

유한요소법과 SUMT를 이용한 동기형 릴럭턴스 전동기의  
용량에 따른 회전자 최적설계

권 선 범\*, 이 중 호  
한밭대학교 전기공학과

Optimum design criteria based on the rated watt of a Synchronous  
Reluctance Motor using a coupled FEM & SUMT

Sun Bum Kwon\*, Jung Ho Lee  
Dept. of Electrical Eng., Hanbat National University

**Abstract** - This paper deals with an automatic design standard computation based on a rated watt for a synchronous reluctance motor (SynRM). The focus of this paper is making the design relative to the output power on the basis of rotor shape of a SynRM in each rated watt using a coupled FEM & sequential unconstrained minimization technique (SUMT). The coupled finite elements analysis (FEA) & Preisach model have been used to evaluate nonlinear solutions. The proposed procedure allows to define the rotor geometric dimensions according to the rotor diameter and rated watt starting from an existing motor or a preliminary design.

1. 서 론

동기형 릴럭턴스 전동기(SynRM)는 유도전동기와 비교해서 구조가 간단하고, 견고하며, 회전자 권선이 없어 동손이 적고, 회전자 파라미터의 영향은 받지 않는다. 단위 부피당 효율과 토크와 같은 문제는 SynRM 성능평가에 중요하다. 이러한 특성은 회전자 철심의 폭, 자속 장벽 폭의 비 Kw에 관련된 회전자 구조에 의존하며, 이를 기준으로 설계해야한다. 만약 Kw가 0.5이면, 최대 출력토크를 얻을 수 있다는 연구가 있다[1],[2]. 그리고 회전자 전체 철심의 폭과 자속 장벽 폭의 비 Kw의 영향을 다룬 연구가 발표되었다[3]. 참고문헌 [1]은 Axsally laminat type을 대상으로 조사하였고, 참고문헌 [2]는 6개의 자속 장벽을 대상으로 연구를 수행하였다. 참고문헌 [3]은 340W 가전용 SynRM의 설계 해를 구하였고 그때의 Kw는 1이다. 따라서 Kw는 SynRM의 회전자에 관해서 모든 용량과 용도에 적용되는 고정된 값은 아니다. 본 연구는 순차비제약 최소화 기법(SUMT)과 FEA를 이용하여 SynRM에 대한 용량별 설계 기준 산정을 목표로 한다. 본 논문에서 SynRM의 회전자 철심 폭, 전체적인 자속 장벽폭의 비 Kw는 설계변수이다. 본 논문의 주관점은 첫째로 각각의 성능(IHP-8HP)을 대상으로 회전자 형상변화에 따른 출력의 비교를 통하여 설계 해를 구하고, 둘째 회전자 형상의 변화에 따른 자동 CAD 파일 생성과 자동요소분할을 포함한 자동선처리(pre-process)기법 개발이다. 본 논문에서의 최적화 알고리즘은 순차비제약 최소화기법(SUMT)을 사용하였다.

2. 본 론

2.1 최적화 알고리즘

본 논문에서는 일반 비선형 프로그래밍의 일종인 순차 비제약 최소화 기법(Sequential Unconstrained Minimization Technique : SUMT법)을 이용한 동기형 릴럭턴스 전동기의 설계 파라미터의 최적화에 대하여 기술한다. 일반적으로 비선형 최적화 프로그래밍의 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$g_j(x) < 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \text{의 조건하에서} \quad (1)$$

$$F(x) \text{를 최소화시키는 } x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{을 구한다.}$$

본 연구에서는 penalty함수법을 사용하여 이러한 최적화 문제를 다른 형태로 변환시킨 다음 일련의 비제약 최소화 문제를 풀어냄으로써 해를 구하였다. 즉,

$$\phi_k = \phi(x, r_k) = F(x) + r_k \sum_{j=1}^m G_j [g_j(x)] \quad (2)$$

이다. 여기서  $G_j$ 는 제약함수  $g_j$ 의 함수이고,  $r_k$ 는 penalty 변수로서 양의 정수이다. 식 (2)의 두 번째 항은 penalty 항이다. 만일 함수  $\phi$ 의 비제약 최소화가 일련의 penalty 변수  $r_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ )에 대해서 반복된다면 식 (1)에 표현된 문제의 해에 수렴하게 된다.

