

모델 불확실성을 고려한 변형된 IMC-PID 제어기 설계

A Modified IMC-PID Controller Design Considering Model Uncertainty

김창현*, 임동균**, 서병설***
(Chang-Hyun Kim, Dong-Kyun Lim and Byung-Suhl Suh)

Abstract - This paper proposes a modified IMC-PID controller that introduces controlling factor of the system identification to the standard IMC-PID controller in order to meet the design specifications such as gain, phase margin and maximum magnitude of sensitivity function in the frequency domain as well as the design specifications in time domain, settling, rising time and overshoot, and so on.

Key Words : IMC-PID, model uncertainty, design flexibility, gain margin, phase margin, performance-robustness

1. 서론

시스템의 제어는 단순히 출력의 성능과 안정도만으로 평가되어 질 수 없고 내부 안정도, 성능-강인성, 안정-강인성 등과 함께 제어기 설계에 있어서의 간편성 역시 중요하게 다루어 져야만 한다. 이러한 면에서 Morari와 Zafiriou(1989)^[1]가 제안한 IMC (internal model controller) 구조의 PID 제어기는 내부 안정성(internal stability)이 보장되며 설계 변수가 한 개라는 편리성을 갖고 있다. 하지만 이 제어기는 시스템 식별 과정을 통해 공칭모델을 추정해야 하는데 이 과정에서 모델 불확실성이 개입 되는 단점을 갖고 있다. 특히 식별된 시스템의 시간 지연 부분이 완벽히 일치하도록 추정 되었다고 볼 수는 없으므로 시간 지연의 일정 오차 범위 내에서 자유도를 갖고 제어기를 설계 할 수 있다. 이 오차 범위 내의 설계 자유도를 곧 설계 변수로 이용하면 설계 변수가 한 개인 설계 상 편리성의 다른 측면인 여러 설계사항을 만족시킬 수 없는 설계의 유연성에 있어서의 문제를 해결 할 수 있다. 그래서 본 논문은 모델의 불확실성으로부터 설계상의 유연성을 높이는 하나의 설계 변수를 추가하고 설계 변수를 선정함에 있어 이득 여유, 위상 여유, 교차 주파수, 감도 함수의 최대 이득 값 등과 같은 주파수영역의 설계 사양과 설계 변수 사이의 관계를 수학적 근거에 의해서 유도하여 원하는 성능을 내도록 하는 해석적인 선정 방법을 제안한다. 동시에 이 두 설계 변수가 실제 시간영역에서의 응답에 미치는 영향을 분석함으로써 주파수 영역과 시간 영역의 성능을 둘 다 고려하는 설계 변수를 선정 하도록 그 동조 방법을 제안한다.

2. IMC-PID 제어기 설계

2.1 IMC-PID 제어기의 구조와 설계

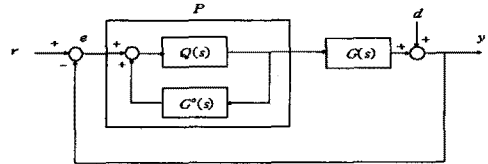


그림 2.1 일반적인 제어기 구조의 IMC제어기

G : 제어 대상 플랜트 G^o : 플랜트의 공칭모델
 $Q = Q^o F$ F : 강인성 필터
 Q^o : $G = G^o$ 라는 가정 하에서 설계된 공칭 제어기

IMC 구조로 PID 제어기 설계 절차를 유도하기 위해 고려한 일반적인 IMC 구조는 그림 2.1과 같다.

공칭모델 $G^o(s) = G^o_m G^o_{nm}$ 으로 분리 되는데 여기서 G^o_m 은 최소 위상, G^o_{nm} 은 크기는 1인 비최소 위상이다. 필터 Q 는 공칭페루프 전달함수를 설계자가 원하는 형태가 되고 공칭모델의 최소 위상 부분을 보상할 수 있도록 식 (1) 과 같이 선정하고 제어기 $P(s)$ 는 식 (2)과 같다.

$$Q(s) = \frac{F(s)}{G^o_m(s)}, F(s) = \frac{1}{(T_{FS} + 1)^n} \quad (1)$$

여기서 n 은 G^o_m 의 차수

$$P(s) = \frac{Q(s)}{1 - G^o(s)Q(s)} = \frac{F(s)}{G^o_m(s) - G^o(s)F(s)} \quad (2)$$

공칭 모델 G^o 이 식 (3)이면 G^o_m , F 는 식 (4), (5)가 된다.

$$G^o(s) = \frac{K_m}{\tau_m s + 1} e^{-d_s} \quad (3) \quad G^o_m(s) = \frac{K_m}{\tau_m s + 1} \quad (4) \quad F(s) = \frac{1}{T_{FS} + 1} \quad (5)$$

식 (3)에서의 시간 지연 항 e^{-d_s} 를 1차 파데 근사하여 정리하면 제어기 $P(s)$ 는 식(6)과 같다.

