

GCI와 벽면격자거리를 고려한 2차원 분사유동의 검증

원수희¹, 정인석², 최정열^{3*}

VERIFICATION OF 2D INJECTION FLOWS WITH GCI AND NEAR-WALL GRID LINE SPACINGS

Su-Hee Won, In-Seuck Jeung and Jeong-Yeol Choi

The flowfields generated by gaseous slot injection into a supersonic flow at a Mach number of 3.75 and a Reynolds number of 2.07×10^7 are simulated numerically. Fine-scale turbulence effects are represented by a two-equation(k - ω SST model) closure model which includes y^+ effects on the turbulence model. Grid convergence index(GCI) is also considered to provide a measure of uncertainty of the grid convergence. Comparison is made with experimental data and other turbulence model in term of surface static pressure distributions, the length of the upstream separation region, and the penetration height. Results indicate that the k - ω SST model correctly predicts mean surface pressure distribution and upstream separation length. However, it is also observed that the numerical simulation overpredicts the pressure spike and penetration height compared with experimental data. All these results are taken within 1% error band of grid convergence.

Key Words: GCI(Grid Convergence Index), 벽면격자거리(Near-Wall Grid Line Space), 2차원 분사유동(2D Injection Flow), 박리거리(Separation Distance), 침투높이(Penetration Height)

1. 서론

2차원 수직분사 유동은 기초적이면서도 실질적인 적용가능성 때문에 오랫동안 연구되어 왔다. 수직분사 유동은 로켓의 추력방향제어 시스템 및 초음속 연소기에서의 연료분사/혼합 증진 기구 등으로 응용될 수 있을 뿐만 아니라 단순한 형상에도 불구하고 유동박리, 아음속 재순환영역, 충격파 상호작용과 같은 복잡한 물리적 현상을 포함하고 있다. 이러한 복잡한 유동장의 특성을 규명하기 위해 많은 실험적/수치적 연구가 수행되었으며[1-8], 이를 통해서 초음속 유동장에서 수직분사 유동의 특성이 비교적 잘 알려져 있어 초음속 유동장의 난류 검증 모델로도 자주 이용되고 있다.

전산유체역학을 이용해 수직분사 유동과 같은 복잡한 유동을 정확하게 해석하기 위해서는 물리적 현상의 모델링 및 적절한 수치기법의 선택이 매우 중요하지만, 전산해석에 존재하

는 불확실성(uncertainty)과 오차(error) 요인을 줄여나가는 것 또한 해석의 신뢰성을 높일 수 있는 좋은 방법이다. 여기서 불확실성이란 ‘물리적 현상에 대한 지식의 부족으로 인해 모델링 과정에 존재할 수 있는 결함’을 의미하며, 오차는 ‘물리적 현상에 대한 지식의 부족에 기인하지 않는 인지할 수 있는 결함’을 의미한다[9]. 따라서 인지할 수 있는 오차요인을 줄여나가는 것이 전산해석의 신뢰성을 높이는데 기본적이며 쉬운 방법이라 하겠다. 오차 요인은 다시 물리적 근사에 기인하는 오차, 끝처리(round-off) 오차, 반복계산에 의한 수렴 오차, 차분 오차 등이 있다. 물리적 근사에 따른 오차는 모델의 공식화 또는 간략화 과정에서 발생하는 것으로 전산해석 코드의 개발과정에서 신중한 적용이 요구된다. 끝처리 오차의 경우 최근 컴퓨터 성능의 향상에 따른 유효숫자의 확대로 인해 크게 문제가 되지 않으며, 반복계산에 의한 수렴오차는 수렴된 해의 변화량에 비례하는 것으로 해석대상에 따라 다소 상대적이다. 한편, 시간과 공간에 대한 차분에 의한 오차는 전산해석에서 가장 중요한 오차요인 가운데 하나로서 근래 들어 GCI(Grid Convergence Index) 개념의 도입으로 Grid Refinement에 따른 정량적인 오차범위의 측정이 가능하게 되었다[10-13].