따라서 이러한 penalty함수법을 순차 비제약 최소화 기법(SUMT)이라 하기도 한다. 부등식 제약 문제에 대한 penalty함수의 정식화는 내점법(interior method)과 외점법(exterior method)으로 크게 나누어지며, 본 연구에서는 내점법을 택하였으며, 내점법에서 주로 사용하는  $G_j$ 의 형태는 다음과 같다.

$$G_j = -1/g_j(x) \quad (3)$$

따라서, 식 (2)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(x, r_k) = f(x) - r_k \sum_{j=1}^m 1/g_j(x) \quad (4)$$

여기서,  $\phi_k$ 의 비제약 최소값들은 모두 실행가능영역(feasible region)에 존재하고,  $r_k$ 가 변화함에 따라 식 (1)의 해에 수렴한다.

한편, 목적함수를 함수화 하기 위하여 각 용량별, 자속 장벽에 대하여 Jandel을 이용한 함수화는  $K_w$ 에 따른  $L_d - L_q$ 를 구하여 Jandel에 대입하면 여러 가지 형태의 함수들이 만들어지고, 이들 중 2차 또는 3차함수의 형태를 선택하여 식(5),(6)의 함수를 구하여 최적설계를 수행하였다.

2.2 설계변수를 고려한 회전자 설계과정

그림 1은 회전자 설계변수를 보여준다.

SUMT에 의해 최적해를 구하는 문제는 수학적으로, 함수  $F=F(Y)$ ,  $Y=(y_1, y_2, \dots, y_n)$ 를 최소화하는 것이 목적이다. 함수  $F$ 는 목적함수(Objective Function)라고 부른다.  $Y$ 는 독립변수들이다.

각 변수는 상하위 경계 upper and/or lower bounds ( $Y_{li} < Y_i < Y_{ui}$   $i=1,2,3, \dots, n$ )에 의해 제한되어져야한다.

그림 1에서 보여지는 바와 같이 회전자의 1/4 모델은 9개의 독립변수를 나타낸다. 이러한 변수들은 구조적 제약에 따라 변화되어진다.

Jandel 함수로 구해진 비제약 최소화 함수와 위의 제약조건을 포함한 목적함수는 다음과 같다.

$F1(Y)$ 는 반경 35.7mm의 3, 3.5, 4.5 HP의 경우이고,  $F2(Y)$ 는

반경 42.475mm의 5.5, 6, 7, 8 HP의 경우이다.

$$F1(Y) = 56.1(Y-0.1)^2 - 62.1(Y-0.1) - 40.1 \quad (5)$$

$$F2(Y) = 51.9Y^2 - 68.2Y - 47.5 \quad (6)$$

그림 2는 Kw에 따른 현상변화를 위한 변화점 변수와 변화 방향을 보여준다.

그림 2에서 W1-W10의 점들은 화살표 방향에 따라 움직이며 자속의 흐름경로를 결정한다. 각각 한쌍이 되는 (W1, W10), (W2, W9), (W3, W8) ...은 q축을 기준으로 하여 대칭적으로 움직인다. 그리고 P1-P10 점들은 유한요소 계산에서 요소면적 계산에 의하여 결정된 Kw를 고려한 상태로 움직인다.

본 논문에서는 SynRM의 회전자 자속 장벽의 폭과 전체 철심 영역의 폭의 비 Kw는 0.1에서 1.2까지 고려되었다. 그리고 산업응용을 위해 기계적인 제약, rib 등에 제작조건을 고려해 자속 장벽수는 3, 4, 5로 수행하였다.

본 연구에서의 SynRM 최적화에 대한 관점으로 최대 토크를 설정하였으며, 따라서 인덕턴스의 차(Ld-Lq)의 최대화 혹은 -(Ld-Lq)의 최소화를 위해 목적함수 F(Y)가 Kw를 기준으로 계산되어진다. 최적화 알고리즘(SUMT)은 변화하는 디자인에 따라 목적함수의 국부 최소를 발견하는 기법이다.