저자 소개

- * 學生會員 : 漢陽大學 電氣工學科 碩士課程
- ** 正會員 : 漢陽Cyber大學 Computer學科 教授
- *** 正會員 : 漢陽大學 電氣制御生體工學部 教授 (交信責任者)

$$P(s) = \frac{1}{K_m(d_m + T_F)s} \frac{(\tau_m s + 1)(\frac{d_m}{2}s + 1)}{\frac{T_F d_m}{2(T_F + d_m)}s + 1} \quad (6)$$

이때 제어기 $P(s)$ 는 PID 제어기의 변형된 형태이므로 이를 IMC-PID 제어기라 하고 위 식으로부터 설계변수 T_F 를 선정하면 IMC-PID 제어기가 설계되는 것이다. 여기서 시스템의 공칭 모델 G^o 은 시스템 식별 과정을 통해 추정 되는데 실제로 완벽한 추정이란 대부분 불가능하기 때문에 모든 파라미터에 어느 정도의 오차가 있게 된다. 그러므로 모델의 시간 지연 항이 일정 오차 범위 내에서 자유도를 갖는다고 볼 수 있고 공칭모델의 시간 지연 항이 제어기의 설계 변수이기 때문에 제어기 역시 이 오차 범위 내에서 자유도를 갖고 설계가 가능하게 된다.

기존의 설계 방법인 Morari-Zafiriou와 Maffezzoni-Rocco^[2]등의 설계 방법은 설계 변수가 T_F 하나이기 때문에 설계상의 유연성 부분에서 단점을 갖고 있어 본 논문에서 새롭게 시간 지연의 일정 오차 범위 내에서 2-설계 변수 동조 방법을 제안 한다.

2.2 IMC-PID 제어기의 2-설계 변수 동조 방법

시간 지연의 오차를 고려하여 시스템의 공칭모델의 식별 식을 다시 정리하여 1차 파데 근사 하면 식 (7)과 같다. 시간 지연의 오차 범위를 $\alpha \leq K_F \leq \beta$ 와 같이 주어 시간 지연에 대해 이 범위 내에서 자유도를 갖는다고 가정하여 제어기를 설계한다. K_F 는 공칭 모델의 파라미터이면서 제어기 $P(s)$ 의 변수이므로 이를 제어기 설계 변수로 활용하여 제어기를 동조함이 본 논문이 제안하는 바이며 제어기는 식 (8)과 같고 구체적 동조 방법을 아래와 같이 제시한다.

$$G^o(s) = \frac{K_m}{\tau_m s + 1} e^{-\frac{d_m}{K_F} s} \cong \frac{K_m}{\tau_m s + 1} \frac{K_F - 0.5d_m s}{K_F + 0.5d_m s} \quad (7)$$

$$P(s) = \frac{1}{K_m(d_m + K_F T_F)s} \frac{(\tau_m s + 1)(\frac{d_m}{2}s + K_F)}{\frac{T_F d_m}{2(K_F T_F + d_m)}s + 1} \quad (8)$$

식 (8)는 식 (9)과 같이 PID 제어기 형태로 변환 할 수 있고 각각의 계수들은 식 (10),(11),(12) 그리고 (13)와 같다.

$$P(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{N}) \quad (9)$$

$$K_p = \frac{K_F T_i}{K_m(d_m + K_F T_F)} \quad (10) \quad T_i = \tau_m + \frac{d_m}{2K_F} - \frac{T_F d_m}{2(K_F T_F + d_m)} \quad (11)$$

$$T_d = \frac{\tau_m d_m}{2K_F T_i} - \frac{T_F d_m}{2(K_F T_F + d_m)} \quad (12) \quad N = \frac{2T_d(K_F T_F + d_m)}{T_F d_m} \quad (13)$$

여기서 실제플랜트와 공칭모델이 동일하다는 가정 하에 시간 지연 항을 식 (7)과 같이 근사하면 개루프 전달함수는 식 (14)과 같다. 이로부터 이득 여유와 위상 여유는 다음 정리와 같이 유도 된다.

$$L(s) = P(s)G(s) \cong \frac{(-\frac{d_m}{2}s + K_F)}{\frac{d_m T_F}{2}s^2 + (d_m + K_F T_F)s} \quad (14)$$

[정리1] IMC-PID에서 위상 교차 주파수 w_p 와 이득 여유

GM은 각각 식 (15), (16)과 같다.

$$w_p = \frac{2\sqrt{d_m K_F T_F + K_F^2 T_F^2}}{d_m T_F} \quad (15)$$

$$GM = \sqrt{\frac{(-d_m T_F w_p^2)^2 + (2(d_m + K_F T_F)w_p)^2}{4K_F^2 + (d_m w_p)^2}} \quad (16)$$

