

스파이크 노즐 설계

김 철 응^{1*}

SHAPING A NOZZLE WITH A CENTRAL BODY

C. W. KIM

We calculate the coordinates of an axisymmetric nozzle with a central body. This nozzle ensures a transonic flow with a plane sound surface, which is orthogonal to the symmetry axis and has a wall kink at the sonic point. The Chaplygin transformation in the subsonic part of the flow leads the Dirichlet problem for a system of nonlinear equations. The definition domain of the solution in the velocity-hodograph plane is taken as a rectangle. This enables one to obtain the nozzle with a monotonic distribution of velocity along its subsonic part. In the nonlinear differential equation, the linear Chaplygin operator for plane flows is separated, which allows the iterative calculation of the solution. The supersonic part of the nozzle is calculated under the assumption that the flow at the nozzle exit is uniform and parallel to the symmetry axis; i.e., the supersonic jet outflows to the submerged space with the same pressure. The calculation is performed by the characteristic method. The exact solution of Tricomi equation for near-sonic flows with the straight sonic line is used to "move away" the sound plane. The velocity distribution alone the supersonic part of the nozzle is also monotonic, which ensures the absence of the boundary-layer separation and, therefore, the adequacy of the ideal-gas model. Calculations show that the flow in the supersonic part of the nozzle is continuous (compression shocks are absent).

Key Words: 스파이크 노즐(Spike Nozzle), 차플리긴 방정식(Chaplygin equation), 완전기체(perfect gas), 불완전기체(imperfect gas), 역설계(inverse design)

1. 서 론

스파이크 노즐(중앙에 몸체를 갖는 노즐)은 기존의 De Laval 노즐에 비하여 고도보상, 중량 및 크기 감소 등 여러 이점을 가지고, 일단형 우주 발사체(single-stage-to-orbit : SSTO)에 이용이 가능하여 항공우주 과학기술자들의 관심을 받아왔다.

본 연구는 이러한 스파이크 노즐의 형상 설계에 관한 것이며, 연구된 노즐은 다음과 같은 중요한 특성을 갖는다.

첫째, 노즐 내부 벽을 따라 유동 속도가 단조 증가한다. 유동속도의 단조증가는 임의의 Re수 조건하에서 박리현상을 일어나지 않게 하며, 따라서 이상기체로서의 가정이 타당하게 된다. 또한 박리가 존재하지 않음으로해서 와동발생에 의한

에너지 손실 또한 없다.

둘째는 음속선에 돌출각점을 배치하였고, 이로써 노즐의 길이를 최대한 짧게 하였다.

셋째로, 노즐 설계에 있어서 정확한 해(해가 존재, 유일, 안정성)를 가지는 것으로 판명된 차플리긴 방정식과 호도그래프법을 이용하였고, 이러한 차플리긴-호도그래프법은 음속면이 평면이 되는 것을 가능하게 하여준다. 노즐이 평면 음속선을 가질 때 노즐의 아음속부분과 초음속 부분을 개별적으로 설계할 수 있다. 노즐이 평면음속선을 가지지 못할 경우, 잘못된 아음속부분의 설계는 노즐의 초음속부분에서 충격파를 발생케 하여 유동의 균일성을 파괴한다.

2. 완전기체에 대한 spike 노즐의 설계

2.1 아음속부 설계

Spike 노즐의 아음속부분 설계를 위하여 차플리긴 방정식이

1 한국항공우주연구원, 우주발사체추진기관실

호도그래프상에서 경계조건문제(Dirichlet problem)로 풀린다. 평면유동에 있어서 차풀리긴 방정식은 선형편미분방정식의 형태를, 축대칭 유동에서는 비선형편미분방정식의 형태를 가진다. 평면음속선을 가지는 노즐의 아음속부분을 설계하기 위하여 구하고자 하는 합수로 유선함수 Ψ 를, 좌표축 x, y 대신 독립변수로 τ ($\tau=|V|^2/|V|_{\max}^2$)와 축 Ox에 대한 속도벡터의 기울기각 β 를 각각 선택했다.

