

가선시스템의 진동특성 연구

A study on vibrational characteristics of the overhead-line

이응신¹⁾ 조용현²⁾ 박성용³⁾ 전병욱⁴⁾ 이장무⁵⁾
Lee, Eung-Shin Cho, Yong-Hyeon Park, Sung-Yong Jeon, Byung-Uk Lee, Jang Mu

ABSTRACT

Recently, higher speeds have been promoted in old overhead-lines. For high-speed operation in electric railways, increasing contact loss of the pantograph is one of the most important subjects. The contact loss causes power interruption and increases wear of contact strips and contact wires. In order to investigate the causes of contact loss and to work out effective improvement methods, theoretical analyses, experiments have been carried out. First of all, the wave propagating velocity (phase velocity) and characteristics of contact wire are one of the important indices for the current collecting performance. In this paper, mathematical formula are derived for the prediction of the traveling wave velocity. The measured values in the experiment agree well with the theoretical predictions.

1. 서론

현재 일반 상용선의 가선 설비는 저속용으로 건설되었으므로 속도향상을 위해서 몇 가지 개량해야 한다. 가선 설비의 개량은 일반 구간뿐만 아니라 곡선구간, 절연구간, 터널구간 등의 특수구간에서도 동시에 수행되어야 한다. 단순히 전동차의 속도만 올리면 팬터그래프가 지속적으로 트롤리선을 자극하므로 가선시스템의 반응으로 인한 진동 때문에 집전 성능이 떨어지고 점점에서 잦은 아크방전으로 인한 부식 때문에 집전장치의 수명도 짧아진다.

가선시스템은 전동차의 팬터그래프가 일정한 간격으로 같은 탄성계수를 가진 트롤리선을 자극하는 매개변수 진동(parametric vibration)으로 매우 복잡한 진동 특성을 가진다. 매개변수 진동에 따른 특성은 제어공학의 기법을 이용해서 알아내는 방법[4]과 일본의 ABOSHI[2]와 같이 실제 실험을 통해 이해하는 방법이 있다. 허신[3]은 전차선의 집전시스템에 대한 여러 계산을 수행한 바 있다.

본 논문은 전차선의 속도향상을 위한 여러 방안 중에서 트롤리선의 진동특성을 파악하여 파동

1) 책임저자: 서울대학교 박사 후 과정 연구원, 정회원
2) 한국철도기술연구원 책임연구원, 정회원
3) 서울대학교 박사과정, 학생회원
4) 서울대학교 석사과정, 학생회원
5) 서울대학교 교수, 정회원

이 전파되는 속도를 측정하는 실험에 관한 것이다. 파동의 전파속도를 정확하게 알아내는 일은 팬터그래프와 트롤리선과의 접촉력 변동을 계산하기 위해 절대적으로 필요하다. 지금까지는 기존의 발표논문이나 경험에 따른 수치를 이용하였으나 본 논문에서는 여러 구간에서 진행되는 파동의 전파속도를 실제로 구하기 위한 측정 방법과 장치, 결과를 알아내어 개선 방법을 찾고자 한다.

2. 본문

2.1 이론적인 배경

트롤리선은 일반적으로 단면이 원형인 구리를 이용하고 있으며 중앙보다 약간 위쪽에 2개의 홈(groove)을 파서 행거(hanger)나 드로퍼(drooper)가 꼭 잡아서 고정시키거나 진동에 영향을 주도록 되어있다(그림 1). 보통 간단하게 계산을 할 때는 1차원 현(string)으로 간주하나 정확한 계산을 할 때나 고주파 영역까지 파동의 전파속도를 알고자 할 때는 일정한 단면을 가진 단순보(beam)로 취급해야 한다.

팬터그래프가 지나가면서 트롤리선을 자극할 때 힘의 평형을 이용한 진동방정식은 식(1)과 같다.

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c_0 \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + ky = F(t) \delta(x - vt) \quad (1)$$

(ρ : 트롤리선의 밀도, A : 트롤리선의 단면적, c_0 : 외부 감쇠계수, E : 영률, I : 관성모멘트, T : 장력, k : 외부탄성계수, v : 차량진행속도)

트롤리선에서 파동의 전파속도를 계산하는데 필요한 식은 간단하게 (2)로 한다. 현의 파동 전파방정식에다가 굽힘 강성 항을 추가한 형태가 된다.