[정리2] IMC-PID에서 이득 교차 주파수 w_c 와 위상 여유 PM은 식 (17), (18)와 같다.

$$w_c = \quad (17)$$

$$\sqrt{\frac{-(4(d_m + K_F T_F)^2 - d_m^2) + \sqrt{(4(d_m + K_F T_F)^2 - d_m^2)^2 + 16d_m^2 K_F^2 T_F^2}}{2d_m^2 T_F^2}}$$

$$PM = 180^\circ + [\tan^{-1}(\frac{-d_m w_c}{2K_F}) - \tan^{-1}(\frac{2(d_m + K_F T_F)}{-d_m T_F w_c})] \times \frac{180^\circ}{\pi} \quad (18)$$

감도 함수의 최대값 $\|S\|_\infty$ 과 공진 주파수 w_{rs} , 대역폭 w_{BS} 역시 식 (14)로부터 유도 될 수 있으나 지면 관계상 생략하고 위 정리의 증명 역시 생략한다.

위에서 유도된 이득 여유, 위상 여유와 감도 함수의 최대값과 같은 주파수역에서의 설계사양을 고려하여 제어기의 설계 변수 T_F 와 K_F 를 선정함과 동시에 식 (8)에서 보는 바와 같이 K_F 는 전체 시스템의 페루프 전달 함수의 제로에 직접적인 영향을 주기 때문에 시간영역에서의 대략적 특성^[3]을 예상할 수 있으므로 시간영역의 성능까지 고려하여 제어기를 설계 할 수 있다. 이 두 영역에서의 설계는 먼저 설계자가 원하는 주파수역 사양을 만족 하는 범위 내에 있는 T_F 와 K_F 의 영역을 선정하고 이 영역 내에서 시간영역까지 만족스러운 응답이 나오도록 설계 변수를 조정한다. 이때 각 영역의 성능과 각 설계 변수가 명확하게 분리되어 설명되어 질 수 없고 상호간에 영향을 미치므로 동시에 설계 하는 방법이 아닌 두 설계 변수를 각각 동조하는 방법으로 주파수영역 성능을 만족하도록 T_F 를 고정하고 시간영역 특성을 따라 K_F 를 선정하는 방법과 시스템의 1차 모델이 신뢰할 만 하다는 전제하에 시간 지연의 오차범위를 0으로 하여 K_F 를 1로 고정하고 시간영역 특성을 고려해 T_F 를 선정하는 두 가지 방법을 본 논문에서 새롭게 제안한다.

제안된 동조 방법을 다음의 사례 연구를 통해 구체적으로 제시하고 타 동조 방법의 결과들과 비교하여 그 우수성을 보이도록 하겠다.

3. 시뮬레이션 및 결과 비교

사례 연구에서는 비교적 큰 지연 시간을 갖는 시스템으로 Yuwana-Seborg(1982)^[4], Chen(1989)^[5]등에 의해 시뮬레이션 상 서로의 우수성을 입증하기 위하여 비교 대상이 되어 온 대표적인 시스템을 선정하였다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-3s}}{(s+1)^2(2s+1)} \quad (21)$$

플랜트 응답 데이터로부터 Suh-Lim(1997)^[6] 방법으로 구한 추정 모델의 변수 값은 표 3.1과 같다.

표 3.1 사례 연구에 대한 추정 모델의 변수

추정모델변수	K_m	τ_m	d_m
크 기	1.0	1.54	4.93

동조 방법1) 모델의 시간지연 부분을 근사화한 개루프 전달함수 식 (14)에서 시간 지연의 오차 범위를 20% 내에 있다고 가정하여 $0.833 \leq K_F \leq 1.25$ 로 그 범위를 제한 한다. 이 영역에서 위상 여유 62° 와 이득 여유 2.6을 보장하도록 T_F 는 1.83으로 선정한다. 이때 K_F 의 경제치에서의 시간영역 응답을 그림 3.1의 (1)에 나타내었고, 이 두 응답 사이의 적절한 오버슈트를 갖는 K_F 값을 선정하면 제어기의 설계가 완성되는데 본 논문에서는 $K_F=1.205$ 로 선정한다. 이것은 설계자가 설계 사양에 맞춰 정할 수 있다.

동조 방법2) 근사화 된 개루프 전달 함수의 위상부분이 오차가 없다고 한다면 시스템 식별 조절 인자 K_F 를 1로 고정할 수 있다. 그리고 $1.23 \leq T_F \leq 4.95$ 의 영역에서 시간영역의 응답을 나타낸 것이 그림 (2)이다. 위의 T_F 는 이득 여유가 2.5~4로 비교적 안정하다. 이 중 시간영역의 적절한 응답 시간을 보이는 값으로 $T_F=3$ 을 선정한다. 이는 T_F 값이 응답 시간에 주로 영향을 미치는 특성을 고려하여 선정 된 것이다.