1 학생회원, 서울대학교 대학원 항공우주공학과

2 정회원, 서울대학교 항공우주공학과

3 정회원, 부산대학교 항공우주공학과

* Corresponding author E-mail: aerochoi@pusan.ac.kr

수직분사 유동의 전산해석에 있어서 또 다른 중요한 문제 가운데 하나는 난류모델 신중한 적용이다. 난류 모델은 해석하고자 하는 난류 스케일에 따라 크게 RANS, LES, DNS 등으로 분류된다. 이 가운데 난류 적용의 복잡성 및 계산 비용 등으로 인해 공학문제에는 RANS 모델이 가장 활발하게 사용되고 있으며, RANS 모델은 다시 대수적 모델인 0방정식 모델, 난류 운동에너지는 미분방정식으로 부터 구하고 길이 척도는 대수적으로 계산하는 1방정식 모델, 난류 운동에너지와 길이 척도를 모두 미분방정식으로 부터 구하는 2방정식 모델로 나눌 수 있다. 또한 벽면처리 방법에 따라서 난류 모델은 고레이놀즈 모델과 저레이놀즈 모델로 분류가 가능하다. 일반적으로 k-ε 모델 기반의 고레이놀즈 모델은 벽면근처와 같이 레이놀즈수가 낮은 영역은 wall-function을 이용하기 때문에 벽면근처에서 격자의 집적도가 낮아 강건하고 효율적인 반면에 형상이나 유동이 복잡해지면 해의 정확도가 급격히 떨어지는 단점을 가지고 있다. 한편, k-ω 모델을 기반으로 하는 저레이놀즈 모델은 벽면근처와 같이 낮은 레이놀즈 영역에 격자를 집중시켜 해석하기 때문에 계산의 효율성은 떨어지나 해의 정확도가 우수하다는 장점을 가지고 있다. 그러나 벽면격자거리 따라 해가 민감하기 때문에 무차원 벽면거리 y^+ 가 고려되어야 한다.

본 연구에서는 2차원 수직분사 유동을 해석하기 위해 저레이놀즈 RANS 난류 모델 가운데 비교적 정확하다고 알려진 SST k-ω 모델을 사용하였다. y^+ 와 GCI 계산을 통해 난류벽면거리와 차분 오차 감소를 고려한 체계적인 Grid Refinement 연구를 통해서 수치계산을 수행하였으며, 이를 통해 구해진 표면 압력분포, 박리거리, 침투높이 등을 실험결과와 비교해 전산해석의 신뢰성을 살펴보고자 한다.

2. 지배방정식과 수치해법

2.1 지배방정식

초음속 점성 유동장을 해석하기 위해 질량보존 방정식, 운동량 보존 방정식, 에너지 보존 방정식 및 난류 방정식이 결합된 압축성 Navier-Stokes 방정식을 보존형 벡터식으로 표현하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} + W \quad (1)$$

위의 식 (1)에서 Q 는 보존 변수 벡터를 의미하며, F 와 G 및 F_v 와 G_v 는 각각 비점성 유동 벡터와 점성 유동 벡터이며, W 는 난류에 의한 생성항을 의미한다. 난류 모델

은 일반적으로 자유 전단 경계층 문제에 많이 쓰이는 k-ε 모델과 벽면 경계층 문제에 유리한 Wilcox의 k-ω 모델을 혼합한 Menter의 SST(Shear Stress Transport) 모델을 사용하였다[14]. 경계조건은 자유류가 초음속이므로 입구조건인 경우 주어진 마하수에서 고정된 형태로 주어졌으며, 윗면은 계산 영역 내부에서 발생한 충격파가 영향을 미치지 않을 만큼 충분히 멀리 때문에 입구조건과 동일하게 주어졌다. 벽면에서는 점착/단열조건 및 $k_{wall}=0$, $\omega_{wall}=60\nu/(\beta_1 y^2_1)$ 을 난류 경계조건으로 사용하였으며, 분사 유동에 대한 난류조건은 추가적으로 고려하지 않았다. 출구 조건은 외삽처리 하였다.