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

파동의 전파속도를 구하기 위해 트롤리선의 일정한 부분을 임팩트 해머로 친다. 이번 실험에서는 막대기로 힘껏 두들겼다(그림 2). 충격 가진을 하면 충격 상태가 양옆으로 무한히 전달되는데 이것은 경계가 뚜렷하게 구분이 되어 있는 구조물의 충격 가진과 상당히 달라 식(2)로부터 적당히 조작해서 계산을 해야 한다.

기존의 트롤리선에서는 집전장치의 이선을 막기 위해 팬터그래프의 동특성을 조절하거나 트롤리선의 장력을 팽팽하게 한다. 이번 실험은 상용선이 아니라 의왕에 있는 실습용 가선 장치에서 했기 때문에 트롤리선의 장력이 별로 크지 않아 단순보로 취급하여 계산하였다($T \approx 0$). 충격 가진을 하고 파동이 전파되는 상태를 관찰하였기 때문에 내부 저항에 의한 감쇠는 고려하지 않았다.



그림 1. 가선 시스템의 드로퍼



그림 2. 충격가진

경계조건 대신에 초기조건이 식(3)과 같이 주어졌다고 하자.

$$y(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial y(x, 0)}{\partial t} = g(x) \quad (3)$$

라플라스 변환과 푸리에 변환을 차례로 시행하고 대수방정식을 풀 다음 역변환을 차례로 하면 다음과 같은 해를 구할 수 있다.

$$y(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi at}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x - \zeta) \sin\left(\frac{\zeta^2}{4at} + \frac{\pi}{4}\right) d\zeta + \int_{-\infty}^{\infty} g(x - \zeta) \left[\sqrt{\frac{t}{\pi a}} \sin\left(\frac{\zeta^2}{4at}\right) + \frac{\zeta}{2a} \left\{ \text{FresnelS}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{2\pi at}}\right) - \text{FresnelC}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{2\pi at}}\right) \right\} \right] d\zeta \quad (4)$$

$$(\text{FresnelS}(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^v \frac{\sin u}{u^{1/2}} du, \text{FresnelC}(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^v \frac{\cos u}{u^{1/2}} du)$$

2.2 실험방법

실제 파동의 전파속도를 고려해서 행어나 드로퍼가 없는 부분의 가선 위에 측정지점을 네 곳 선택하고 한쪽에서 막대기로 빠르게 가격하였다. 각 측정지점에 가속도 센서를 설치하여 시간 흐름에 따른 가속도 변화를 신호로 바꾸어 기록하였다(그림 3).

NEC사의 피에조 가속도 센서를 사용하였고 신호는 NEC DAQ (12채널용)로 받아 스펙트럼 분석기로 보면서 기록하였다(그림 4). 막대기로 힘껏 두들겨 충격 가진을 하였는데, 첫 번째, 30초 간격으로 충격을 가하고 200초 동안 기록하였다. 두 번째는 진동이 충분히 사라지는 시간을 고려하여 100초 간격으로 충격을 주고 200초 동안 기록하였다. 충격 가진 후 진동은 네 곳에서 신호를 받아 기록하였다. 첫 번째 센서에서 0.5 m 떨어진 곳을 가진하였고 센서간의 간격은 0.5 m, 2 m, 0.5 m로 하였다.



그림 3. 실험 장비와 설치

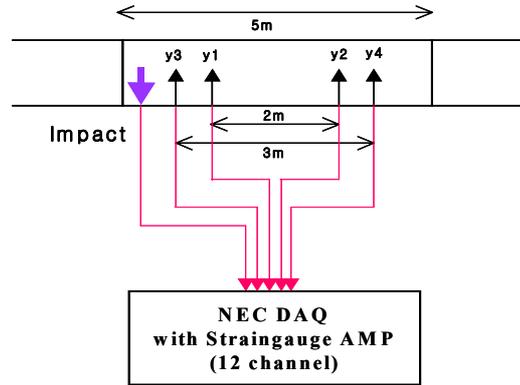


그림 4. 데이터 수집 모식도

2.3 실험결과 해석과 이론적인 모델과 비교

가선위에 적당한 거리를 두고 두 점을 선택하여 측정지점으로 하고 조금 떨어진 지점을 임팩트 해머나 막대기로 강하게 때려 충격을 준다. 순간적으로 충격을 주기 때문에 정확한 함수형태를 알 수 없으나 짧은 시간에 변형을 주고 원상태로 되돌아오는 상태를 묘사할 수 있는 델타함수를 선택한다. 초기변위를 델타함수라고 하면,

$$\begin{aligned} y(x, 0) &= f(x) = \delta(x), \\ \dot{y}(x, 0) &= g(x) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

