

단일 패루프 테스트를 통한 온라인 슬라이딩 모드 제어기 동조

On-Line Sliding Mode Controller Tuning from a single closed loop test

배 준 형*, 임 동 균**, 서 병 설***
 (Jun-hyung Bae, Dong-kyun Lim and Byung-suhl Suh)

Abstract - The calculation of parameters of a process model is modified to find that better sliding mode controller for a process with time delay. A design method by Camacho has such problems as chattering, overshoot due to the Pade approximation errors for the time delay term of the first order model. In this paper, a new design technique for a sliding mode controller is proposed by introducing the modified Pade approximation considering the weight factor. The modified method is expected to provide a more accurate model with better control settings.

Key Words : Sliding Mode Controller, Pade Approximation, Yuwana-Seborg Method, Control Input, Process Response

1. 서 론

현대 제어 기술자들의 중요한 역할은 산업 자동화 시스템, 화학 공정 등과 같이 복잡한 제어 시스템을 모델링하여 외란, 센서 잡음에 강한 시스템을 구현하는 것이다. 그러나 이러한 수학적 모델링은 실제 시스템을 완전하게 표현하지 못하므로 모델링 오차, 모델링 되지 않는 다이내믹 요소, 외란 등의 불확실성과 비선형성이 항상 존재하게 된다. 지금까지 비선형성과 불확실성을 포함한 시스템에 대한 강인한 제어기 설계에 대해서 많은 연구가 이루어졌고, 이 중에서 건설한 비선형 제어기인 슬라이딩 모드 제어기가 로봇 제어, 항공기 제어 등 현장에서 널리 사용되고 있다.^[1]

일반적인 PID 동조방법은 경험적이고, 동조결과가 좋지 못할 경우 이를 향상시킬 조절 능력이 없다. 이러한 점을 해결하기 위해 최적 이론을 도입하였으나 수치적 계산이 어려워 온라인 동조 개발이 어렵다. PID제어기인 경우 플랜트의 계단 함수 응답으로부터 고차의 프로세스를 시간 지연 항이 포함된 1차 시스템으로 근사하는 반응 곡선 방법을 사용한다. Camacho는 이 방법을 슬라이딩 제어기 설계에 적용하여 시간 지연 항을 1차 파데 근사로 근사화하였으나 큰 모델링 오차를 발생시켰다.

본 논문에서는 Camacho의 방법에서 지연 시간 항을 1차 파데 근사로 근사화할 때 발생하는 모델링 오차를 줄이기 위해 개선된 Yuwana-Seborg방법인 가중치가 고려된 변형된 1차 파데 근사 방법으로 근사화하였고, 이 방법을 토대로 새로

운 슬라이딩 모드 제어기 설계를 제안하였다. 최적의 가중치를 선정하기 위해 모델링 오차의 H_2 norm을 최소로 하는 값을 선택하였다. 모의 실험 결과 최적의 가중치는 모델링 오차를 개선할 뿐만 아니라 자유롭게 설정할 수 있어 동조 파라미터들을 적절히 결정하면 슬라이딩 모드 제어기의 최대 단점인 채터링 현상, 오버슈트의 감소, 시스템의 응답의 진동을 줄이는 동조효과를 얻을 수 있다.

1.1.1 슬라이딩 모드 제어기의 구조

슬라이딩 모드 제어기는 최초의 시스템 상수 변수값이 목표하는 상태 변수 값이 있는 슬라이딩 평면으로 접근할 수 있도록 구조를 변화시킬 수 있는 가변 구조 제어 시스템이다.^[1] 일반적인 슬라이딩 모드 제어기의 구조는 그림 1과 같다. 그림 1에서와 같이 제어기 입력을 도달 모드에서의 불연속 제어 입력과 슬라이딩 모드에서의 연속 제어 입력으로 구분할 수 있다. 도달 모드동안에는 강인성이 보장되지 않으나 슬라이딩 모드 동안에는 강인성이 보장되는 특징이 있다.

