

상대변위를 이용한 지반정수 인식

Identification of Geotechnical Parameters Using Relative Convergence Measurements

최상현* 조국환**
Choi, Sanghyun Cho, Kookhwan

ABSTRACT

In designing underground structure such as tunnels, estimating geotechnical characteristics of the ground is one of the most important and difficult tasks. In this paper, a methodology that can identify geotechnical parameters using only field-measured relative convergence displacements is presented. By using only relative convergence measurement data, inevitable errors in absolute convergence estimation can be avoided and in turn the parameter estimation process can be simplified. The methodology utilizes sensitivity relationship between static displacement measurements and geotechnical parameters. The feasibility and applicability of the proposed methodology is verified via a 3-d numerical example of a tunnel structure.

1. 서론

터널과 같은 지하구조물의 설계 및 시공시 지반성질을 정확히 파악하는 것은 시공의 안정성 및 경제성을 위해 매우 중요하다. 그러나 지반의 상태를 대표하는 지반정수를 설계단계에서 파악하는 것은 거의 불가능하므로 일반적으로 시공시 현장계측을 수행하여 설계시 초기 입력한 지반정수를 보정하고 이 결과를 차후 시공에 반영하고 있다 (이인모 등 2005a). 현재까지 계측된 내공변위를 이용한 대부분의 역해석 방법은 절대변위를 이용하므로 계측시작 이전에 발생하는 초기변위의 예측이 필요하며 이 과정에서 필연적으로 불확실성을 갖게 된다 (김문겸 등 1995a; 김문겸 등 1995b; 이인모 등 1996; 이인모 등 1997). 이러한 불확실성을 피하기 위해 이인모 등(2005a)은 상대변위만을 이용한 역해석기법을 제안한 바 있다.

본 연구에서는 터널주변 지반의 지반정수와 터널의 상대변위의 민감도 관계를 통하여 지반의 상태를 역해석할 수 있는 간략한 기법을 제안하였다. 연구에 사용된 민감도 기법은 Stubbs 와 Osegueda (1990)에 의해 제안된 바 있는 시스템인식기법을 응용하였으나, Stubbs 와 Osegueda의 시스템인식기법은 매개변수와 고유진동수의 민감도 관계를 기초로 하므로 정적인 상대변위를 적

* 한국원자력안전기술원 선임연구원

** 서울산업대학교 구조공학과 전임강사

용할 수 있도록 관계식을 재유도하였다. 본 연구에서 제안된 기법의 적용성은 3차원 터널 구조물 수치예제를 통하여 검증하였다.

2. 역해석 이론

임의의 시스템이 n 개의 매개변수 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$)로 정의될 수 있다고 가정할 때, x_i 로 구성된 벡터 \mathbf{x} 의 함수 f 는 다음과 같이 Taylor Series로 확장될 수 있다.

$$f(\mathbf{x} + d\mathbf{x}) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} f^{(k)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}^k + E_n(d\mathbf{x}) \quad (1)$$

여기서

$$E_n(d\mathbf{x}) = \frac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi) d\mathbf{x}^{n+1} \quad (2)$$

식(2)에서 ξ 는 x 와 $d\mathbf{x}$ 사이의 임의의 위치를 나타낸다. $f(\mathbf{x} + d\mathbf{x})$ 이 실제 시스템에서 얻어진 값을 $f(\mathbf{x})$ 이 수학적 모델을 통한 근접해를 나타낸다고 가정할 때, 식(1)에서 오차함수(e)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e = f(\mathbf{x} + d\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i \quad (3)$$

식(3)을 m 개의 함수로 확장했을 때 j 번째 오차함수는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$e_j = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_j}{\partial x_i} dx_i \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

식(4)를 f_j 로 나누어 주면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{e_j}{f_j} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \frac{x_i}{f_j} \frac{dx_i}{x_i} \quad (5)$$

또는

$$z_j = \sum_{i=1}^n f_{ji} \alpha_i \quad (6)$$

위식에서 $z_j = \frac{e_j}{f_j}$, $\alpha_i = \frac{dx_i}{x_i}$, $f_{ji} = \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \frac{x_i}{f_j}$ 는 각각 시스템의 계측값과 수학적모델을 이용해 구한 값