초기조건(5)을 식(4)에 대입하면 충격 가진을 할 때 파동의 전파방정식 해를 구할 수 있다.

$$y(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi at}} \sin\left(\frac{x^2}{4at} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (6)$$

충격 가진을 한 곳을 $x_0 = 0$, 첫 번째 측정 지점 $x_1 = 1.0$, 두 번째 지점 $x_2 = 3.0$ 을 식(6)에다 대

입하고 계산을 하면 그림 5와 같다. 충격 가진은 물리적으로 묘사하기 곤란한 현상이므로 수학적 표현으로 하면 Chirp 함수로 나타난다. 가진 후 진동은 거의 동시에 두 지점에서 시작하나 멀리 떨어진 곳($x_2 = 3.0$)의 진동이 보다 오랫동안 지속됨을 알 수 있다. 실제로 실험결과를 분석하면 주파수대역이 멀리 떨어진 곳일수록 저주파대역으로 이동한다.

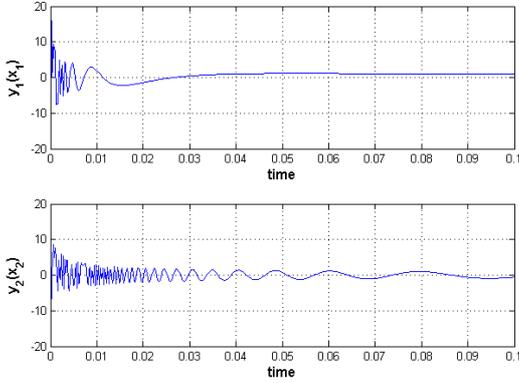


그림 5. 충격 가진에 따른 진동: 이론값

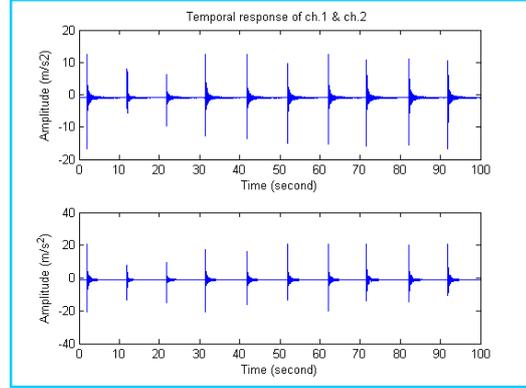


그림 6. 충격 가진에 따른 진동: 실험값

측정한 결과는 그림 6과 같고 이론적으로 계산한 그림 5와 비슷하나 명확하지 않다. 따라서 파동의 전파속도를 구하는 방법을 고안해서 이론적으로 계산한 결과와 실제 실험을 통해 구한 값을 비교해야 한다.

트롤리션을 단순보로 가정하였기 때문에 진행파는 현으로 취급했을 때와 달리 주파수에 따라 전파속도(위상속도: phase velocity)가 다르다. 현으로 가정할 때 전파 속도는 가진을 하는 주파수에 관계없이 일정하고 트롤리션에 걸리는 장력과 물성을 알면 계산을 할 수 있다. 단순보에서 파동의 전파속도는 가진하는 주파수에 따라 다르므로 전형적인 분산파 (dispersive wave)다. 상용 트롤리션은 단순보로 가정하여도 장력이 동시에 작용하므로 전파속도는 분산파의 성질을 가지고 있으면서 장력의 영향을 받는다.

$$c_0 = \sqrt{\frac{T}{\rho A}} \quad (\text{string}), \quad c_1 = \sqrt{2\pi \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} f} \quad (\text{beam}) \quad (7)$$

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{T}{\rho A} + \sqrt{\left(\frac{T}{\rho A}\right)^2 + 4 \frac{EI}{\rho A} (2\pi)^2 f^2}} \quad (\text{compound}) \quad (8)$$

이론적으로 구한 전파속도를 확인하기 위해 측정값을 적당히 처리하는 기술이 필요하다. 진행파의 전파 속도는 ABOSHI[2]의 방법을 이용한다. 적당히 떨어진 두 지점간의 간격을 L 이라고 하면 두 점에는 수많은 진동수를 가진 분산파가 지나간다. 여러 진동수의 파동 중 마루와 마루간의 간격이 L 이거나 마루와 골의 간격이 L 인 파동을 ‘걸러낸다’.

