

소비자의 판매자 선택을 위한 게임 모델

노상규 ^a, 안정남 ^b

^a 서울대학교 경영대학 경영학과
서울특별시 관악구 신림9동 산 56-1번지, 151-742
Tel: +82-2-880-6522, Fax: +82-2-872-0512, E-mail: srho@snu.ac.kr

^b 서울대학교 경영대학 경영학과
서울특별시 관악구 신림9동 산 56-1번지, 151-742
Tel: +82-2-880-8794, Fax: +82-2-872-0512, E-mail: jnan1@snu.ac.kr

Abstract

The purpose of this paper is to provide a decision support method to a rational buyer, who wants to pay the least price for the product with the highest quality and service. We suggest a minimum efficiency game model and DEA game model to evaluate many vendors whose qualities of outputs are measured by percentage. Our results gave a decision maker (buyer) the upper bound and lower bound of the true efficiency score of a decision making unit (vendor) with respect to the benchmark (target) set by the buyer. As a result, a buyer can choose the best vendor in terms of his/her preference.

Keywords:

Efficiency evaluation; Data Envelopment Analysis; Game model; Benchmarking

서론

오늘날 많은 소비자들은 노트북을 인터넷 쇼핑몰에서 구매하고 있다. 노트북은 표준화된 제품으로 인터넷으로 구매할 경우 대리점이나 대형 할인점보다 더 저렴하기 때문이다. 가격에 민감한 소비자들은 동일한 브랜드의 동일한 사양의 노트북을 보다 저렴하게 구매하기 위해서 ‘다나와(www.danawa.co.kr)’나 ‘에누리닷컴(www.enuri.com)’ 등의 사이트를 통해서 가격을 비교하기도 한다. 그러나 이러한 소비자들 중에 다수는 최저의 가격을 제시하는 판매자가 아닌 대형 온라인 쇼핑몰 등을 통해서 결국 구매를 하게 된다. 그 이유는 노트북 구매 시 가격뿐만 아니라 불량 화소와 같은 제품의 품질에 대한 보증이나 배송과 관련된 서비스의 품질에 대한 보증도 중요하기 때문이다. 따라서 합리적인 소비자라면 최저의

가격으로 최고의 품질을 최고의 서비스로 제공하는 판매자에게 구매할 것이다. 즉 소비자는 가격대비 제품과 서비스의 품질 면에서 가장 효율적인 제품을 제시하고 있는 판매자를 선택하기를 원하는 것이다.

그러나 소비자는 다수의 판매자를 대상으로 가격, 제품의 품질, 서비스의 품질에 대해서 종합적으로 비교하기가 쉽지가 않다. 판매자가 제품의 품질이나 서비스의 품질 면에서만 즉 하나의 품질로만 비교될 수 있다면 가격 대비 품질은 쉽게 측정할 수 있다. 그러나 제품의 품질과 서비스의 품질의 면에서 종합적으로 비교해야 할 경우 서비스의 품질은 가중합으로 측정되어야 하기 때문이다.

이런 경우 소비자는 다수의 투입물이나 다수의 산출물의 가중치에 대한 사전 정보가 필요 없는 상황에서 자료포락분석(data envelopment analysis: DEA)을 이용할 수 있다. DEA는 다수의 투입물을 이용해서 다수의 산출물을 생산하는 비슷한 의사결정단위들(decision making units: DMUs)을 가장 바람직한 상황(in the context of the best practice)에서의 상대적인 효율성을 측정하는 방법이다. 그러나 DEA 모델은 가격대비 다수의 품질 면에서 비슷한 판매자들을 비교 평가할 수 있지만 최저의 가격으로 최고의 품질을 원하는 합리적인 소비자의 구매의사 결정 기준을 반영하지는 못한다.

Talluri(2002)는 합리적인 소비자의 구매의사 결정 기준을 반영하기 위해서 소비자 및 판매자간의 게임모형을 제시하였다. 그러나 Talluri(2002)는 가장 바람직하지 못한 상황(in the context of the worst practice)에서 판매자의 상대적인 효율성을 구했다. 그 결과 판매자가 최대의 최소 효율성을 얻었다고 해서 반드시 가격대비 품질 면에서 가장 바람직한 것은 아니게 된다. Zhu (2004)는 이러한 문제점을 해결하기 위해서 가장 바람직한 상황에서 최대

효율성을 측정하는 DEA 게임모형을 제시하였다. 그 결과 Zhu(2004)는 실제 효율성 점수는 Talluri(2002)의 효율성 점수와 Zhu(2004)의 효율성점수 사이에 위치하게 될 것이라고 했다.

Zhu(2004)는 Talluri(2002)의 모델에서 최대의 최소효율성 점수를 가진 DMU가 반드시 가장 효율적인 DMU는 아니라는 문제점을 지적하고 가장 바람직한 상황에서 효율성을 평가할 수 있는 DEA 게임모형을 제시하였다. 또한 Zhu (2004)는 Talluri(2002) 모델에서 벤치마크인 이상적인 하나의 타겟은 모든 판매자가 달성할 수 없는 비현실적인 것이라고 지적하고 타겟 그룹으로 수정하였다. 그러나 Zhu(2004)는 Talluri(2002)와 마찬가지로 RTS(return-to-scale)¹를 고려하지 못해서 산출물의 변수가 백분율로 측정되었는데도 최적의 산출물 수준이 100%를 초과해야 한다는 비현실적인 결과를 초래하게 된다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해서 Zhu(2004)의 DEA 게임모형을 수정해서 RTS를 고려한 새로운 DEA 게임모형을 제시하고자 한다. 본 연구의 결과는 다수의 판매자가 비슷한 품질의 제품들을 상이한 가격으로 공급하고 있는 B2C, B2B, C2C 등의 다양한 시장에서의 소비자들의 구매의사결정을 지원해 줄 수 있을 것으로 기대한다.

