

Frenet-Serret formula를 적용한 미사일의 기하학적 분석과 퍼지제어를 이용한 미사일유도

Geometric analysis of Missile applied in Frenet-Serret formula & Missile guidance applied in Fuzzy Control

박성철¹, 황은주¹, 박민용¹

Sung Chul Park, Eun Ju Hwang, Mignon Park

Abstract - In this paper, The Frenet-Serret formula of classical geometric curve theory with the concept of a missile pointing velocity vector are used to analyze and design a missile guidance law. The capture capability of this guidance law is qualitatively studied by comparing the rotations of the velocity vectors of missile and target relative to the line of sight vector. when fuzzy Table look-up theory applied in target-missile distance & angle displacement, this research. It's performance is better then classical research.

Key Words : Frenet-Serret formula, tactical missile guidance, line of sight vector, fuzzy Table look-up theory

1. 장 서 론

미사일 유도는 특정한 궤도 추종명령을 생성하고, 이를 토대로 미사일이 제한된 시간내에 목표물에 명중하도록 하는 비선형 제어문제로 정의될 수 있다.

본 논문에서는 과거의 고전적인 운동역학적 접근[2],[3],[4],[5],[7]을 토대로 하지만 몇 가지 새로운 접근법으로 보다 개선된 면을 보여준다.

첫째로, 미사일과 목표물을 직선으로 연결하는 요격 경로를 나타내는 rotational characteristics of a psudo missile velocity vector 개념을 도입하여 미사일 유도법칙을 제안하였다.

이를위해 Frenet-Serret formula of classical geometric curve 이론[6]이 사용된다.

둘째로, 기존의 다른 연구들과는 달리 미사일의 relative angular motions of velocity vector 와 target with respect to the LOS vector 를 비교분석하는 과정이 추가되었으며

이 두 가지 기법을 통해 미사일의 목표물 요격에 보다 구체적이고, 또한 여러 가지 초기 상황에 대해 충분한 대응방법을 제시하고 있다.

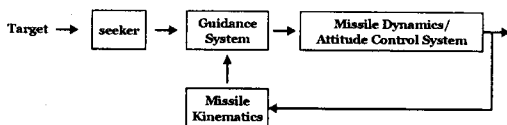


그림 1.1 미사일 유도 / 제어 시스템 블록선도

이러한 분석을 토대로 퍼지 Table look-up 기법을 적용하면, 그 효용성이 증명되어진다.

2. 장 고전적 곡선 기하학 이론

고전적 곡선 기하학에서는 3차원 공간에서 직교좌표계가 곡선을 따라 움직인다고 보고있다. 일반적으로 곡선을 나타내는 식으로 다음과 같은 표현을 사용한다.

$$\vec{X} = \vec{X}(s) \quad (2.1)$$

\vec{X} 은 곡선의 위치벡터를 나타내고 s 는 곡선의 각 \vec{X} 위치에서 측정된 arc length parameter 이다.

그림 2.1 는 곡선에 대한 일반적인 고전 기하학적 표현을 나타낸다.

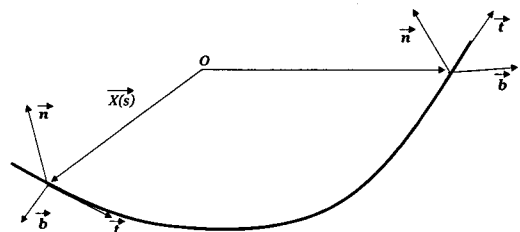


그림 2.1 곡선에 대한 고전적 기하학 표현

3. 장 미사일 운동방정식과 유도명령 도출

이 장에서는 앞장에서 언급한 곡선 기하학 이론을 토대로 미사일의 운동방정식과 유도명령을 도출한다.

우선적으로 다음 두가지 가정이 필수적이다.

가정 1. 미사일과 목표물은 하나의 질점으로 가정한다.

저자 소개

¹ 연세대학교 전기전자 공학부

가정 2. 미사일과 목표물의 속도는 상수이며 아래식을 만족한다.

$$\frac{V_t}{V_m} = m = \text{constant} < 1 \quad (3.1)$$

3.1 절 미사일 운동방정식.