마루와 골이 두 점을 지날 때는 반파장의 정수배가 되고, 마루와 마루가 지날 때는 한파장의 정수배가 된다. 따라서 반파장의 정수배인 경우는 두 점에서 나오는 측정 신호를 더하면 0이 되고, 한파장의 정수배일 때는 두 신호를 빼주면 0이 된다.

$$y_1 + y_2 = 0 \quad (\text{반파장의 정수배}) \quad (9)$$

$$y_1 - y_2 = 0 \quad (\text{한파장의 정수배}) \quad (10)$$

진행파의 전파 속도는 $c = f\lambda$ 의 관계로부터 조화파의 반파장과 한파장의 정수배를 각각 구한다.

$$\omega_n L / c = (2n - 1)\pi, \quad (y_1 + y_2 = 0) \quad (11)$$

$$\omega_n L/c = 2n\pi, (y_1 - y_2 = 0) \quad (12)$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

각진동수를 주파수로 고쳐 전파 속도를 구하면,

$$c_n = 2Lf_n/(2n - 1), (y_1 + y_2 = 0) \quad (13)$$

$$c_n = 2Lf_n/(2n), (y_1 - y_2 = 0) \quad (14)$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

그림 5에서 이론적으로 계산한 신호의 두 지점 간 합과 차를 구한 다음, 주파수에 따른 스펙트럼을 구하면 Fig.9와 같다. 계산을 하기 위한 각 상수값은 아래와 같다.

표 1. 계산을 위한 상수값

기호	값	단위	이름
A	1.099×10^{-4}	m^2	면적
T	1000×9.8	N	장력
E	120.7×10^9	Pa	영률
I	0.9614	m^4	관성모멘트
ρ	8954	kg/m^3	밀도

스펙트럼(그림 7)에서 최저값을 가지는 각 주파수는 반파장이나 한파장의 정수배가 되는 곳이므로 해당 주파수를 찾아내서 식(13)과 (14)을 이용해서 각 정수배에 해당하는 전파 속도를 계산할 수 있다. 이렇게 스펙트럼으로 구한 전파 속도(그림 8의 점)와 식(7)을 이용한 속도(그림 8의 선)가 정확하게 일치하므로 두 지점에서 반파장과 한파장의 정수배를 걸러내어 구한 방법이 옳았음을 알 수 있다.

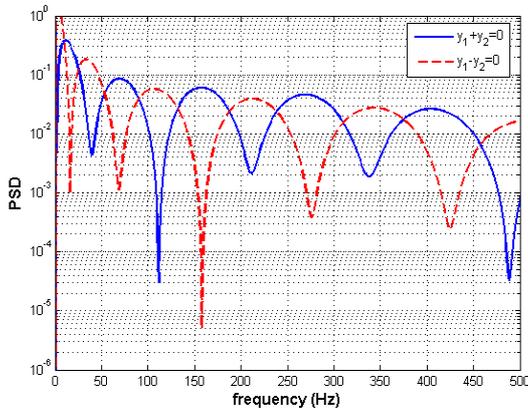


그림 7. 파워 스펙트럼

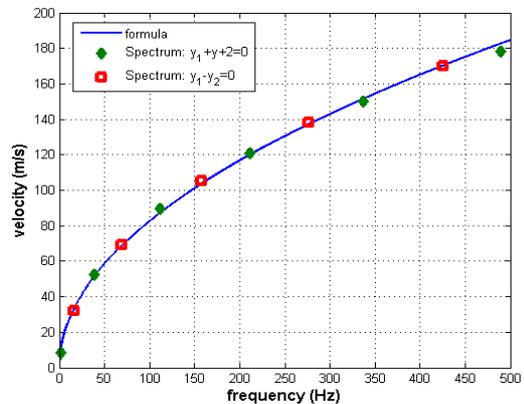


그림 8. 이론적인 파동의 전파속도

실제로 실험에서 구한 신호를 처리한 다음 식 (8)에다 표에 있는 상수값을 대입하고 비교한 결과는 그림 9와 같다. 고주파에서는 이론값과 일치할 하나 대략 60 Hz 이하인 저주파에서 실험에서 구한 값과 식(8)로 계산한 값이 약간 차이가 난다.

속도 관계식 (7), (8)을 실제 트롤리선의 특성값 중 장력을 바꾸어 구해보면 그림 10의 c_2 와 같으므로 실험에서 구한 값과 거의 차이가 없다. 오차의 원인은 실습용 가선의 장력이 약해서 상용 트롤리선의 장력인 10 kN 보다 적은 6~8 kN을 대입한 결과로 예상할 수 있다.