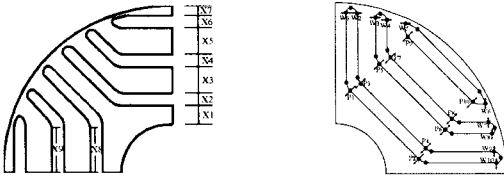


그림1. 해석 모델과 변수 그림2. 형상변화를 위한 점과 방향

그림3은 설계 흐름도를 보여준다.

그림3의 설계 흐름도를 이용한 시행순서는 다음과 같다.

- ① **Initial Value** : 초기 시작기의 CAD 파일 선처리(pre-processor) 작업 데이터를 작성한다. (각 용량별)
- ② **Finite Element Analysis** : 상기 기술된 유한요소법으로 전류입력 I[A] ~ 10[A]까지 대하여 d축 및 q축 자속 선도 및 전류에 따른 정특성 해석을 수행한다.
- ③ **Computation of Inductance Ratio/Difference and Comparison** : 인덕턴스 비와 차를 계산한 후 data를 저장한다. 이후 Kw가 제한치 1.2에 도달했는가를 판단한다.
- ④ **Automatic CAD File Drawing** : Kw의 변화에 따르는 변화된 회전자의 형상을 해석할 때, 유한 요소 해석을 위한 선처리 작업을 다수 수행해야하는 번거로움이 따른다. 본 연구에서는 자동으로 형상변화에 따르는 CAD 파일을 작성하고 선처리 작업을 하는 프로그램을 설계 프로그램에 포함하여 설계시간을 단축한다.
- ⑤ **Change the flux barrier number** : Kw가 한계치에 도달하면 flux barrier의 수를 증가시킨다.
- ⑥ **Search & Storage Maximum Kw at rated Current** : 각각의 자속장벽에 대하여 정격전류시의 최대 Kw를 저장한다.
- ⑦ 최적화를 위한 Jandel 함수를 만든다.
- ⑧ **F1(Y), F2(Y)** : 구해진 d축 및 q축 인덕턴스와 제약함수를 Jandel을 이용하여 목적함수로 나타낸다.
- ⑨ **Search the minimum of the new Objective Function** : 인덕턴스 비와 차를 계산한 후 이전 모델과 비교, 최적 모델을 찾는다.

이와같은 흐름도에 의하여 3-5개의 자속장벽을 갖는 SynRM의 용량별 시작모델을 기준으로 하여 회전자 철심 세그먼트가 차지하는 폭에 대해 전체 자속장벽의 영역이 차지하는 폭의 비(Kw)를 변화시켜가면서 그 특성을 고찰하였다.

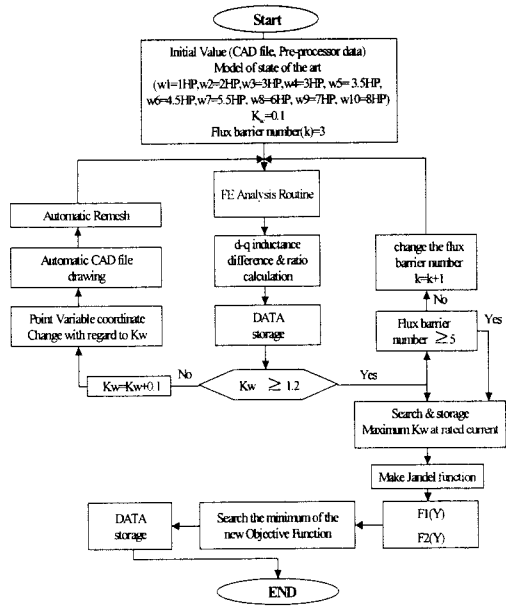


그림 3. 설계 흐름도

### 2.3 설계결과분석

본 논문에서는 1HP부터 8HP까지의 최적해 도출 과정 중 4.5HP의 예를 보여주고 전체 용량에 대한 결과 분석을 나타낸다.