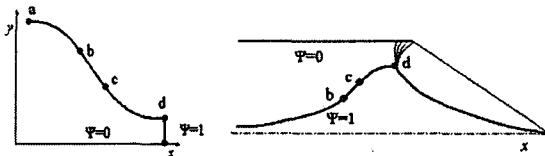


Fig. 1-1

Fig. 1-2

노즐의 형상 (Fig. 1-1 : 드라발 노즐, 1-2 : spike 노즐)은 문제의 정의에 의하여 속력이 단조 증가하는 직선 영역 bc와 일정속도의 두 영역 ab, cd으로 구성된다. 포텐셜유동에 대하여 Chaplin 방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$2r\Psi_{\alpha} + (3 - 2tR)\Psi_{\tau} + R\Psi_{\beta\beta} = -Q(2D\cos\beta + D_{\beta}\sin\beta)$$

$$D = -(2t(\Psi_{\tau})^2 + R(\Psi_{\beta})^2)/(Q \cdot (\Psi_{\beta}\sin\beta + y^2Q))$$

$$R = (\tau^* - \tau)/(2\tau^*\tau(1 - \tau))$$

$$Q = \sqrt{(\tau/\tau^*) \cdot (1 - \tau)^{1/(k-1)}}$$

$$y^2 = 2/Q \int_0^{\beta} [2\tau\sin\beta \cdot \Psi_{\tau} + \cos\beta \cdot \Psi_{\beta}] d\beta$$

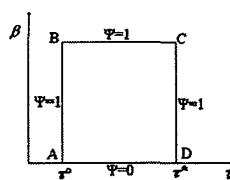


Fig. 1-3

경계조건은 문제의 정의에 의하여 Fig. 1-3과 같이 $\beta=\text{const}$, $\tau=\text{const}$ (우측면은 $\tau=\tau^*$)를 갖는 직사각형 호도그래프상에서 표현된다. 이때 D는 직선음속선을 의미하고, 직사각형 ABCD는 물리적인 노즐 형상

abcd(Fig. 1-1)에 해당한다.

유선함수를 위한 경계조건은 아래 Table 1과 같이 부분 연속함수의 형태로 주어진다.

Table. 1

드라발 노즐	Spike 노즐
$\Psi=0$ ($\tau^* \leq \tau \leq (k-1)/(k+1), \beta=0$)	$\Psi=1$ ($\tau^* \leq \tau \leq (k-1)/(k+1), \beta=0$)
$\Psi=1$ ($\tau=(k-1)/(k+1), 0 \leq \beta \leq \beta^*$)	$\Psi=0$ ($\tau=(k-1)/(k+1), 0 \leq \beta \leq \beta^*$)
$\Psi=1$ ($\tau=\tau^*, 0 \leq \beta \leq \beta^*$)	$\Psi=0$ ($\tau=\tau^*, 0 \leq \beta \leq \beta^*$)
$\Psi=1$ ($\tau^* \leq \tau \leq (k-1)/(k+1), \beta=\beta^*$)	$\Psi=0$ ($\tau^* \leq \tau \leq (k-1)/(k+1), \beta=\beta^*$)

차풀리긴 방정식을 풀기 위한 경계치 문제의 수치해석계는 미분방정식에서 도함수들을 2차의 정확성을 갖는 중앙계차 근사식으로 바꿈으로써 얻어진다. 근사식은 경계조건과 적분 방향($\tau=\text{const}$ 를 따라 적분)이 고려되어 Jacobi법과 Thomas법을 각각 사용하여 계산될 수 있으며, 그 결과로 호도그래프내에서 유선장 Ψ_{ij} 를 얻는다. 노즐의 형상 좌표는 도함수 x_{τ} , x_{β} , y_{τ} ,

y_{β} 를 적분하여 구한다.

$$x_{\tau} = -1/(yQ) \cdot [R\Psi_{\beta}\cos\beta + QD\sin\beta\cos\beta + \Psi_{\tau}\sin\beta]$$

$$y_{\beta} = 1/(yQ) \cdot [\Psi_{\tau}\cos\beta - QD\sin^2\beta - R\Psi_{\beta}\sin\beta]$$

$$\Psi_{\beta} = 1/(yQ) \cdot [2\tau\Psi_{\tau}\cos\beta - \Psi_{\beta}\sin\beta]$$

$$y_{\beta} = 1/(yQ) \cdot [2\tau\Psi_{\tau}\sin\beta - \Psi_{\beta}\cos\beta]$$

적분은 점 D(Fig. 1-3)으로부터 사각형의 3면으로 이루어지는 외곽 경계선을 따라 이루어진다.