간의 j 번째 분차, 시스템 매개변수의 j 번째 분차, 그리고 j 번째 시스템 매개변수에 대한 j 번째 민감도를 나타낸다. 식(6)을 행렬식으로 다시 표현하면,

$$\mathbf{Z} = \mathbf{F}\mathbf{a} \quad (7)$$

식(7)에서 벡터 \mathbf{Z} 는 실제 시스템의 측정값과 수학적 모델에서 구한 값과의 차이로부터 구할 수 있으며, 민감도행렬 \mathbf{F} 는 매개변수 x 와 함수 f 와의 민감도 관계를 이용해 구할 수 있다. 식(7)의 유일한 미지값은 강성, 질량 또는 감쇠 등의 시스템 매개변수를 나타내는 벡터 \mathbf{a} 이다. 터널 문제에서 터널에서 측정된 변위를 f 라 할 때 측정된 변위에 영향을 미치는 시스템 매개변수(지반정수)는 주변 지반의 탄성계수, 포아손 비, 질량, 측압계수, 점착력, 내부마찰각 등이 있다. 이인모 등(2005a)의 민감도 분석에 따르면 열거된 지반정수 중 탄성영역 내에서 탄성계수와 측압계수가 가장 큰 영향을 미치는 것으로 나타난 바 있다.

식(7)을 벡터 \mathbf{a} 에 대하여 표현하면,

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{Z} \quad (8)$$

민감도행렬 \mathbf{F} 는 수학적모델을 이용하여 다음과 같이 산정할 수 있다. (1) 초기 수학적모델에서 실제시스템의 측정지점에 해당하는 위치의 변위를 계산한다. (2) 초기 수학적모델에서 구하고자 하는 시스템 매개변수를 기지의 양만큼 변화시킨 후 (1)의 과정과 동일한 위치에서 변위를 계산한다. (3) (1)과 (2)에서 구한 변위를 이용하여 식(6)의 \mathbf{z} 벡터를 산정한다. (4) 시스템매개변수의 분차 및 \mathbf{z} 벡터의 해당 요소를 이용하여 \mathbf{F} 행렬의 요소를 산정한다.

실제 역해석 문제에서 구하고자 하는 시스템 매개변수의 수와 측정값의 수는 일치하지 않을 수 있으며, 이러한 경우 \mathbf{F} 의 역행렬은 Moore-Penrose pseudoinverse 등의 기법을 이용하여 구할 수 있다 (Nam et al. 2005).

식(8)을 통해 구한 벡터 \mathbf{a} 와 다음 식(9)를 이용하여 시스템 매개변수의 초기 가정치를 수정할 수 있다.

$$k_j^* = k_j(1 + \alpha_j) \quad (9)$$

식(9)에서 k_j^* 는 j 번째 미지 시스템 매개변수를 나타내며 k_j 는 j 번째 시스템 매개변수에 대한 수학적 모델의 초기 가정값을 나타낸다.

이러한 과정을 종합하여 미지의 시스템변수는 다음의 역해석 과정을 이용하여 인식될 수 있다. (1) 실제시스템에서 변위를 측정한다. (2) 가능한 모든 자료를 이용하여 수학적모델을 구성하고 이 모델에서 실제시스템에서 측정이 수행된 동일 위치에서의 변위를 산정한다. (3) 전술된 과정을 이용하여 \mathbf{F} 행렬을 구성한다. (4) 실제시스템에서 측정된 상대변위와 수학적모델에서 산정된 상대변위를 이용하여 \mathbf{z} 벡터를 구성한다. (5) 식(8)을 이용하여 \mathbf{a} 벡터를 구하고 식(9)에 적용하여 구하고자 하는 시스템 매개변수를 수정한다. (6) (2)에서 (5)까지의 과정을 $|\mathbf{z}| \approx 0$ 혹은 $|\mathbf{a}| \approx 0$ 이 될 때까지 반복한다.

3. 수치예제를 통한 검증

2장에서 소개된 역해석 기법의 적용성은 3차원 터널구조물 수치예제를 통해 검증하였다. 수치예제에 사용된 시스템은 그림1과 같이 매립층, 잔적토층, 풍화암층 및 연암층으로 구성된 지반에 시공된 터널이다(이인모 등 2005b). 터널은 반경 4.9m의 말발굽형으로 풍화암층에 위치하고 있다. 역해석에서 실제 물성치로 가정된 각 지층의 지반과 지보재의 물성치는 표1과 같다. 터널의 내공 변위 변화는 터널내 천단과 측벽의 두개소에서 측정된 것으로 가정하였으며 그림1에 표시하였다. 계측의 시작시점은 굴착직후에 계측기를 터널의 입구로부터 1m 안쪽의 천단 및 측벽에 설치하여 수행한 것으로 가정하였다. 그림2는 수치해석을 통해 구한 천단과 측벽의 변위를 나타낸다. 2장에서 언급된 바와 같이 터널 내부 변위에 가장 큰 영향을 미치는 매개변수는 탄성계수와 측압계수이며(이인모 등 2005a) 본 연구에서는 이들 두가지 매개변수에 대하여 역해석을 수행하였다. 역해석 시나리오는 표2에 나타난 것과 같이 임의의 세가지 초기조건을 선정하였다.