4.5HP 해석모델 중 자속장벽 3, 4 경우 그리고 각각 Kw가 0.3, 0.5, 0.8, 1인 경우를 대표로 인덕턴스 양상을 표현하였다. 설계 순서는 다음과 같다.

가. 전류에 따른 인덕턴스 특성해석 결과 (자속장벽수)

그림4. : 전류에 따른 d, q 인덕턴스 특성

그림5. : 전류에 따른 인덕턴스 차 특성

그림6. : 전류에 따른 인덕턴스 비 특성

나. 최적화를 위한 Jandel 함수

그림7. : Jandel을 이용한 함수화

다. SUMT에 의한 최적해

표.1: 용량별 최적설계 해

그림8 : 최적해의 전류에 따른 인덕턴스 차, 비 특성

그림9 : 최적 설계 모델 형상으로 이루어지며, 동일 용량에서의 자속장벽이 변화된 경우가 뒤따른다.

설계결과를 분석해보면, 회전자 반경 33.411mm의 3HP 이하의 용량에서는 자속장벽 수 4개가 적정치로 나타났으며, 이때의 Kw는 평균 0.95로 나타났다.

회전자 반경이 35.7mm로 약간 증가한 3, 3.5, 4.5HP의 경우 자속장벽의 수가 3개로 나타났다. 이는 정격전류의 상승으로 포화량이 증가하여 3개로 줄어드는 것으로 분석된다. 이때의 Kw는 평균 0.68로 나타났다.

회전자 반경이 42.475mm로 증가한 5, 6, 7, 8HP의 경우 자속장벽의 수가 5개로 나타났다. 이는 정격전류는 상승하지만, 반경의 증가로 자속장벽 개수를 확보할 수 있는 범위가 늘어날 수 있음으로 분석된다. 이때의 Kw는 평균 0.69로 나타났다.

3HP의 경우는 두 가지 경우로 설계를 수행 하였다.

적층폭, 정격전압, 정격전류는 동일하며, 다른 것은 회전자 반경이다.

회전자반경의 약간의 차이에도 Kw가 급격히 감소하는 이유는 고정자 치가 35.7mm에서 33.411mm보다 작기 때문에 포화가 보다 쉽게 일어나는 이유로 분석되어졌다.

많은 문헌에서 수 KW의 경우 0.5 부근에서 Kw가 설정되는 것으로 보면 저 용량에서는 Kw 1부근에서 설계되고 용량 및 회전자 반경, 정격전류의 증가에 따라 적절한 Kw를 산정할 수 있음을 알 수 있다.

(3 Flux-barrier Model)

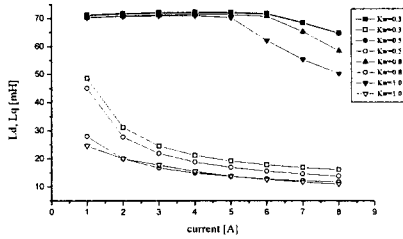


그림 4. 전류에 따른 인덕턴스 특성(Kw=0.3, 0.5, 0.8, 1.0)(4.5HP)

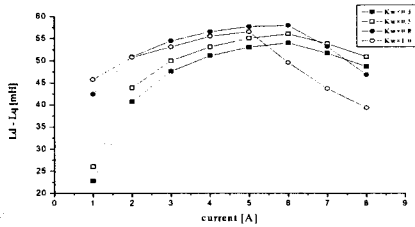


그림 5. 전류에 따른 인덕턴스 차(Kw=0.3, 0.5, 0.8, 1.0)(4.5HP)

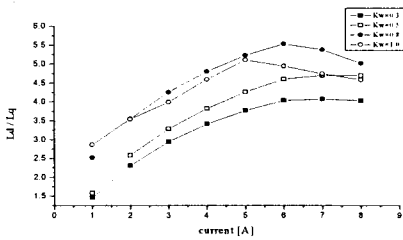


그림 6. 전류에 따른 인덕턴스 비(Kw=0.3, 0.5, 0.8, 1.0)(4.5HP)