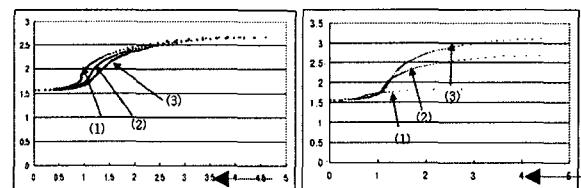


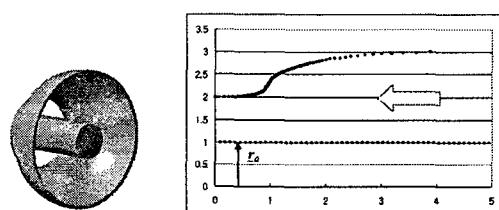
Fig. 1-4

설계방법의 검증을 위하여 일반적인 드라발노즐 (Convergent-divergent nozzle)의 수축(아음속)부분에 대한 테스트가 실행되었다. 노즐 입구속도가 $\tau^*=0.01$ ($M=0.225$)일 경우, 서로 다른 노즐벽의 기울기각 ((1) $\beta=90^\circ$, (2) $\beta=60^\circ$, (3) $\beta=30^\circ$)에 대한 결과가 Fig. 1-4의 좌측에 보여진다.

계산결과는 직선영역의 기울기 β 가 다음에 관계없이 노즐의 입구와 출구의 크기가 일치함을 보여준다. 다음으로 동일한 직선영역의 각도가 $\beta=60^\circ$ 일 때 각각 다른 입구 속도 ($\tau^*=0.05$ ($M=0.513$), $\tau^*=0.01$ ($M=0.225$), $\tau^*=0.005$ ($M=0.158$))에 대하여 드라발 노즐의 형상을 계산했다. (Fig. 1-4 우측). 드라발 노즐의 역설계는 ‘직접과정’설계 및 실험결과와 일치한다.

중암몸체를 가지는 spike노즐은 아래와 같이 2가지 경우로 나눌 수 있으며, 이 경우 경계조건이 달라진다.

1. 일정한 내부 벽을 갖는 노즐 경우의 아음속 부분 (유동은 우에서 좌로)



2. 일정한 외부 벽을 갖는 spike 노즐의 경우에 있어서 아음속 부분.

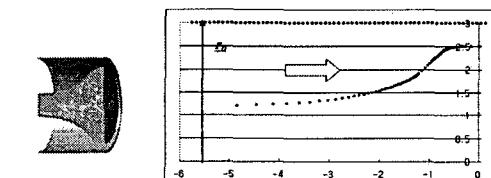


Fig. 1-5

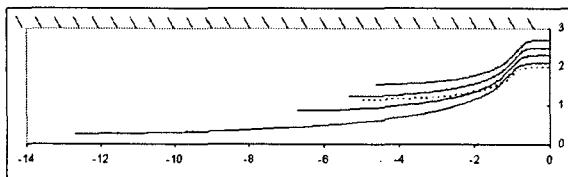


Fig. 1-6. $T^0=0.01$ 일 때 음속목 크기에 따른 아음속부분.
(점선은 $T^0=0.02$ 일 경우)

다음은 축대칭 아음속 노즐에서 노즐입구와 음속면의 크기를 일치시킨 상태에서 비열비 k 의 변화에 따른 노즐의 형상변화를 계산하였다. 선들은 노즐 아음속부의 입구와 음속면의 크기를 일치시킨 상태에서 비열비의 변화에 따른 노즐의 형

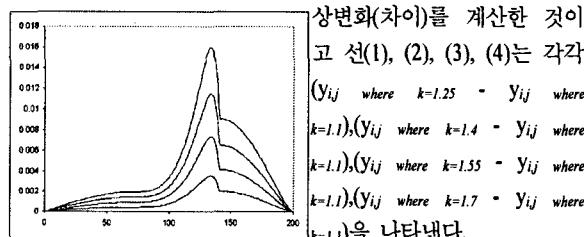


Fig. 1-7

이때 비열비 변화에 따른
입구속도 변화는 Fig. 1-7과
같다. 수치해석에 의한 계산
결과, 평면유동일때의 비열비
에 대한 노즐의 형상변화는
축대칭 유동의 약 2배에 해
당함을 확인 할 수 있다.