2.2 수치기법

수치적인 해석을 위해서 지배방정식을 유한체적법을 이용하여 이산화 하였다. 대류 플럭스항은 일반 좌표계에서 Roe의 FDS 기법을 사용하여 차분하였으며, MUSCL 기법을 이용하여 고차의 공간차분 정확도를 유지하였고, TVD 성질을 유지하기 위하여 미분형 제한자를 사용하였다. 점성항의 차분에는 중심 차분법을 이용하였다. 또한 LU-SGS 기법을 이용하여 완전 내재적인 시간적분을 수행하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 2차원 분사유동 모델

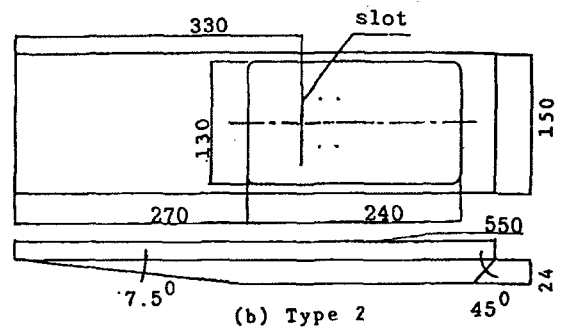


Fig. 1 Flat plate model with slot nozzle. (Aso et al., 1991)

본 연구에서 고려하고 있는 전산해석 모델을 Fig. 1에 나타내었다. 마하수 3.75의 초음속 유동장에서, 앞면으로부터 길이 $l=330$ mm에 위치한 폭 $w=1.0$ mm인 2차원 축소 노즐로부터 유동방향에 수직으로 질소 분사가 이루어진다. 분사기 출구의 마하수는 1이며, 자유류와 분사기 유동 사이의 압력비는 각각 4.86, 10.29, 17.72, 25.15 이다. 구체적인 실험조건은 아래의 Table. 1에 나타내었다.

Table. 1 Simulation conditions.

Parameter	Aso et al.
Slot width [mm]	1.0
M_∞	3.75
p_∞ [Pa]	11.090
T_∞ [K]	78.43
Re	2.07×10^7
M_{jet}	1.0
p_{jet} / p_∞	4.86, 10.29, 17.72, 25.15
T_{jet} [K]	249

3.2 Grid Refinement

Grid Refinement를 위해 총 12가지 경우에 대해서 무차원 벽면거리 y^+ 의 계산이 수행되었다. 먼저 격자수에 따라 Level 1에서 Level 3로 분류하였으며, 각 Level이 증가함에 따라 사이격자가 생략되었다. 또한 Level 1을 기준으로 Column이 증가함에 따라 무차원 벽면거리 y^+ 가 1.0부터 8.0이 되도록 조절하였으며, Level 2와 Level 3의 경우 위에서 주어진 격자에 대하여 y^+ 가 계산되었다. 각 격자계에 대한 무차원 벽면거리를 Table. 2에 정리하였다.

Table. 2 y^+ calculations of each grid systems.

Grid	Column 1	Column 2	Column 3	Column 4
Level 1 401×401	$y^+ \approx 1.0$	$y^+ \approx 2.0$	$y^+ \approx 4.0$	$y^+ \approx 8.0$
Level 2 201×201	$y^+ \approx 1.8$	$y^+ \approx 3.0$	$y^+ \approx 7.4$	$y^+ \approx 13.2$
Level 3 101×101	$y^+ \approx 3.3$	$y^+ \approx 7.0$	$y^+ \approx 12.5$	$y^+ \approx 21.4$

이를 바탕으로 각 Level에서의 표면 압력분포를 비교해 보았다. Level 3와 Level 2의 경우, Column이 증가함에 따라 표면 압력분포의 차이가 크게 나타남을 확인할 수 있었으며, 이는 벽면거리가 증가함에 따라 해가 민감하게 변화하기 때문이다. Level 1의 경우는 Fig. 2에 나타난 바와 같이 표면 전반적으로 압력분포의 변화가 상대적으로 작았으며, $y^+ \leq 2$ 에서 해의 수렴을 보여주었다. 따라서 $y^+ \leq 2$ 인 Column 1과 Column 2에 대해서 최적의 격자계를 결정하기 위해 정량적 차분오차 측정이 가능한 GCI의 계산이 수행되었으며, 그 결과를 Fig. 3 과 Fig. 4에 나타내었다.