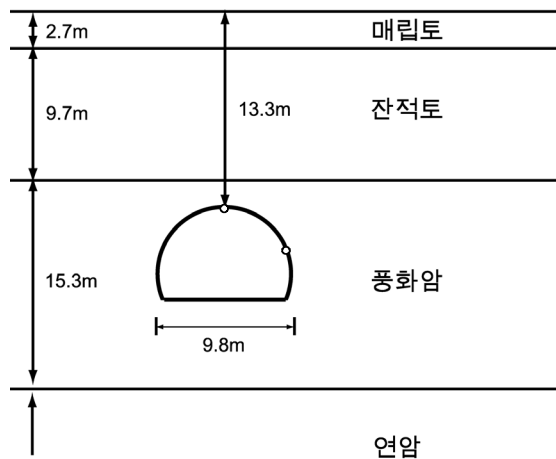


그림 1. 터널단면
(○ : 변위 측정 위치)

표 1. 예제 해석단면의 지반정수

	탄성계수 (MPa)	포아손비	단위중량 (kN/m ³)	측압계수	점착력 (kPa)	내부마찰각 (degree)
매립토	19.62	0.35	9.81	0.5	0	35
잔적토	29.43	0.33	18.64	0.5	49.05	35
풍화암	196.2	0.23	21.58	0.5	98.1	35
연암	981	0.2	23.54	0.5	196.2	40
연성숯크리트	4,905	0.2	2.4	-	-	-
경화숯크리트	14,715	0.2	2.4	-	-	-

표 2. 역해석에 사용된 초기 지반정수

	잔적토		풍화암	
	탄성계수 (MPa)	축압계수	탄성계수 (MPa)	축압계수
경우 1	26.49 (90 [*])	0.45 (90)	176.6 (90)	0.45 (90)
경우 2	23.54 (80)	0.40 (80)	157.0 (80)	0.40 (80)
경우 3	35.32 (120)	0.40 (80)	157.0 (80)	0.40 (80)

* ()안은 초기물성치/실제물성치(%)를 나타냄.