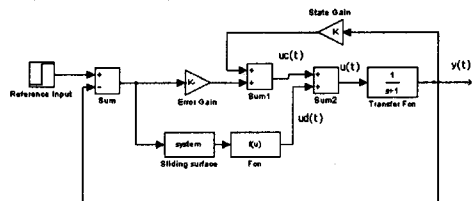


그림 1 슬라이딩 모드 제어기의 구조

저자 소개

- * 學生會 員 : 漢陽大學 電氣工學科 碩士課程
- ** 正 會 員 : 漢陽Cyber大學 컴퓨터學科 教授
- *** 正 會 員 : 漢陽大學 電氣電子工學部 教授(교신 책임자)

2. 가중치를 고려한 슬라이딩 모드 제어기 설계

2.1 가중치를 고려하여 제안한 변형된 1차 파데 근사

방법

주어진 플랜트를 다음과 같이 시간 지연 항이 포함된 1차 모델식으로 제안한다.

$$G_m(s) = \frac{K_m e^{-t_0 s}}{\tau_m s + 1} \quad (1)$$

여기서 K_m 는 안정 상태 이득, t_0 는 지연 시간, τ_m 는 시상수이다. 페루프 전달 함수는

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-t_0 s}}{1 + \tau_m s + K e^{-t_0 s}} \quad (2)$$

이고 K 는 개루프 이득이다.

Yuwana-Seborg은 지연 시간 항을 다음 식과 같이 1차 파데 근사 방법으로 근사화하였다.

$$e^{-t_0 s} \approx \frac{1 - \frac{t_0}{2}s}{1 + \frac{t_0}{2}s} \quad (3)$$

그러나, 본 논문에서는 가중치를 도입하여 변형된 1차 파데 근사방법을 사용하여 지연 시간 항을 근사화한다.

$$e^{-t_0 s} \approx \frac{1 - \frac{t_0 K_f}{2}s}{1 + \frac{t_0 K_f}{2}s} \quad (4)$$

식(3)을 식(1)에 대입하고 정리하면

$$G_m(s) = \frac{K(1 + \frac{t_0 K_f}{2}s)e^{-t_0 s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} = \frac{K_m(2 - t_0 K_f s)}{(\tau_m s + 1)(2 + t_0 K_f s)} \quad (5)$$

$$K = \frac{K}{K+1}, \tau = \left[\frac{t_0 \tau_m K_f}{2(K+1)} \right]^{1/2}, \zeta = \frac{\tau_m + t_0 K_f / 2(1-K)}{[2t_0 \tau_m (K+1)K_f]^{1/2}}$$

식 (5)에서 감쇠율(damping coefficient) ζ 가 $0 < \zeta < 1$ 이고 입력신호 $R(s)$ 가 크기 A 인 계단함수(step function)라고 할 때, 유도된 1차 모델식 변수값을 구하는 관계식은 아래와 같으며 자세한 과정은 참고문헌^[2]을 참조하길 바란다.

$$K_m = \frac{C_\infty}{K_c(A - C_\infty)} \quad (6)$$

$$\tau_m = \frac{\Delta t}{\pi} \left[\zeta \sqrt{K+1} + \sqrt{\zeta^2(K+1) + K-1} \right] [(1-\zeta)^2(K+1)]^{1/2} \quad (7)$$

$$t_0 = \frac{1}{K_f} \pi \left[\zeta \sqrt{K+1} + \sqrt{\zeta^2(K+1) + K-1} \right] \quad (8)$$

결론적으로 아무리 큰 지연을 갖는 시스템이라도 가중치 K_f 를 1보다 큰 값으로 선정하게 되면, Yuwana-Seborg방법에서 너무 크게 추정된 지연 시간을 줄일 수 있다는 것을 알 수 있다.

2.2 최적의 가중치 선정 방법

플랜트와 모델식과의 모델 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$E(s) = G_p(s) - G_m(s) \quad (9)$$

모델링 오차를 최소화하는 K_f 를 구하기 위해 식 (9)의 H_2 놈(norm)을 최소화하는 K_f 를 정한다.

$$K_f = \min \{ |G_p(s) - G_m(s)|_2 \} \quad (10)$$

2.3 가중치가 고려된 슬라이딩 모드 제어기의 입력

슬라이딩 모드에서 연속 제어 입력 $u_c(t)$ 을 구하기 위해 Slotine과 Li(1991)가 제안한 적분 슬라이딩 평면을 표현하면,

$$S = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_{t_0}^t e(t) dt \quad (11)$$

이다. $\frac{dS}{dt} = 0$ 을 만족하는 연속 제어 입력을 얻기 위해 식 (11)을 시간에 대해 미분하면

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d^2e(t)}{dt^2} + \lambda_1 \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (12)$$

이다. 여기서 오차를 나타내면

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (13)$$

이다.