Column 1과 Column 2에 대해서 격자수를 증가시켜 가면서 표면 압력분포의 수렴 과정을 살펴보고, Richardson 외삽법을 사용해 구한 무한 격자계를 사용한 해와 비교해 보았다. Column 2의 경우 Level 3에서 Level 1으로 격자수가 증가함에 따라 해가 수렴하는 경향을 보여주었으나, 분사기 상류에 존

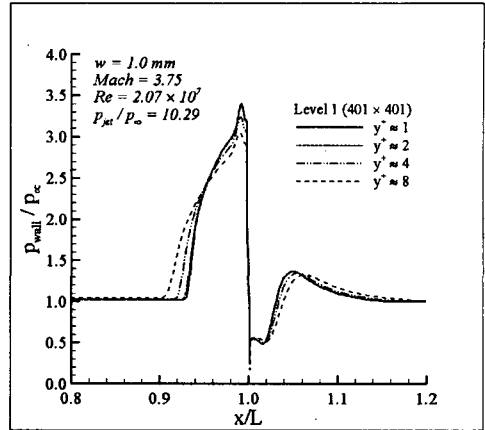


Fig. 2 Effect of wall distance on surface static pressure distribution for $p_{jet} / p_\infty = 10.29$.

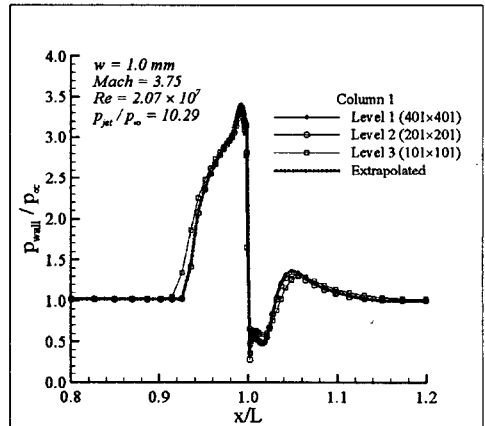


Fig. 3 Effect of grid refinement on surface static pressure distribution for $p_{jet} / p_\infty = 10.29$.

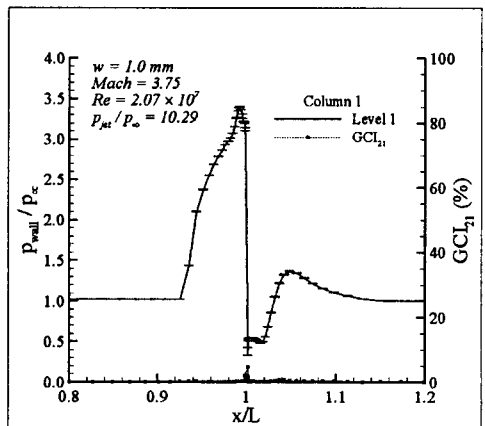


Fig. 4 Fine-grid surface static pressure distribution with discretization error bars.

재하는 박리영역과 후류에 존재하는 재순환 영역에서 비교적

큰 10% 내외의 차분오차가 발생하였다.(지면관계상 그래프는 생략하였음) 반면, Column 1에서는 Fig. 3에 나타난 바와 같이 Level 1의 401×401 격자를 사용하였을 경우, 무한 격자계를 사용한 해와 거의 일치함을 확인할 수 있다. 또한 차분 오차를 보다 정량적으로 표현하기 위해서 오차범위를 도입한 Fig. 4의 그림에서 볼 수 있듯이 분사기 근처의 pressure well 부분을 제외한 전체 유동장에서 1% 이하의 차분오차를 보여준다. 따라서 이후의 모든 계산은 Level 1의 Column 1 격자계를 이용하여 수행하였다.