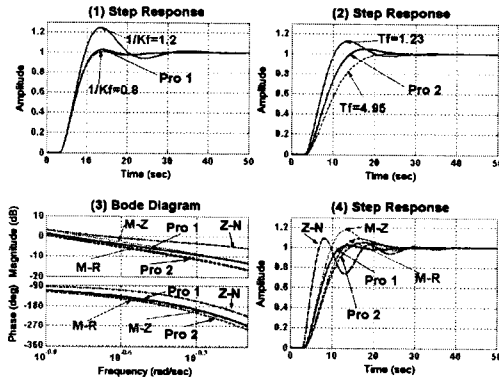


그림 3.1 여러 제어 방법의 주파수 응답과 시간 응답 비교

그림 3.1의 (3) 과 (4)는 여러 제어 방법의 응답들을 비교한 것으로 M-R : Maffezzoni-Rocco, M-Z : Morari-Zafiriou, Z-L : Ziegler-Nichols^[7] 의 방법을 나타내고 Pro1과 Pro2는 위에서 제안한 동조방법 1, 2의 응답을 나타낸다.

위 결과들을 표 3.2와 3.3에서 구체적인 수치를 통해 비교해 보면 다음과 같다. 여기서 Rising Time은 10~90%까지 도달 시간이고 Settling Time은 정상상태의 3%내에 들어오는 정착시간으로 설정하였다. 이 표에서 보는 바와 같이 본 논문에서 제안한 두 동조 방법이 주파수 영역의 성능과 함께 시간영역에서의 성능 역시 다른 동조 방법보다 뛰어난 것을 알 수 있다. 이 중 동조 방법1)은 가장 좋은 시간영역 응답 속도와 오버슈트를 갖고 안정도 역시 가장 균형적으로 우수하다.

표 3.2 시간 영역 성능의 비교

동조방법	성능지수	Overshoot(%)	Rising Time(sec)	Settling Time(sec)
Pro 1		2.26	5.67	11.2
Pro 2		4.78	7.11	21.3
M-R		8.66	6.41	22.2
M-Z		17.50	4.62	25.3
Z-N		9.42	2.77	26.6

표 3.3 주파수 영역 성능의 비교

동조방법	성능지수	Gain Margin	Phase Margin(°)
Pro 1		2.576	63.828
Pro 2		2.887	60.989
M-R		2.705	58.162
M-Z		2.241	52.890
Z-N		1.668	76.052

3. 결 론

Morari-Zafiriou(1989)가 처음 제안한 IMC 구조의 PID 제어기는 그 구조 상 설계 절차가 간단하고 강인성 문제를 명확하게 할 수 있는 장점 때문에 많은 응용과 새로운 동조 방법이 제안 되어왔다. 하지만 기존의 동조 방법들은 설계 변수가 1개여서 설계상의 유연성에 문제가 있었다. 그래서 본 논문에서는 시스템 식별 상에서 발생하는 모델의 시간 지연항의 불확실성을 제거 설계의 자유도로 보고 시스템의 시간 지연 항을 추가적인 설계 변수로 사용하여 근사화 된 방법으로 주파수영역 설계 사양을 고려하고 설계 변수와 시간 응답 간의 상관관계를 고려한 시간 영역 설계로 동시에 두 영역의 응답 성능을 향상 시키는 새로운 동조 방법을 제안한다. 이 동조 방법의 유용성을 사례 연구를 통하여 분석 검토 하였다. 추가적인 연구로 다변수인 경우의 적용과 설계 시의 주파수 영역 성능과 실제 시스템에서의 성능의 오차를 보정할 수 있는 연구 등이 되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Morari, M., Zafiriou, E., " Robust process control", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ. 1989.
- [2] Maffezzoni, C. and Rocco, P., " Robust Tuning of PID Regulators Based on Step-Response Identification", European Journal of Control, pp. 125-136, Mar. 1997.
- [3] Franklin, G. F., "Feedback Control of Dynamic system", Prentice Hall, 2002 pp.151~156
- [4] Yuwana, M. and D. E. Seborg, "A New Method for On-Line Controller Tuning", AIChE, pp. 434-440 Jour. 1982.
- [5] Chen, C.L., "A Simple Method for On-Line Identification and Controller Tuning", AIChE., pp. 2037-2039, Jour. 1989.
- [6] Suh, B. S., Lim, D. K. " New PID identification algorithm based on frequency scaling ",Circuits and Systems, 1997. Proceedings of the 40th Midwest Symposium on , vol. no. 1, pp. 654-658, 1998
- [7] Ziegler, J. G. and N. B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers", Trans. ASME, vol 64, pp. 759 - 768, 1942