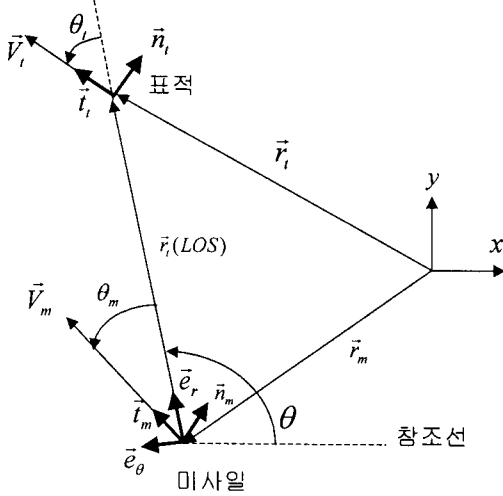


그림 3.1 미사일 운동방정식 해석을 위한 주요 parameter

미사일의 주요 운동방정식은 아래와 같다.

$$\vec{t}_m = m \vec{t}_t - r' \vec{e}_r - r'\theta' \vec{e}_\theta \quad (3.2)$$

$$r' = m \cos \theta_t - \cos \theta_m \quad (3.3)$$

$$r'\theta' = m \sin \theta_t - \sin \theta_m \quad (3.4)$$

$$k_m \vec{n}_m = m^2 k_t \vec{n}_t - (r'' - r\theta'^2) \vec{e}_r - (r\theta'' + 2r'\theta') \vec{e}_\theta \quad (3.5)$$

$$r'' - r\theta'^2 = m^2 k_t (\vec{n}_t \cdot \vec{e}_r) - k_m (\vec{n}_m \cdot \vec{e}_r) \quad (3.6)$$

$$r\theta'' + 2r'\theta' = m^2 k_t (\vec{n}_t \cdot \vec{e}_\theta) - k_m (\vec{n}_m \cdot \vec{e}_\theta) \quad (3.7)$$

3.2 절 미사일 유도 법칙 도출

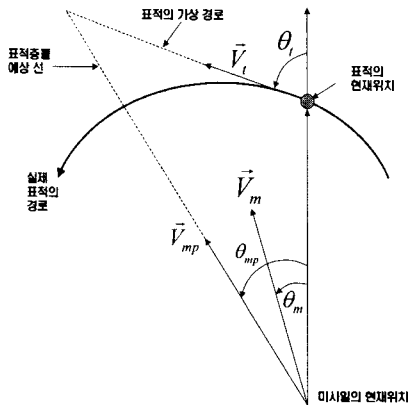


그림 3.2 미사일이 표적에 대한 추적을 나타내는 기하학적 표현

4. 장 미사일 유도명령에 대한 기하학적 연구

미사일이 표적을 요격할때 발생가능한 여러 조건에 대해 연구한다.

경우 1. 움직이는 표적에 대하여 미사일이 충돌경로로 날아갈 때 : $r'_o < 0, \theta'_o = 0, k_t = \text{상수}$

$$1 - m \leq \sqrt{r'^2 + (r\theta')^2} \leq 1 + m()$$

경우 1에서 주어진 조건을 활용하면,

$$r' < m - 1 < 0()$$

를 구할수 있다.

경우 2. 움직이지 않는 표적에 대하여 미사일이 충돌경로를 벗어나서 날아갈 때 :

$$r'_o < 0, \theta'_o \neq 0, k_t = 0$$

보다 세부적으로 그림 4.1과 같은 6가지의 다른 상황이 발생한다.

경우 3. 움직이는 표적에 대하여 미사일이 충돌경로를 벗어나서 날아갈 때 : $r'_o < 0, \theta'_o \neq 0, k_t = \text{상수}$
표적의 상태에 따라 총 18가지 경우의 상황이 발생한다.

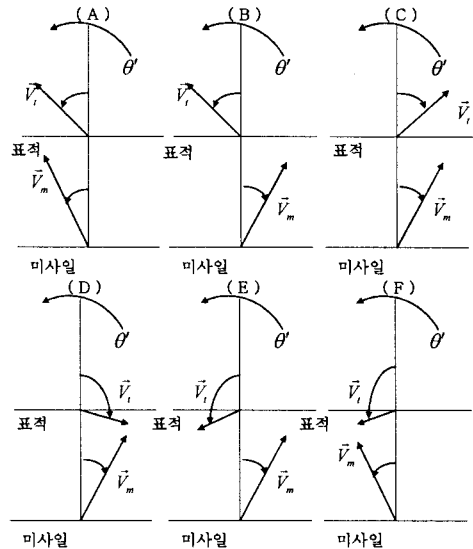


그림 4.1 표적-미사일 추적시 발생되는 조건

5. 장 퍼지 Table look-up 적용

미사일이 표적을 추적할때 일어날 수 있는 모든 상황을 고려하고 표적의 각속도, 미사일의 각속도, 표적과 미사일간의 거리등 필요한 모든 parameter를 Fuzzy Table Look-up 모델[1]로 구성하여보면 표 5.1 과 5.2 와 같다.