3.3 계산결과 및 고찰

여기서는 앞서 결정된 격자계를 이용하여 계산된 다양한 압력비에 대한 표면 압력분포에 대하여 Aso의 실험결과 및 Rizzetta의 전산해석 결과와 비교해 보고자 한다. Rizzetta는 저레이놀즈 항과 압축성 효과가 고려된 k-ε 난류 모델을 사용하였다.

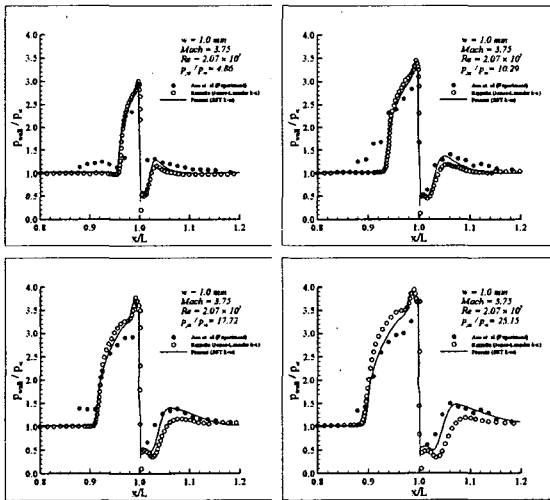
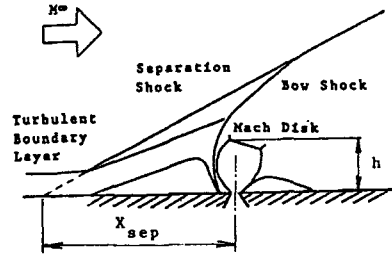


Fig. 5 Comparison of surface pressure distributions for Aso et al. configuration.

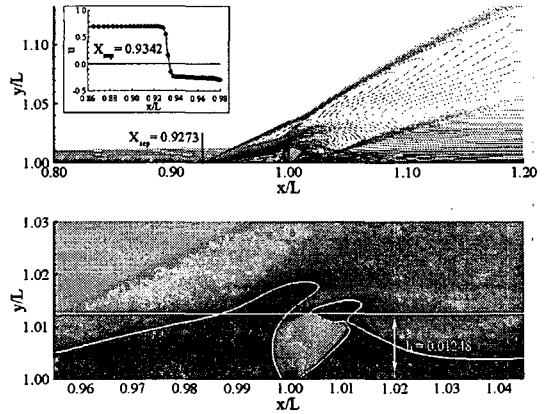
Fig. 5에 폭 w=1.0 mm인 2차원 축소 노즐로부터 분사된 각 압력비가 4.86, 10.29, 17.72, 25.15인 유동에 대해 표면 압력분포를 비교해 나타내었다. 낮은 압력비에서는 실험결과와 전산해석 결과가 비교적 잘 일치하고 있는 반면에, 압력비가 상승함에 따라 전산해석 결과는 최대압력과 분사기 후류의 재순환영역을 과대예측하고 있으며, 분사기 상류의 박리영역을 과소예측하고 있다. 한편, SST k-ω 난류 모델을 이용해 해석한 결과와 저레이놀즈 항과 압축성 효과가 고려된 k-ε 난류 모델을 이용해 해석한 결과를 비교해 보면, 전반적으로 SST k-ω 난류 모델을 이용한 결과가 우수함을 확인할 수 있다. 특히, 압력비가 큰 두 경우에 있어서 유동박리 이후의 압력상승

구간 및 pressure well 구간에서 실험결과와 보다 잘 일치하는 경향을 보여주고 있다.

그러나 Aso의 실험 결과에서는 Spaid et al.와 Werle et al.의 실험결과[2-3] 및 다른 전산해석결과[5-8]에서 예측하고 있는 분사기 앞전에서의 급격한 압력 상승이 보이지 않고 있으며, 분사기 상류에서의 압력분포가 균일하지 않다. 이는 박리점 상류에 충격파경계층 상호작용으로 인한 또 다른 박리점의 존재를 의심하게 한다. 또한 분사기 전후의 표면 압력분포를 분해하기에는 압력측정 장치의 개수가 부족해 보인다. 따라서 보다 정확한 전산해석 결과의 검증을 위해서는 다른 실험과의 비교가 필요하다고 생각되어 진다.