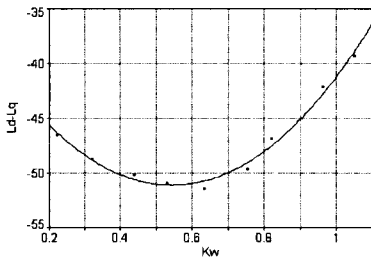


그림 7. Jandel을 이용한 함수화(Kw=0.968)(4.5HP)

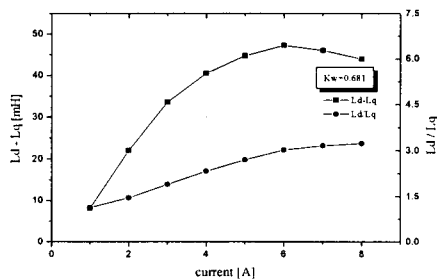


그림 8. 최적해의 전류에 따른 인덕턴스 차와 비(Kw=0.968)(4.5HP)

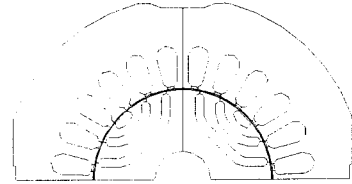


그림 9. 최적해 모델(3 Flux Barrier model)(4.5HP)

표 1. 용량별 최적설계 해

OutPut	Ld-Lq	Ld/Lq	Kw	Flux Barrier
1HP	87.67593	4.345511	0.968	4
2HP	103.0106	5.687977	0.9645	4
3HP	107.3108	5.494465	0.939	4
3HP	58.45309	4.507346	0.6867	3
3.5HP	54.93809	4.941772	0.6803	3
4.5HP	51.51027	4.942866	0.681	3
5.5HP	69.08461	4.984971	0.6985	5
6HP	54.7122	4.562735	0.6954	5
7HP	14.15601	5.078201	0.6903	5
8HP	11.49808	5.116919	0.6919	5

### 3. 결 론

본 논문에서는 용량을 기준으로 자속장벽 수에 따른 SynRM와 Kw 설계 해를 구하였다. 또한 자동 CAD 파일 생성과 자동요소분할을 포함한 자동선처리(pre-process)기법을 개발하였다. 최적화를 위한 알고리즘은 SUMT를 사용하였다. 기존 시작기로부터 시작하여, 각 용량별 설계해가 결정되었고, 회전자 직경이 Kw와 barrier수를 결정하는 요소임을 확인 하였다.

### [참 고 문 헌]

- [1]Takayoshi Matsuo, Thomas A.Lipo, Rotor Design Optimization of Synchronous Reluctance Machine, IEEE Transaction on Energy Conversion, Vol.9, No.2, pp.359-365, June 1994.
- [2]Hiroyuki Kiriya, Shinichiro Kawano, Yukio Honda, Toshiro Higaki, High Performance Synchronous Reluctance Motor with Multi-flux Barrier for the Appliance Industry, IEEE Industry Application vol. 1. pp.111-117, 1998.
- [3]Jung Ho Lee, Design and Efficiency Characteristic Test of 340W Home Appliance Synchronous Reluctance Motor, Transaction of KIEE, Vol. 52B. No. 2, Feb., 2003.
- [4]J. H. Lee, D. S. Hyun, Effect of Magnet on Ld and Lq Inductance of Permanent Magnet Assisted Synchronous Reluctance Motor, IEEE Trans. on Magn., Vol. 35, No. 3, pp1199-1202, May, 1999.
- [5]J.H. Lee, Design Solutions to Minimize Iron Core Loss in Synchronous Reluctance Motor using Preisach Model and FEM IEEE Transaction on Magnetics. Vol.38, No. 5, pp3276-3278, September, 2002.
- [6]J. H. Lee, D. S. Hyun, Hysteresis Analysis for the Permanent Magnet Assisted Synchronous Reluctance Motor by Coupled FEM & Preisach Modelling, IEEE Trans. on Magn., Vol. 35, No. 3, pp1203-1206, May, 1999.
- [7]D. H. Everett, A general approach hysteresis, Part III, A formal treatment of the independent domain model of hysteresis, Trans. on Faraday Soc., Vol. 50, pp 1077-1096, 1954[1].