거리 \ 각도	SS	S	MS	ML	L	LL
SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS
S	S	S	S	SS	SS	SS
MS	MS	MS	MS	S	S	S
ML	ML	ML	ML	MS	MS	S
L	L	L	L	ML	MS	MS
LL	LL	LL	L	L	ML	MS

표 5.1 표적-미사일 거리/각도에 따른 Table Look-up

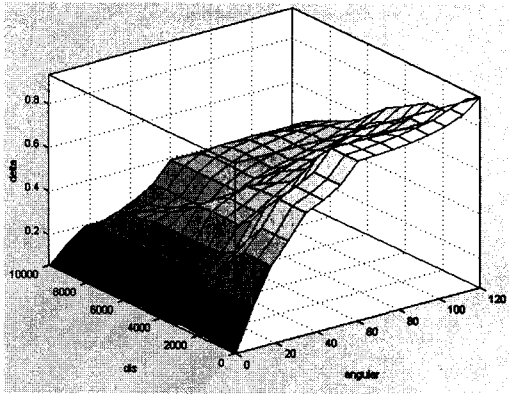


표 5.2 Table Look-up의 시각적 표현

6. 장 시뮬레이션

3,4장에서 다룬 미사일의 운동방정식과 유도법칙, 그리고 각 상황에 따른 명중 조건과 5장에서 다룬 Fuzzy Table Look-up 을 적용하여 미사일 유도 알고리즘을 구성하면 아래 그림 6.1과 같다.

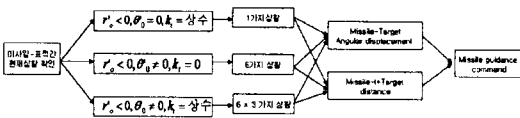


그림 6.1 미사일 유도 알고리즘

아울러 아래와 같은 데이터로 실험을 해보면 그 결과를 볼수가 있다.

표적의 위치: x축: 30km y축 30km z 축(고도): 2km
 초기 미사일과의 거리 14.283 km
 미사일의 속도 680m/s (음속: 340m/s)
 표적의 운동 x축: -8 m/s y축: -30 m/s z축: 5 m/s
 표적의 속도: 31.4 m/s

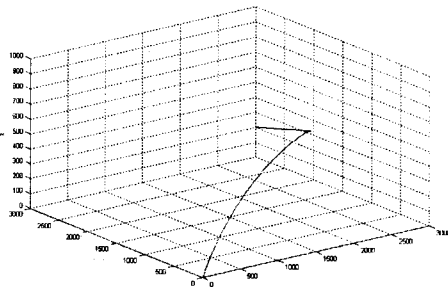


그림 6.2 x-y-z 3차원 기하분석

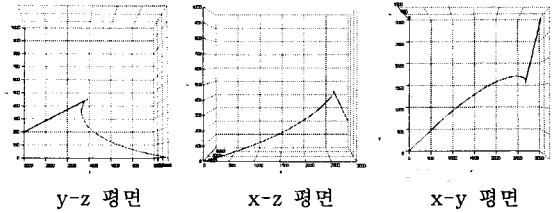


그림 6.3 2차원 평면에 대한 분석

7. 결론

본 논문은 Frenet-Serret formula 를 이용하여, 기하학적곡선 이론을 미사일의 운동방정식 적용, 보다 새로운 접근법을 시도 하였으며 이를 토대로 미사일의 유도 법칙을 도출하였다. 또한, 미사일이 표적을 추적하면서 발생하는 여러 가지 경우에 대한 분석을 통해, 심도있는 연구를 하였다. 아울러 표적이 예측 불가능한 회피기동을 함으로 인해 발생하는 미사일 운동에너지 손실을 줄이기 위해 표적-미사일간 거리에 따른 V_{mp} 벡터의 영향과 표적-미사일간 각 변위차에 따른 미사일 유도명령의 강도를 적절히 조절하여 최소의 운동에너지 손실을 유도하였다.

참고 문헌

- [1] L. X. Wang, A Course in Fuzzy Systems and Control, Prentice-Hall International, Inc., 1997
- [2] Y. C. Chiou, Application of classical differential geometry theory to the study of missile guidance problem, Ph.D. dissertation Tempe: Mech. Aerospace Eng. Dept., Arizona State Univ., May 1998
- [3] G. Conte, A. M. Perdon, and C. H. Moog, "Differential field associated to a general analytical nonlinear dynamical system," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 38, pp. 1120-1124, 1993.
- [4] Z.-H. Li and S.-Y. Zhang, "Feedback decoupling for affine nonlinear systems possessing symmetries," in Proc. Amer. Contr. Conf., 1991, pp. 544-545.
- [5] K. Spindler, "Optimal attitude control of a rigid body," Appl. Math. Optim., vol. 343, pp. 79-90, 1996.
- [6] D. J. Struik, Lectures on Classical Differential Geometry New York: Dover, 1988.
- [7] P. J. Yuan and J. S. Chern, "Solutions of true proportional navigation for maneuvering and nonmaneuvering targets," AIAA J. Guid., Contr., Dyn., vol. 15, pp. 268-271, 1992.