(a) Experimental definition of X_sep and h



(b) Numerical definition of X_sep and h

Fig. 6 Separation shock distance (X_sep) and penetration height (h).

Fig. 6은 박리거리와 침투거리에 대한 정의를 Aso의 실험과 전산해석에 대해서 각각 나타내었다. 실험에서 박리거리는 슐리렌 사진에 나타난 박리 충격파의 연장선과 평판이 교차하는 점으로 정의 하였으며, 침투거리는 마하디스크와 수직분사 유동에 의한 균형충격파 교차점으로부터 평판까지의 거리로 정의 하였다. 그러나 박리거리와 침투거리에 대한 이러한 정의는 측정과정에서 오차가 포함될 수 있기 때문에 잘 정의

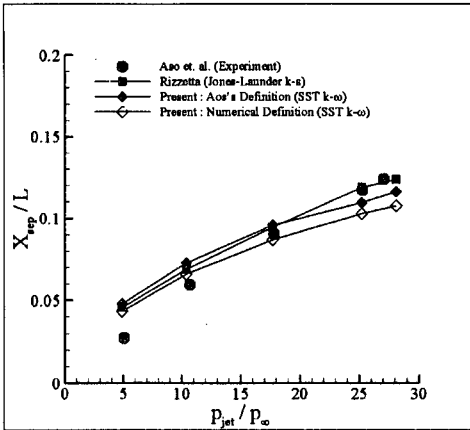


Fig. 7 Separation length as p_{jet} / p_{∞}

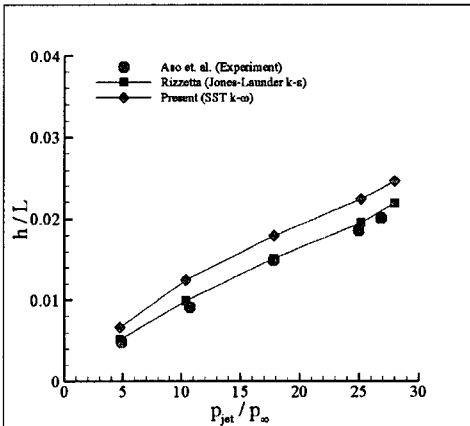


Fig. 8 Penetration height as p_{jet} / p_{∞}

되었다고 볼 수 없다. 따라서 전산해석에서는 보다 정확한 측정을 위해 박리거리의 경우 Aso의 정의와 함께 벽면에서 속도의 방향이 바뀌는 지점을 박리거리로 정의하였으며, 침투거리는 마하수 1의 등마하선도를 기준으로 하여 측정하였다. Fig. 7과 Fig. 8에 박리거리와 침투거리에 대해 비교한 결과를 각각 나타내었다. 박리거리에서 $k-\epsilon$ 난류모델을 이용한 Rizzetta 결과는 압력비가 낮을 경우 박리거리를 과대예측하며, 압력비가 증가함에 따라서 실험에 근접하는 결과를 보여주고 있다. 반면, SST $k-\omega$ 난류모델을 이용한 본 연구 결과는 압력비가 낮을 경우 $k-\epsilon$ 난류모델 보다 우수한 결과를 보여주지만, 압력비 $p_{jet}/p_{\infty} = 17.72$ 이상에서는 오히려 실험에 비해서 박리거리를 과소예측하고 있다. 침투거리에서는 Rizzetta의 전산해석 결과와 실험결과가 전반적으로 잘 일치하는 반면에 SST $k-\omega$ 난류모델을 이용한 결과는 모든 압력비에서 침투거리를 과대예측하고 있다. 이러한 SST $k-\omega$ 난류모델을 이용한 결과는 저레이놀즈 및 압축성 효과를 고려할 경우 보다 개선될 수 있을 것으로 기대된다.