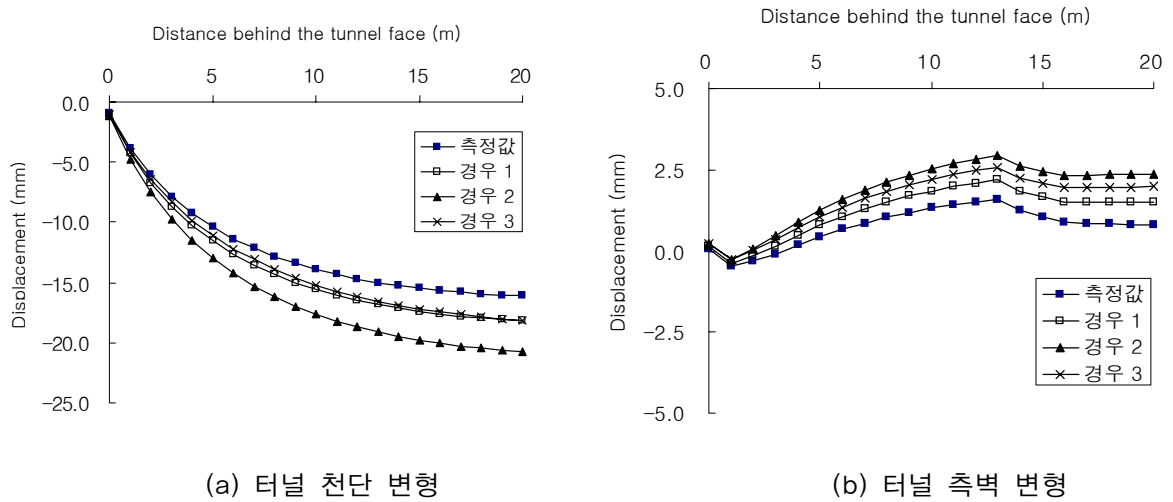


그림 2. 터널의 천단 및 측벽변형

터널 내부의 변위는 그림2에 나타난 바와 같이 막장의 이동에 따라 변화하며 막장이 일정 거리 이상으로 멀어지면 일정한 값으로 수렴한다. 역해석은 터널 입구로부터 1m 지점의 천단 및 측벽의 변위가 굴착에 따른 영향으로부터 안정화된 이후의 값 중 임의로 막장 위치가 입구로부터 각각 18m 및 19m일 때의 값을 이용하여 수행하였다.

표 3. 역해석에 의한 지반정수 인식값

	실제값	경우 1		경우 2		경우 3	
		초기값	인식값	초기값	인식값	초기값	인식값
탄성계수 (잔적토), MPa	29.43	26.49	29.38 (0.2% [*])	23.54	29.50 (0.2%)	35.32	29.70 (0.9%)
탄성계수 (풍화암), Mpa	196.2	176.6	196.5 (0.2%)	157.0	194.3 (1.0%)	157.0	197.3 (0.6%)
축압계수	0.5	0.45	0.50 (0.0%)	0.40	0.51 (2.0%)	0.40	0.49 (2.0%)

* 상대오차 = (인식값 - 실제값)/실제값 (%)

표2에 기술된 세가지 경우에 대하여 수행된 역해석 결과는 표3에 나타났다. 표에서 보이는 것과 같이 모든 경우에서 인식된 지반정수 값은 실제값과 2% 이내의 차이를 보이고 있어 본 논문에 제안된 역해석기법이 정확한 인식값을 주는 것으로 나타났다. 또한 표3에 제시된 인식값 모두 2번의 반복을 통해 얻은 값을 고려할 때 제안된 역해석기법의 수렴성 및 수렴속도도 뛰어난 것을 알 수 있었다.

4. 결론

본 논문에서는 터널 내에서 현장 계측된 상대변위 만을 이용하여 터널 주변 지반의 지반정수를 인식할 수 있는 역해석 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 정적변위와 매개변수와의 민감도 상관관계를 이용하여 유도되었다. 3차원 수치해석을 통해 제안된 역해석기법의 적용성을 검증한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 제안된 역해석 기법은 상대변위 만을 이용하므로 절대변위를 이용할 경우 필연적으로 생기는 오차를 피할 수 있다.
- (2) 3차원 터널구조물 수치예제에 제안된 역해석 기법을 적용한 결과 모사된 3가지 경우 모두 2번의 반복 만으로 수렴하였으며 참값과 2% 이내의 오차를 갖는 정확도가 높은 값을 얻을 수 있었다.

참고문헌

- 김문겸, 장정범 (1995a), “유한요소-경계요소 조합에 의한 터널 계측결과의 역해석”, 터널과 지하공간, 제5권, pp. 205-213.
- 김문겸, 장정범, 박태균 (1995b), “탄소성 지반내 터널굴착에 따른 역해석”, 대한토목학회 논문집, 제15권 2호, pp. 483-490.
- 이인모, 김동현, Lo, K.Y. (1996), “지하공간 설계와 시공의 지반공학적인 접근과 실무적용”, 한국지반공학회지, 제12권 2호, pp. 43-57.
- 이인모, 김동현, 이우진 (1997), “지하공간 설계시 탄소성 모델에 의한 지반계수 추정”, 한국지반공학회지, 제13권 4호, pp. 85-94.
- 이인모, 최민광, 조국환, 이근하, 최충식 (2005a), “확장 Bayesian 방법과 상대변위를 이용한 터널 역해석 기법”, 한국지반공학회논문집, 제21권 3호, pp. 99-108.
- 이인모, 최민광, 조국환, 이근하, 최충식 (2005b), “확장 Bayesian 방법과 상대변위를 이용한 터널 역해석 기법의 적용사례연구”, 한국지반공학회논문집, 제21권 3호, pp. 109-118.
- Stubbs, N., Osegueda, R. (1990), "Global non-destructive damage evaluation in solids", International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 2, No. 5, pp. 67-79.
- Nam, D., Choi, S., Park, S., Stubbs, N. (2005), "Improved parameter identification using additional spectral information", International Journal of Solids and Structures, Vol. 42, pp. 4971-4987.