식 (13)과 식 (5)을 식 (12)에 대입하고 라플라스 변환하여 연속 제어 입력을 구하면

$$U_c(s) = \frac{-\tau_m (s^2 + \lambda_1 s) R(s) + \left[\left(\frac{2\tau_m + t_0 K_f}{(t_0 K_f) \tau_m} - \lambda_1 \right) s + \frac{2}{(t_0 K_f) \tau_m} \right] Y(s) + \lambda_0 e(s)}{K_m \left(s - \frac{2}{t_0 K_f} \right)} \quad (14)$$

이다. 식 (14)는 복소평면의 우반구 영역에 극점을 갖는다. 이것은 시간이 지날수록 응답이 불안정하게 된다는 것을 의미한다. 이 극점을 제거하기 위하여 보상을 해주기 위해

$$C(s) = (-1) \frac{s - \frac{2}{t_0 K_f}}{s + \frac{2}{t_0 K_f}} \quad (15)$$

을 도입한다. 식 (15)는 식 (14)의 프로세스 이득이 양(+)이 되게 하는 위상 인버터(phase inverter) 역할을 한다.

새로운 연속 제어 입력을 $V(s)$ 라고 하면

$$V(s) = U_c(s) C(s) = \frac{\tau_m (s^2 + \lambda_1 s) R(s) + \left[\left(\frac{2\tau_m + t_0 K_f}{t_0 K_f \tau_m} - \lambda_1 \right) s + \frac{2}{t_0 K_f \tau_m} \right] Y(s) + \lambda_0 e(s)}{K_m \left(s + \frac{2}{t_0 K_f} \right)} \quad (16)$$

그러므로 식 (16)을 시간 영역으로 표현해주면

$$v(t) = \frac{\tau_m}{K_m} \left[\left(\frac{2\tau_m + t_0 K_f}{(t_0 K_f) \tau_m} - \lambda_1 \right) y(t) + \frac{2}{(t_0 K_f) \tau_m} \int_{t_0}^t y(t) dt + \lambda_0 \int_{t_0}^t e(t) dt \right] - \frac{2}{t_0 K_f} \int_{t_0}^t v(t) dt \quad (17)$$

슬라이딩 모드 제어기의 경우 계단입력의 미분을 0으로 해도 프로세스의 응답에는 영향이 없다.^[3] 식 (17)에 불연속 제어 입력 $u_d(t)$ 을 더해지면 전체 제어입력 $u(t)$ 을 유도할 수 있다.

$$u(t) = \frac{\tau_m}{K_m} \left[\left(\frac{2\tau_m + t_0 K_f}{(t_0 K_f) \tau_m} - \lambda_1 \right) y(t) + \frac{2}{(t_0 K_f) \tau_m} \int_0^t y(t) dt \right] + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt + \lambda_1 r(t) - \frac{2}{(t_0 K_f) \tau_m} \int_0^t v(t) dt + \frac{K_d S}{|S| + \delta} \quad (18)$$

그러므로 동조파라미터 λ_1, λ_0 은

$$\lambda_1 = \frac{2\tau_m + (t_0 K_f)}{(t_0 K_f) \tau_m}, \lambda_0 = \frac{\lambda_1^2}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{2\tau_m + (t_0 K_f)}{(t_0 K_f) \tau_m} \right)^2 \quad (19)$$

이다.

전반적으로 Taylor series 근사로 구한 식^[1]과 비교하면 그 유도과정이 상당히 복잡하다. 그러나 결과치가 Taylor series 근사보다 파데 근사가 훨씬 우수하다.