5. 결론

저레이놀즈 RANS 난류 모델 가운데 하나인 SST $k-\omega$ 모델을 이용해 초음속 유동장에서 2차원 수직분사 유동을 해석함으로써 전산해석의 신뢰성을 살펴보았다. 전산해석에 앞서 무차원 벽면거리 y^+ 와 GCI의 체계적인 계산을 통해 적절한 벽면거리와 1% 이내의 차분 오차를 확보할 수 있었다. 이를 바탕으로 전산해석을 수행하여 구해진 표면 압력분포, 박리거리, 침투높이 등을 실험결과 및 $k-\epsilon$ 난류모델을 이용한 전산해석 결과와 비교해 보았다. 표면 압력분포의 경우 낮은 압력비에서 실험결과와 잘 일치하였으며, 전반적으로 $k-\epsilon$ 난류모델을 이용한 결과보다 우수한 특성을 보여주었다. 박리거리에서는 압력비가 증가함에 따라 $k-\epsilon$ 모델을 이용한 결과가 실험에 근접해 가는 반면에, SST $k-\omega$ 모델을 이용한 결과는 낮은 압력비에서는 박리거리를 과대예측하고 높은 압력비에서는 과소예측하는 결과를 보여주었다. 마지막으로, 침투거리에 있어서는 SST $k-\omega$ 모델을 이용한 결과가 실험결과 및 $k-\epsilon$ 모델을 이용한 결과보다 모든 압력범위에서 과대예측 하는 결과를 보였다. 따라서 SST $k-\omega$ 모델은 초음속 유동장에서 수직분사 유동의 해석에 있어 낮은 압력비에서 우수한 예측성능을 보여주었으며, 저레이놀즈 및 압축성 효과를 고려할 경우 보다 나은 결과를 보여줄 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 고에너지물질 특화연구센터의 HM-22 과제 및 과학기술부 NRL(과제번호: M1050000072-05J000007210) 사업의 지원을 받아 진행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Zukoski, E. E., and Spaid, F. W., "Secondary Injection of Gases into a Supersonic Flow," *AIAA Journal*, Vol.2, No.10, 1964, p.1689-1696
- [2] Spaid, F. W., and Zukoski, E. E., "A Study of the Interaction of Gaseous Jets from Transverse Slots with Supersonic External Flows," *AIAA Journal*, Vol.6, No.2, 1968, p.205-212
- [3] Werle, M. J., Driftmeyer, R. T., and Shaffer, D. G., "Jet-Interaction-Induced Separation: The Two-Dimensional Problem," *AIAA Journal*, Vol.10, No.2, 1972, p.183- 193
- [4] Aso, S., Okuyama, S., Kawai, M., and Ando, Y.,



- "Experimental Study on Mixing Phenomena in Supersonic Flows with Slot Injection," *AIAA Paper 91-0016*, 1991.
- [5] Rizzetta, D., "Numerical Simulation of Slot Injection into a Turbulent Supersonic Stream," *AIAA Paper 92-0827*, 1992.
- [6] Dhinakaran, R., and Bose, T. K., "Two-Dimensional Jet Interaction Flowfield Predictions with an Algebraic Turbulence Model," *AIAA Paper 95-2242*, 1995.
- [7] Chenault, C. F., and Beran, P. S., "K- ϵ and Reynolds Stress Turbulence Model Comparison for Two-Dimensional Injection Flows," *AIAA Journal*, Vol.36, No.8, 1998, p.1401-1412.
- [8] Sriram, A. T., and Mathew, J., "Numerical Prediction of Two-Dimensional Transverse Injection Flows," *AIAA Paper 2004-1099*.
- [9] *Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulation*, G-077-1998, AIAA, Reston, VA, 1998.
- [10] Roache, P. J., *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*, Hemosa Publishers, New Mexico, 1998.
- [11] Roache, P. J., "Error Bars for CFD," *AIAA Paper 2003-0408*, 2003.
- [12] Roache, P. J., "Verification of Code and Calculations," *AIAA Journal*, Vol.36, No.5, 1998, p.696-702.
- [13] Celik, I. and Karatekin, O., "Numerical Experiments on Application of Richardson Extrapolation with Nonuniform Grids," *ASME Journal of Fluid Engineering*, Vol.119, No.9, 1997, p.584-590
- [14] Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol.32, No.8, 1994, p.1598-1605.