위에 계산된 노즐 형상은 완전기체라는 가정하에서 이루어졌다. 그러나 실제 기체는 불완전 기체이므로 계산된 형상은 노즐 내에서 유동이 단조 증가하는 것을 보장하지 않는다. 따라서 유동속도의 증가를 확실하게 보장하기 위하여 호도그래프 (Fig. 1-3)의 AB, CD 영역에서도 약간의 속도증가가 요구

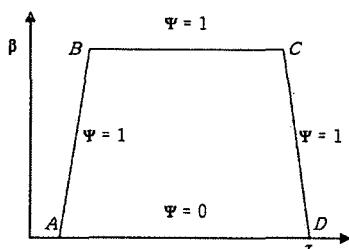


Fig. 1-8

된다. 따라서 호도그래프는 사다리꼴의 형태를 갖게 되고, 수치해석 및 외형을 구하기 위한 적분시는 계단형태를 띠게 된다. Fig. 1-8에서 실선은 직사각형 호도그래프로 구해진 노즐이며, 점선은 사다리꼴 호도그래프일 때 구해진 평면 튜브의 형상이다. (입구 속도는 $T^0=0.01$)

위 결과와 같이, 호도그래프법은 다양한 모양을 갖는 노즐의 아음속부분 설계에 이용 될 수 있으며, 이 경우 노즐내에서 중요한 조건인 속도의 단조성 (monotone)을 부여하여 임의의 레이놀즈 수 상태에서 노즐벽에서의 박리현상이 존재하지 않음을 미리 보장받을 수 있다.

2.1 초음속부 설계

노즐의 초음속 부분의 유동은 두 영역으로 나뉘어진다.

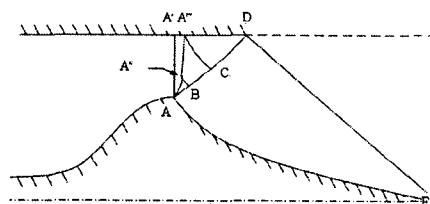


Fig. 2-1. x,r 좌표상에서 유동의 정의영역

제 1영역은 직선음속선과 접하며, 유동은 이 영역에서 둘출각점을 돌며 가속된다. 제 1영역은 음속선 AA', Prandtl-Meyer 팽창유동의 마지막 특성선 AD, 그리고 축에 평행한 실린더형 벽 A'D으로 구성된다. 제 2영역은 설계되어지는 노즐의 초음속부분 AE, 특성선 AD, 그리고 실린더형 외벽과 내부 초음속 노즐 끝점을 잇는 특성선 DE으로 경계 되어진다 (Fig. 2-1). 특성선 DE에서 초음속 유동은 축 (centerline)에 평행하여 균등하게 된다.

노즐의 초음속 영역의 계산은 4단계로 이루어지는데,

- 먼저, 음속선 근방의 제 1특성선 A''D'''를 계산한다. 제 1특성선이 직선음속선에서 거리를 둔으로써 특성곡선법의 이용을 가능하게 한다.
 - Prandtl-Meyer 유동에서 둘출각점 부근의 제 2특성선 A''B 을 계산한다.
 - 1,2과정으로 얻은 특성곡선을 이용하여 A'''A''BD영역을 계산하는데, 먼저 사각형 A'''A''BC영역을 계산하고, 그 다음 실린더형 외벽으로 경계된 삼각형 영역 A'''CD을 계산한다.
 - Spike노즐의 내부 물체(AE영역)을 계산한다.
- 특성선 A'''A'''은 직선음속선 근방의 평면 천음속 유동을 표현하는 Tricomi방정식의 정확한 해법을 이용하여 계산되며, 다음과 같이 improper integral로 표현된다.

