 운행에 따라서 비주기적이고 반복적 고조파 발생에 대한 천이확률 행렬을 행렬을 계산하고 식 (4)를 이용하여  $n$ 번의 천이 횟수만큼 계산한 결과에 인버터의 특성을 고려한 고조파 특성 지수 벡터  $G$ 를 곱함으로써 특정 고조파에 대한 평균 전류 및 전압을 계산할 수 있고 이것을 수식적으로 표현하면 식 (5)와 같다.

$$E\{i_h\} = \pi G = (\pi^{(0)} P^n) G \quad (5)$$

여기서,  $i_h$  : 각 고조파의 전류나 전압

고조파 특성지수 벡터  $G$ 는 특정 고조파로 주어진 푸리에 급수(Fourier Series)의 계수나 총 고조파 와곡

(THD), 총 수요 왜곡(TDD) 등으로 정의될 수 있으나 본 논문에서는 TDD(*Total Demand Distortion*)를 평가하기 위한 평균 전류 계산에 대한 항으로 사용하였다. 만일 시스템의 초기상태를 미리 알고 있다면, 각 고조파에 대한 전류( $i_k$ )의 기대치의 과도상태 변동을 계산할 수 있을 것이다.

또한 여러 가지 고조파 발생원 및 부하에 의해 발생되는 각 고조파 사이의 상관관계 특성을 분석하기 위한 각 고조파의 상관관계는 식 (6)과 같다.

$$R_{i_k}[n] = G^T \Theta P^n G \quad (6)$$

여기서;  $G^T$ : 고조파 특성지수 벡터의 전치행렬

$n$  : 시도횟수

$\Theta$  :  $\pi$ 의 대각행렬

각 요소의 상관관계 정도를 나타내는 공분산 식 (5)와 식 (6)을 통하여 계산할 수 있다.

$$C_{i_k}[n] = R_{i_k} - (E(i_k))^2 \quad (7)$$

### 3. 사례 연구

Markov Chain 이론을 이용하여 비주기적이고 반복적인 특성을 갖는 철도계통의 고조파 특성을 분석하기 위해서 가장 선형되어야 하는 것은 철도차량의 운행에 따른 천이확률 행렬(*Transition Probability Matrix*)을 계산하는 것이다. 이를 위해서는 실제 계통의 과거실적 데이터가 필요하다. 본 논문에서 사례 연구할 인천국제공항청사 IAT 시스템은 지금 건설 중인 시스템으로 아직 경전철이 운행되고 있지 않은 전기철도시스템이다. 또한 국내 여건상 다른 전기철도시스템의 실제 과거실적 데이터는 취득할 수 없었다. 이에 동적 시스템 시뮬레이션 프로그램인 PSCAD/EMTDC를 이용하여 인천국제공항청사 내 IAT 경전철 급전시스템 모델링 및 평가를 연구과제로 수행한 데이터를 이용하였다. PSCAD/EMTDC로 구현된 IAT 급전시스템은 설계 중인 실제 시스템과 동일한 것이 이미 검증된 상태이며, 전기철도차량 내 유도전동기의 발생할 수 있는 모든 물리적 동작조건을 수십 회 변경하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과를 통하여 얻어진 데이터를 실제 IAT 급전시스템의 측정된 과거실적 데이터로 가정하고 확률론적 고조파 평가를 수행하였다.

#### 3.1 PSCAD/EMTDC를 이용한 인천공항국제청사 IAT 급전시스템의 모델링

그림 1은 인천 국제공항청사의 경전철 IAT 시스템의 개략도로써, 구축 사업이 완료되면 터미널 I, 공항홀 A, B, C, D까지 확장될 것이다. 하지만 본 논문에서는 IAT 시스템이 완료된 시점을 가정하여 사례연구 하였다.

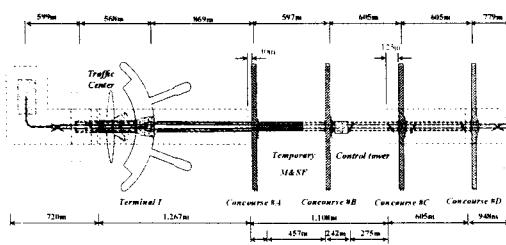


그림 1. 인천국제공항청사의 IAT 시스템 개략도

그림 2는 공항청사 내의 터미널 I의 전력시스템을 나타낸다. 한전에서 22.9 kV를 수전 받아 Star 결선 변압기

와 정류기를 통해 DC 750 V를 경전철에 공급하는 시스템으로 구성되어 있다. 이를 바탕으로 동적 시뮬레이션 프로그램인 PSCAD/EMTDC를 이용하여 급전시스템과 전기철도차량부하를 모델링 하였다. 또한 경전철의 제동시 발생되는 전력을 이용하기 위해 회생제동을 위한 인버터도 설계시 고려되었다.