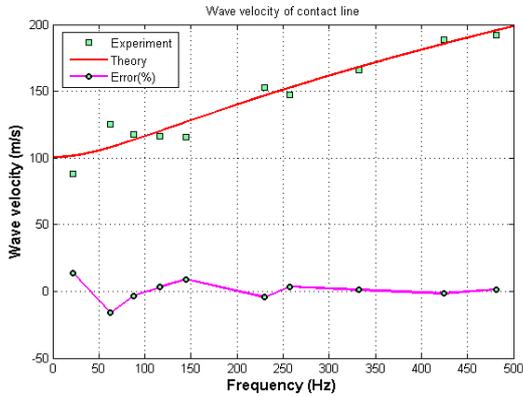


그림 9. 파동의 전파속도: 실험값

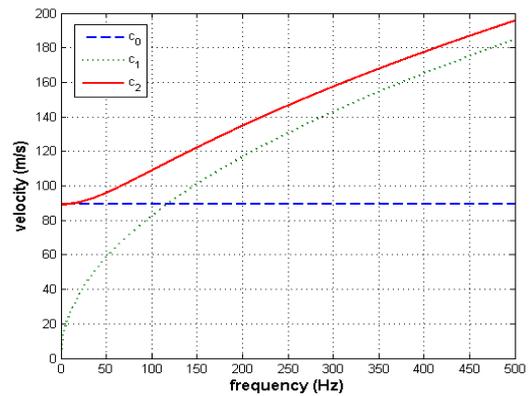


그림 10. 파동의 전파속도: 이론값(수정)

3. 결론

상용 트롤리선에서 전차의 속도 향상을 위해서 팬터그래프가 발생시키는 진행파의 전파 속도를 정확하게 측정하는 방법을 알아보고 이론적인 모델을 만들어 실험값과 비교하였다. 이론 모델은 장력이 작용할 때는 처리가 복잡하여 단순보로 취급하였다. 단순보로 취급하여 이론적으로 계산한 값과 측정하는 방법이 옳은가도 알아보았다. 진동수가 높은 고주파에서는 트롤리선을 단순보로 취급하여 진행파의 속도를 계산할 수 있고, 대략 60 Hz 이하의 저주파에서는 트롤리선을 현으로 가정하고 전파 속도를 계산해도 무난하다(전차의 속도가 대략 시속 300 km/h 이하일 때는 트롤리선을 현으로 가정해도 된다). 주파수대역을 로그값으로 처리하면 저주파대역에서는 현에서 전파속도인 c_0 과 단순보의 영향을 고려한 c_2 가 거의 차이가 없음을 볼 수 있다(그림 11).

앞으로 직선구간이 아니라 곡선구간, 터널구간, 절연체가 있는 구간 등에서 실험값을 더 분석하여 팬터그래프가 트롤리선과 접촉을 하는 접촉력을 정밀하게 계산할 예정이다. 팬터그래프와 트롤리선간의 접촉력은 전체 가선시스템을 다루면서 매개변수에 의한 진동으로 처리해야 하므로 좀 더 깊은 이론적인 이해를 바탕으로 한 모델 설정과 정확하게 측정한 실험값을 비교하는 작업을 해야 한다.

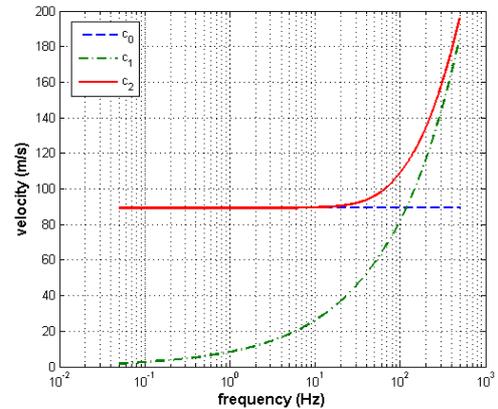


그림 11. 전파속도와 주파수의 로그값

참고문헌

1. L. MEIROVICH, "Analytical methods in vibrations", Macmillan Publishing Co.,Inc., NY /London, 1967.
2. M. ABOSHI, et al., "Measuring Method of Wave Propagation in Contact Wire", 철도총연 보고, 일본철도종합연구소, 1998.
3. 허신 외, "A Study on the Dynamic Simulation of High Speed Current Collection System", 한국철도학회논문집*Journal of the Korean Society for Railway 2002.03 v.5, n.1, pp.10-17 1229-1102
4. N.S. NISE, "제어시스템공학", 홍릉과학출판사, 서울, 2000.