$$\Psi = C_1 \int_{\infty}^z \frac{dz}{(z^3 - 9/4)^{5/6}} + C_2, \quad z \in [(9/4)^{1/3}, \infty]$$

$$(9/4)^{1/3} \leq z_1 < (9/4)^{1/3} + 0.0001,$$

$$(9/4)^{1/3} + 0.0001 \leq z_2 < (9/4)^{1/3},$$

$$(9/4)^{1/3} + 0.1, (9/4)^{1/3} + 0.1 \leq z_3 < \infty,$$

적분은 위의 3영역으로 나누어 실행되며, 첫 영역과 세 번째 영역은 점근법에 의하여 계산되고, 둘째 영역은 수치해석에 의한다. 이와 같이 정확한 해의 이용이 가능한 것은 중앙축 (centerline)에 수직한 직선음속선에서의 방사형 방향속도가 0이며, 따라서 직선음속선에서 평면유동 및 축대칭유동에 대한 특성방정식이 일치함에 기인한다. 점 A를 중심으로 한 Prandtl-Meyer 팽창파를 통한 유동의 회전에는 3가지 가능한 형태가 나온다. 만약에 유동의 회전이 적으면 노즐의 초음속 영역은 centerline(즉 점 E)에 도달하지 못하여 $\beta_E \neq 0$, $y_E > 0$ 가 되고, 유동의 회전이 과하면 특성곡선법으로 centerline에 접하는 초음속부분을 설계할 수 없다. (Fig. 2-2의 점선)

설계된 spike 노즐의 초음속 부분은 다음과 같다.

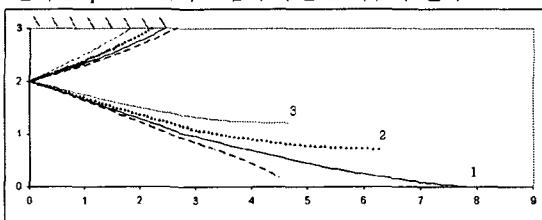


Fig. 2-2. $k=1.4$ 일 경우, 출구 속도 ($M_1=2.125$, $M_2=2.040$, $M_3=1.881$)에 따른 초음속부분 형태와 특성선 (AD), 점선은 A점(Fig. 2-1)에서 유동의 회전이 과할 경우임.

아래의 Fig. 2-3에서 축대칭 유동일 때 비열비와 노즐 형상 (초음속부분)과의 관계를 보여준다.

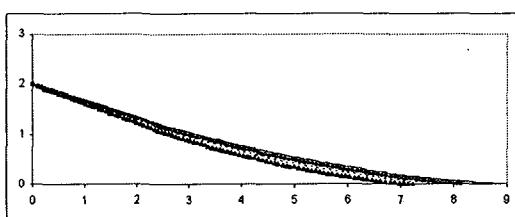


Fig. 2-3. 축대칭 유동에서 노즐의 초음속부 형상. 삼각형은 $k=1.1$ 일 때이며, 점선의 $k=1.3$ 일 때, 원은 $k=1.5$, 그리고 선은 $k=1.7$ 일 때이다.

다음은 직선 음속선의 길이(Fig. 2-1에서 AA'의 길이)와 축 대칭 노즐의 초음속부 형상의 상관관계이며 table 2는 각각의 경우에 해당하는 값들이다.

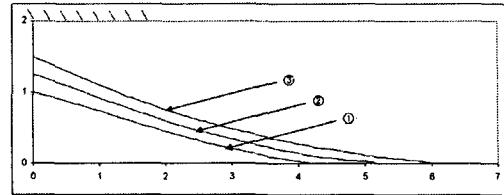


Table 2

형상	x축으로부터 A점 (Fig. 2-1) 까지의 높이	y축으로부터 외부 실린더형 벽의 끝까지의 거리 (Fig. 2-1에서의 D점)	출구 마하수
1	1.0	1.638	1.754
2	1.25	1.682	2.034
3	1.50	1.683	2.426

3. 불완전기체에 대한 spike 노즐의 설계

3.1 아음속부 설계

현재 고온가스를 사용하는 노즐의 설계는 비열들과 비열비의 상관관계를 유지하는 완전기체 모델의 범위에서 이루어지고 있다. 그러나 이 값들은 온도의 함수이며, 고정된 비열값들을 이용한 계산은 $k(T)=C_p(T)/C_v(T)$ 가 상수가 아니므로 오차를 가져온다. 그러므로 온도의 변화가 고려된 운동방정식과 해석이 필요하다.