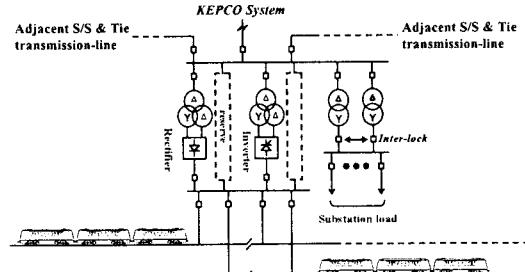


그림 2. 인천 국제공항청사의 경전철 IAT 급전시스템 단선도

그림 3은 변압기를 통해 154 [kV]를 22.9 [kV]로 감압하여 AC/DC 변환부에 급전하는 정류기 및 인버터에 대한 하위 시스템에 대한 설계로써 AC/DC 정류기 2대와 회생제동시 발생되는 전력을 상위 계통으로 변환하여 보내주는 인버터 1대로 구성된 설계 모델을 보여준다. 그림 4는 80 [kW/량] IAT 시스템의 경전철 차량에 대한 PSCAD/EMTDC 구현 모델을 보여준다. PSCAD/EMTDC를 이용하여 설계된 급전시스템을 바탕으로 시뮬레이션하였고, FFT(Fast Fourier Transformation)를 이용하여 분류된 각 차수 고조파 전류는 철도차량부하의 인버터에서 측정하였다.

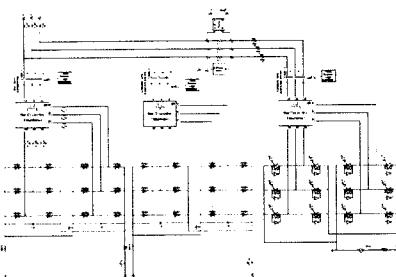


그림 3. PSCAD/EMTDC로 모델링 한 정류기 및 인버터

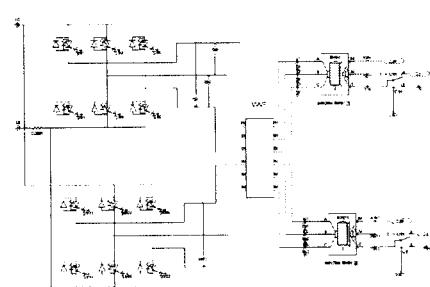


그림 4. PSCAD/EMTDC로 모델링 한 전기철도 차량

#### 3.2 Markov Chain을 이용한 고조파 분석

그림 5는 인천국제공항청사 IAT 전기철도시스템에서 전기철도차량 부하(유도전동기)에 운행조건을 나타낸 그

림으로써 전기철도차량의 정지, 가속, 정상, 감속의 운행 특성을 나타내었다.

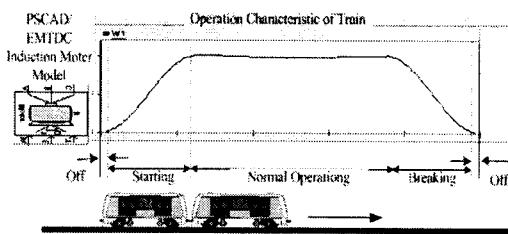


그림 5. 철도차량의 운행조건

그림 6은 실제 급전시스템을 시뮬레이션 한 결과로 그림 5에서 나타낸 전기철도 차량의 운행조건을 이용하여 매 회동작특성을 달리하여 고조파 분석에 필요한 과거 실적데이터를 생성하였다. 그림에서 알 수 있듯이 가속 구간과 감속구간의 정상상태에 대한 전류비를  $\beta_1$ 과  $\beta_2$ 로 분류하여 그림 7과 같이 각 상태별 전류 특성곡선을 나타내었다. 또한 그림 6에서 매 운행상황마다 정상운전 (Normal Operating) 구간의 전류 유입의 크기가 다른 것도 확인할 수 있다.

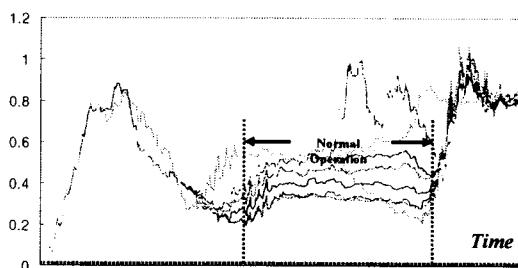


그림 6. 전기철도차량 동작 상태에 따른 전동기에 유입되는 전류

고조파를 평가는 고조파의 위상보다는 크기에 대해 평가하는 것이 일반적이므로 6-펄스 인버터의 전류의 크기를 FFT(Fourier Fast Transform)으로 나타내면 식 (8)과 같이 표현된다.