Camacho 논문에서의 슬라이딩 평면으로의 도달 속도 K_d 와 포화 함수의 기울기 δ 의 결정식은 다음과 같다.

$$K_d = \frac{0.51}{K_m} \left(\frac{\tau_m}{t_0 K_f} \right)^{0.76} \quad (20)$$

$$\delta = 0.68 + 0.12 (K K_d \lambda_1) \quad (21)$$

K_f 의 값이 커지면 K_d 와 δ 의 값이 작아지게 되어 채터링 현상이 줄어들게 된다. 그러나 너무 커지면 응답속도가 느려지므로 적절한 K_f 의 선정이 필요하다.

3. 모의 실험

제안한 방법의 타당성을 검증하기 위하여 기존의 제어 방법과 비교하기 위해 Camacho의 논문에서 고려한 플랜트를 적용하였다.

3.1 모델링 오차 비교

$$G_p(s) = \frac{1}{150s^4 + 275s^3 + 113s^2 + 19s + 1} \quad (22)$$

제안한 Yuwana-Seborg 방법을 이용하여 식 (22)에 대한 모델식은

$$G_m(s) = \frac{1 \cdot e^{-11.4/K_f s}}{11.4s + 1} \quad (23)$$

이다. 식 (23)에서 최적의 K_f 을 구한 값은 1.75이다.

표 1 슬라이딩 모드 제어기의 파라미터

| 동조방법 | K_f | λ_1 | λ_0 | K_d | δ |
|----------|-------|-------------|-------------|-------|----------|
| Camacho | 1 | 0.263 | 0.017 | 0.511 | 0.696 |
| proposed | 1.75 | 0.187 | 0.009 | 0.333 | 0.687 |

표 1과 그림 2에서 가중치 K_f 의 증가는 고주파 영역에서 모델링 오차를 개선시키고 동조 파라미터에 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

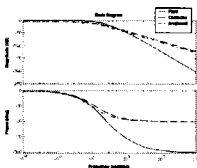


그림 2 플랜트와 모델의 보드 선도

3.2 공칭 모델에 대한 동조 효과

동조 파라미터의 동조 효과를 보기 위해 다음과 같은 계단 입력을 주었다.

$$r(t) = 0.5u(t - 100) \quad (24)$$

동조 효과의 모의실험 결과는 그림 3과 같다. 이것은 기존의 방법에 비해 오버슈트와 시스템 응답의 진동이 감소되었고, 제어 입력에서 채터링 현상이 거의 일어나지 않았다.

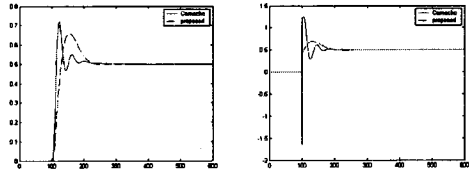


그림 3 프로세스 응답과 제어 입력

4. 결론

본 논문에서는 Camacho가 제안한 방법에서 발생하는 모델링 오차를 최소화하는 방안을 설명하였다. 그리고 가중치가 도입된 새로운 형태의 1차 파데 근사 방법을 토대로 슬라이딩 모드 제어기의 동조를 제안하였다. 최적의 가중치는 모델링 오차를 개선하였고, 동조 파라미터를 적절히 선정할 수 있었다. 시뮬레이션 결과는 슬라이딩 모드의 단점인 오버슈트와 시스템 응답의 진동, 채터링 현상을 줄일 수 있다는 것을 보여주었다.

참고 문헌

- [1] 임동균, 서병설, "가중치를 고려한 슬라이딩 모드 제어기 설계", 전력전자학회 논문지, 제 4권, 제3호, 1999
- [2] Minta Yuwana, Dale E. Seborg, "A new method for on-line controller tuning", AICHE Journal, 1982.
- [3] O.E. Camacho, A new approach to design and tune sliding mode controllers for chemical process, Ph.D. dissertation, Dept. of Chemical Engineering, Univ. of South Florida, 1996.
- [4] J.C. Doyle and G. Stein, "Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-26, pp. 4~16, Feb 1981.
- [5] Christopher Edwards, Sarah K. Spurgeon, "Sliding Mode Control Theory and Application", 1998
- [6] O.E. Camacho, C. Smith, E. Chacon, "Toward an Implementation of Sliding Mode Control to Chemical Processes", Proc. of IEEE international Symposium on Indu. Elec. vol. 3, 1997
- [7] J.J. Slotine, W. Li, "Applied Nonlinear Control", Prentice-Hall, New-Jersey.