임의의 열역학적 특성을 가진 이상기체의 등엔트로피 정상 유동에서 운동방정식은 상태방정식에 명확한(explicit) 의존관계를 갖지 않는 형태(invariant form)로 만들어질 수 있는데, 이때 열역학적 상태방정식들은 운동방정식의 계수들과 속도 및 정체온도의 상관관계만을 정의하게 된다. 이러한 방정식의 불변형은 차플리긴 변환의 이용을 가능케 한다.

상태방정식들에 대한 불변식인 불완전기체의 정상 등엔트로피 유동에서의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\beta_\varphi = \frac{Q(\Lambda T_0) \cdot h_3}{\Lambda} (\ln \Lambda)_\varphi, \quad \beta_\varphi = \frac{(M^2(\Lambda T_0) - 1)\Lambda}{Q(\Lambda T_0) \cdot h_3} (\ln \Lambda)_\varphi - \frac{\sin \beta}{y Q(\Lambda T_0) \cdot h_3}$$

여기서, $\Lambda = |V|$ 이며, 평판 및 축대칭 유동에 대하여 각각 $h_3 = 1$, $y = 1$ 이고, $\ln Q(\Lambda) = \int (M^2 - 1) (\ln \Lambda)_\varphi d\varphi$, $M = \Lambda/a$ 이다. 위의 식을 차플리긴 변환을 하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\partial \psi}{\partial^2 \Lambda} + \frac{(1+M^2)}{\Lambda} \frac{\partial \psi}{\partial \Lambda} + \frac{(1-M^2)}{\Lambda^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 \beta} =$$

$$n \left\{ \frac{1}{y} y_\varphi \Psi_A^2 + \frac{(1-M^2)}{y \Lambda^2} y_\varphi \Psi_\beta^2 - \frac{\cos \beta}{y \Lambda^2} + \frac{2 \sin \beta}{y^2 \Lambda^2} y_\varphi \Psi_\beta - \frac{\sin \beta}{y \Lambda^2} D_\beta \right\}$$

여기서 $D = \partial(\Phi\Psi)/\partial(\Lambda, \beta)$ 이고, 평판 및 축대칭 유동에 대하여 각각 $n=0, 1$ 이다. 변환된 식 또한 상태 방정식에 대한

불변식이며, 호도그래프법을 이용하여 유동장이 구해진다. 불완전기체의 운동방정식의 계수들은 완전기체로 가정한 방정식과는 달리 T_o 에 의존한다. 불완전기체에 대한 한 형태로서 비열식은 아래의 식과 같이 주어졌고, 이 식들의 이용하여 운동방정식을 풀었다.

비열식 C_p, C_v, k

$$\begin{aligned} \overline{C}_{p_1} &= A_1 + B_1 \cdot \bar{T} & \overline{C}_{p_2} &= A_2 + B_2 \cdot \bar{T} \\ \overline{C}_{p_3} &= A_3 + B_3 \cdot \bar{T} & \overline{C}_{p_4} &= A_4 + B_4 \cdot \bar{T} \cdot 0.37 \\ \overline{C}_p &= y_1 \cdot \overline{C}_{p_1} + y_2 \cdot \overline{C}_{p_2} + y_3 \cdot \overline{C}_{p_3} + y_4 \cdot \overline{C}_{p_4} \\ \overline{C}_{v_1} &= \overline{C}_{p_1} - 1 & \overline{C}_{v_2} &= \overline{C}_{p_2} - 1 \\ \overline{C}_{v_3} &= \overline{C}_{p_3} - 1 & \overline{C}_{v_4} &= \overline{C}_{p_4} - 1 \\ \overline{C}_v &= y_1 \cdot \overline{C}_{v_1} + y_2 \cdot \overline{C}_{v_2} + y_3 \cdot \overline{C}_{v_3} + y_4 \cdot \overline{C}_{v_4} \\ k &= \frac{\overline{C}_p}{\overline{C}_v} \end{aligned}$$