$$i = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \sum_{h=1}^n \frac{1}{h} \quad (8)$$

여기서,  $h$  : 각 차수에 고조파 성분

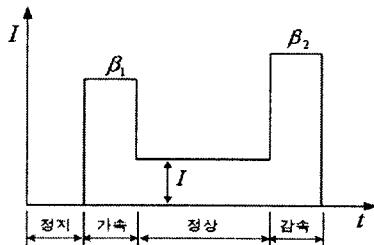


그림 7. 각 상태별 전류특성 곡선

전동기 동작에 따라서 가속과 감속 구간시에는 정상상태일 때보다 각각  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ 배 만큼 전기자 전류가 발생하므로 각 구간에서의 발생되는 고조파 전류에 대한 특성

지수 벡터  $G$ 는 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$G = \begin{cases} 0 & : \text{정지} \\ \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{\beta_1}{h} & : \text{가속} \\ \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{h} & : \text{정상} \\ \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{\beta_2}{h} & : \text{감속} \end{cases} \quad (9)$$

또한 Markov Chain 이론을 이용한 고조파 분석에서 가장 중요한 부분인 천이확률행렬은 식 (10)을 통하여 계산할 수 있다.

$$P_{i,i} = i \text{ 상태에 머문 시간} / i \text{ 상태의 전체 시간} \quad (10)$$

가속과 감속구간에 대한 천이확률은 물리적으로 차량이 가속시 그 상태에 머무르지 않고 정상상태로 천이하고 차량이 감속시에도 마찬가지로 정지 즉, 차량이 정차하는 상태로 천이하므로 감속과 감속구간에 머무를 확률은 0으로 하였고, 다음 상태(정상상태나 정지 상태)의 확률을 1로 설정하였다. 정상 운전상태와 정지상태의 경우식 (10)을 이용하여 각 시뮬레이션 결과의 최대 전류와 최소 전류의 통계적 평균을 기준으로 정상상태에 대한 천이확률을 계산하였고 차량의 운행에 따른 천이확률행렬은 아래와 같다.

$$P = \begin{bmatrix} 0.0299 & 0.9701 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.463 & 0.537 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Markov Chain 이론에서 설명한 바와 같이 반복횟수를 무한히 증가하여 계산하면, 임의의 임계확률(Limiting Probability)에 수렴하므로 이를 고려하여 각 고조파에 대한 기대치를 식 (5)를 이용하여 계산하였고 그림 8에 나타내었다. 그림에서 가로축은 반복횟수를 의미하게 되고, 세로축은 고조파 전류의 기대치를 의미한다.

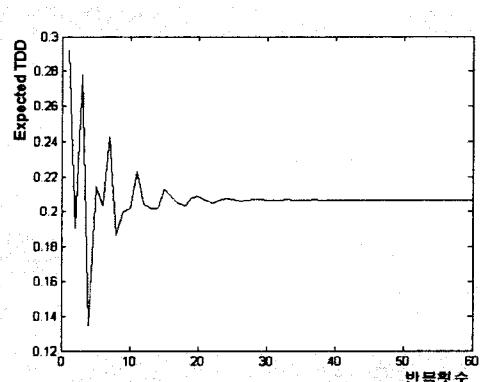


그림 8. Markov Chain 이론을 이용한 TDD 계산

각 고조파에 대한 기대치를 바탕으로 전기철도차량 운행시 발생하는 고조파에 의한 전력품질을 평가하기 위하여 전류의 파형왜곡정도를 나타내는 TDD를 식 (7)을 이용하여 계산하였고, 그 결과를 그림 9에 나타내었다.

$$TDD = \frac{\sqrt{(\sum_{n=2}^{50} I_n^2)}}{I_{rated}} \quad (7)$$

여기서,  $I_{rated}$ : 기본파 주파수 성분을 갖는 정격최대 전류

Markov Chain 이론을 이용하여 예측한 고조파 전류를 이용하여 계산한 TDD의 결과와 타당성을 입증하기 위하여 실제 정상상태에서의 고조파 전류의 순시치를 이용하여 결정론적인 방법(Deterministic Method)을 이용한 계산 결과와 MCS(Monte-Carlo Simulation) 결과와 비교하였다.

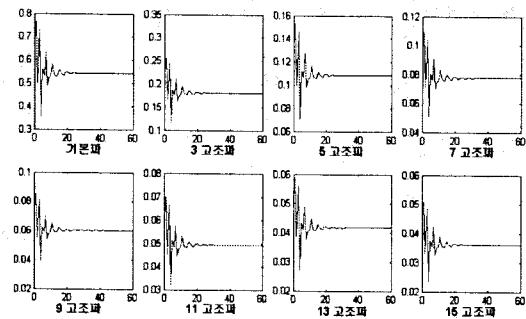


그림 9. 각 고조파에 대한 기대치

본 논문에서 제시한 Markov Chain을 이용한 고조파 분석결과의 타당성을 검증하기 위하여 실측데이터의 순시치를 이용한 결과와 MCS(Monte-Carlo Simulation)을 이용한 결과를 가지고 비교하였다. 그림 10은 MCS를 이용하여 TDD를 계산한 그래프이고, 표 1은 결정론적 평가방법에 의한 TDD의 계산 결과를 보여준다.