$$A_1 = 5.30886 \quad B_1 = 0.29682 \quad y_1 = 0.1838$$

$$A_2 = 3.60820 \quad B_2 = 0.35166 \quad y_2 = 0.02$$

$$A_3 = 3.78380 \quad B_3 = 0.29682 \quad y_3 = 0.0102$$

$$A_4 = 3.35202 \quad B_4 = 0.14020 \quad y_4 = 0.786$$

$$\overline{C}_p = C_p / R_o \quad \overline{C}_v = C_v / R_o$$

$$R_o = 8.314 \text{ J/mole} \cdot \text{K} \quad \bar{T} = T / 273 \text{ K}$$

Fig. 3-2은 같은 입구 높이를 갖을 때 불완전기체 (정체온도 $T_o=1000\sim5000\text{K}$)에 대한 축대칭 노즐을 아음속부의 형상을 보여준다. 조건의 다름에도 불구하고 다섯 경우의 노즐 형상들이 거의 일치한다.

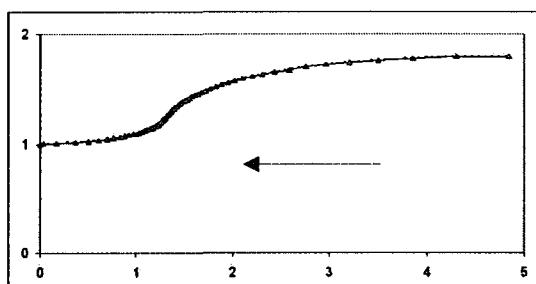


Fig. 3-2

3.2 초음속부 설계

불완전기체에 대한 초음속부 노즐 설계는 완전기체에서와 같이 4단계로 이루어지며, 특성곡선식이 이용되는 부분에서의 좌표는

$$x_{i,j} = \frac{y_{i,j-1} - y_{i-1,j} + \tan(\alpha_{i,j-1} - \beta_{i,j-1})x_{j-1} + \tan(\alpha_{i-1,j} + \beta_{i-1,j})}{\tan(\alpha_{i,j-1} - \beta_{i,j-1}) + \tan(\alpha_{i-1,j} + \beta_{i-1,j})}$$

$$y_{i,j} = y_{i-1,j} + \tan(\alpha_{i-1,j} + \beta_{i-1,j})(x_{i,j} - x_{i-1,j})$$

로 구해지며 (a 는 마하각, β 는 속도벡터의 기울기), 속도는 각각

$$Vx_{i,j} = \frac{Vx_{i,j-1} - Vy_{i,j-1} + K_1 Vx_{i,j-1} - K_2 Vy_{i,j-1} + \xi Q(x_{i,j} - x_{i-1,j}) - \xi Q_2(x_{i,j} - x_{i-1,j})}{K_1 - K_2}$$

$$Vy_{i,j} = Vy_{i-1,j} - K_2(Vx_{i,j} - Vy_{i-1,j}) - \xi Q_2(x_{i,j} - x_{i-1,j})$$

$$K_1 = \frac{1}{y_{i,j}} = \frac{Vx^2 - a^2}{VxVy + a\sqrt{Vx^2 + Vy^2 - a^2}} \quad Q_1 = \frac{a_1^2 Vy_1 y_{C_1,j-1}}{y_1(Vy_1^2 - a_1^2)}$$

$$K_2 = \frac{1}{y_{i,j}} = \frac{Vx^2 - a^2}{VxVy - a\sqrt{Vx^2 + Vy^2 - a^2}} \quad Q_2 = \frac{a_2^2 Vy_2 y_{C_2,j-1}}{y_2(Vy_2^2 - a_2^2)}$$

로 구해진다. (이때 a 는 음속, $\xi = 0.1$ 는 각각 평면 유동과 축대칭 유동에 해당하며, C_1, C_2 는 각각 제1, 제2 특성선을 뜻 한다)

아래 Fig. 3-3에서 각각 다른 정체온도 하에서 축대칭 노즐의 초음속부의 형태를 구했다.