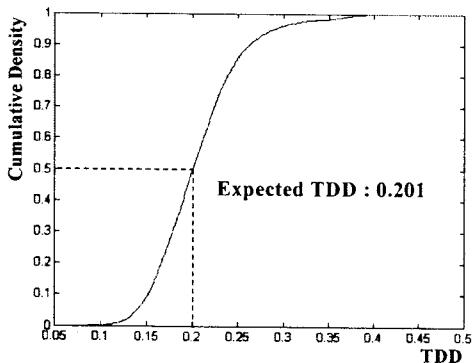


그림 10. MCS를 통한 TDD의 기대치

표 1. 결정론적 TDD 계산 결과

고조파 차수	측정 전류	TDD
기본파	0.77624	0.21065
3차 고조파	0.01724	
5차 고조파	0.03916	
7차 고조파	0.06955	
9차 고조파	0.01235	
11차 고조파	0.022086	
13차 고조파	0.03619	
15차 고조파	0.07917	

표 2는 각 방법에 따른 분석결과를 나타내었고 각 평가방법에 따른 결과에서 알 수 있듯이 약간의 오차는 발생하지만, 각 방법의 계산결과가 통계적으로 유의함을 확인할 수 있다.

생하지만, 각 방법의 계산결과가 통계적으로 유의함을 확인할 수 있다.

표 2. 평가 방법에 따른 TDD 결과 비교

평가방법 평가종류	MCS	Markov Chain	Deterministic Method
TDD	0.201	0.206	0.210

#### 4. 결 론

본 논문에서는 전력품질에 악영향을 미치는 고조파 전류에 대한 평가를 기준의 결정론적인 방법이 아닌 에르고딕 이론을 적용하여 비정상적인(Non-stationary) 특성을 정상적인(Stationary) 특성으로 정의한 Markov Chain을 이용하여 고조파를 분석하는 방법을 제안하였다. 실제 철도시스템의 전기철도차량 운행에 따른 고조파 전류의 측정데이터를 얻기란 불가능함으로 동적 시뮬레이션 프로그램인 PSCAD/EMTDC를 이용한 인천국제공항청사의 IAT 시스템을 모델링하고, 실제와 동일하게 구현된 급전시스템을 다양한 운행조건(급제동, 가감속 운행, 돌발상황 등)을 고려하여 반복된 시뮬레이션 결과를 이용하여 Markov Chain의 천이확률 행렬을 계산하였다. 이를 바탕으로 각 고조파에 대한 기대치를 계산하였고, 계산된 각 고조파 전류값을 이용하여 전력품질 평가지수중 하나인 TDD를 계산하였다. 결정론적인 분석결과와 MCS를 이용한 분석결과를 비교하여 계산결과의 타당성을 입증하였다.

본 논문에서 제시한 Markov Chain 이론을 이용한 고조파 분석기법을 이용하면 운행 조건에 따라 비주기적이고 반복적으로 발생하는 고조파를 동적으로 평가할 수 있고 이 결과를 이용하여 고조파를 평가함으로써 변전소 설비의 용량이나 철도 배전계통의 상위 송전계통에 미치는 영향, 또는 전기철도 급전시스템 설계시에 하나의 지표로 활용할 수 있을 것이다.

#### 감사의 글

이 논문의 연구는 산업자원부 지정 '전력신뢰도 품질 연구센터'에서의 재정적인 지원을 받아 진행되었습니다. 본 센터에는 경상대, 서울대, 숭실대, 전북대, 한양대의 교수님들과 대학원생들이 연구원으로 참여하고 있습니다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Aleksander M. Stankovic and Marengo E.A., "A Dynamic Characterization of Power System Harmonics Using Markov Chains," *IEEE Transactions on Power System*, Vol. 13, No. 2, pp. 442-448, May 1998.
- [2] Leonard Kleinrock, *Queueing Systems*, John Wiley & Sons. 1998.
- [3] Emanuel A.E. and Karielian S.R., "Contribution to the Theory of Stochastically Periodic Harmonics in Power System," *IEEE Transaction on Power Delivery*, Vol. PWDRD-1, No. 3, pp. 285-293, July 1986.
- [4] 이준경, 이승혁, 김진오, 정현수, "인천 국제공항청사 경전철 도입에 따른 고조파 영향 분석," 대한전기학회 하계 학술대회, pp. 238-240, 2005.