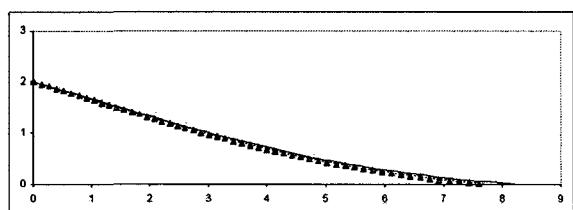


Fig. 3-3

T_o	유동속도 V_e	음속 a_e	출구마하수 M_e
1000	171.82	78.86	2.179
3000	299.82	140.41	2.135
5000	389.12	184.76	2.106

위 계산결과와 같이 초음속 유동지역에서 정체온도 T_o 의 변화에 따라 노즐 형상이 차이가 남을 볼 수 있다. 그러므로 노즐이 어떤 정체 온도를 기준으로 제작되었을 때, 다른 정체 온도 상에서는 설계시와 다른 유동 형태를 얻게 된다. 특히 초음속부가 필요한 길이보다 짧을시 니콜스키 정리에 의하여 충격파가 발생된다.

T_o	T^*	입구 속도	임계 속도	비유량	높이비 (입구/임계)
1000	859.97	36.025	97.449	0.3462	1.8
2000	1745.14	50.631	137.066	0.3485	1.8
3000	2649.65	61.672	167.091	0.3499	1.8
4000	3569.30	70.893	192.177	0.3519	1.8
5000	4500.90	78.932	214.091	0.3530	1.8



5. 결 론

1. 차플리간-호도그래프법을 직선음속선과 음속선 끝에 굴곡 점을 갖는 축대칭 spike 노즐의 아음속부 설계에 이용하였다. 설계된 노즐은 벽면에서의 속도 단조증가라는 중요한 특성을 가지며 이는 임의의 Re 수 상황에서 박리가 존재하지 않음을 미리 보장케 한다.
2. 노즐 아음속부의 입구부와 출구부의 크기를 고정시킨 경우, 비열비의 변화는 노즐 형상 변화에 미치는 영향이 적었다. 노즐 초음속부 경우에도 만약 내부몸체 끝부분에 충격파가 발생하지 않는다고 한다면 노즐 형상 변화는 크지 않다.
3. 불완전기체에 대한 스파이크 노즐의 형상설계를 위한 수치 해석 알고리즘이 완성되었고, 가스의 불완전성 정도와 정체온도가 노즐 형상에 미치는 영향이 검토되었다.
계산 결과는 완전기체의 가정으로 노즐을 설계하는 것이 대체로 타당성을 지님을 보여준다.

참고문헌

- [1] E.G.Shifrin, Potential and Transonic Vortical Flows of an Ideal Gas, Fizmatlit, Moscow, 2001.
- [2] N.A. Podsypanina and E.G.Shifrin, About the method for shorting a plane nozzle, Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh., Zhidk. Gaza, No, 1, 54, 1975.
- [3] N.A. Podsypanina, Using hodograph for numerical shaping a De Laval nozzle, Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh., Zhidk. Gaza, No, 1, 54, 1977.
- [4] E.G.Shifrin, Use a plane sonic line with a extreme point in a nozzle, Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh., Zhidk. Gaza, No, 1, 54, 1981.
- [5] A. A. Niko'skii, in Collection of Theoretical Works on Aerohydrodynamics, Oborongiz, Moscow, 1957, pp. 74-76
- [6] C.W.Kim. The design of the subsonic part of a nozzle with a central body using method Chaplin-hodograph, MIT2004, Moscow, 2004.
- [7] E.G.Shifrin and C.W.Kim. Dokladii Russian Science Academy No. 1, Moscow, 2005.
- [8] C.W.Kim, Shaping a nozzle with a central body (*for a imperfect gas*), Researched in Russia, Moscow, 2005, <http://zhurnal.apc.relarn.ru/articles/2005.109.pdf>
- [9] F. Edward Ehlers. The method of characteristics for isoenergetic supersonic flows adapted to high-speed digital computers J. Soc. Industrial Appl. Math Vol. 7, No. 1, March, 1959.
- [10] Kochin X.E, Kibel I.A., Roze, X.V Theoretical hydromechanics, Vol 2, Fizmatlit, Moscow, 1963.