다음 장에서는 소비자와 판매자간의 DEA 모델과 Talluri(2002)의 게임모형을 살펴보고자 한다. 그리고 나서 Zhu(2004)의 DEA 게임모형의 문제점을 살펴보고 새로운 DEA 게임모형을 제시하고자 한다. 그 다음 장에서 이러한 모델들을 Talluri(2002)와 Zhu(2004)에서 사용된 데이터로 비교 분석한다.

소비자와 판매자간의 최소 효율성 게임모형

단일의 투입물과 단일의 산출물이 있을 때 효율성은 투입물과 산출물의 비율로 측정될 수 있다. 그러나 다수의 투입물과 다수의 산출물이 있을 때 효율성 비율(efficiency ratio)은 투입물의 가중합과 산출물의 가중합의 비율로 식 (1) 과 같이 측정된다.

$$\frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{rp}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{sp}} \quad (1)$$

식 (1)에서 DMU p는 v개의 산출물을 u개의

투입물을 이용해서 생산해낸다. y_{rp} 과 x_{sp} 는 DMU p가 생산하고 소비하는 r번째 산출물의 양과 s번째 투입물의 양이다. 그리고 a_r 과 b_s 는 r번째 산출물과 s번째 투입물의 가중치를 나타낸다. 이러한 산출물과 투입물의 가중치는 다수의 산출물과 다수의 투입간의 교환관계(tradeoffs)를 나타내는 것으로 효율성 평가를 할 때 암묵적(implicit)으로 결정되는 값이다. 따라서 소비자는 가중치를 사전에 정할 필요 없이 효율성을 측정할 수 있는 DEA 모델을 이용해서 DMU들의 상대적인 효율성을 측정할 수 있다. 특정 판매자 DMU p의 다른 DMU들에 대한 상대적인 효율성 점수는 Charnes 등(1978)이 제안한 분수 DEA 모델 (fractional DEA model) (2)에 의해서 가장 바람직한 상황에서 구할 수 있다.

$$h^{CRS*} = \max \frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{rp}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{sp}} \\ \text{s.t. } \frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{ri}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{si}} \leq 1 \quad \forall i \quad (2) \\ a_r, b_s \geq 0 \quad \forall r, s$$

모델 (2)에서 제약식 $(\sum_{r=1}^v a_r y_{ri} / \sum_{s=1}^u b_s x_{si}) \leq 1$ 은 모든 DMU들의 최대효율성 점수가 1을 초과하지 못한다는 것을 나타낸다. 그 결과 효율성 점수가 1인 DMU는 효율적으로 효율성 프론티어(efficiency frontier) 위에 위치하고, 1 미만인 DMU는 비효율적으로 효율성 프론티어에 의해 지배되는 영역(dominated area)에 위치하게 된다.

합리적인 소비자는 최저의 가격으로 최고의 품질을 구매하고자 하는 구매의사결정 기준(선호도)을 바탕으로 다수의 판매자들을 비교 평가하게 된다. 그러나 모델 (2)에서는 판매자의 효율성은 합리적인 소비자의 선호도와는 상관없이 비교대상이 되는 판매자들의 집단(DMU)에 의해서만 결정된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 합리적인 소비자의 선호도나 구매의사결정 기준이 판매자의 효율성 점수에 영향을 줄 수 있는 게임모형이 필요하다.

Talluri(2002)는 소비자가 자신의 선호도를 바탕으로 벤치마크를 설정해서 판매자들의 상대적인 효율성을 측정하는 소비자와 판매자간의 게임모형 (3)을 제시하였다. 모델 (3)에서 소비자는 최소의 가격과 최대의 품질을 이상적인 타겟인 벤치마크로 설정해서 판매자들의 상대적인 효율성을 측정한다. 그 결과 모델 (3)은 판매자의 상대적인 효율성이 다른 DMU 뿐만 아니라 소비자의 결정에 영향을 받게 되므로 소비자와 판매자간의 최소 효율성 게임모형(the minimum efficiency game model)이 되는 것이다.

¹ RTS의 결과를 크게 세 가지로 나누면 CRS(constant return to scale), IRS(increasing return to scale), DRS(decreasing return to scale)가 된다. 여기서 CRS란 투입물의 수준을 증가시킬 때, 투입물의 증가율과 산출물의 증가율이 동일한 경우, IRS는 투입물의 증가율보다 산출물의 증가율이 높을 경우, DRS는 투입물의 증가율보다 산출물의 증가율이 낮을 경우를 나타낸다.

$$\begin{aligned}
h_p^{CRS*} &= \min \frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{rp}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{sp}} \\
\text{s.t. } &\frac{\sum_{r=1}^v a_r y_r^{ideal}}{\sum_{s=1}^u b_s x_s^{ideal}} = 1 \\
&\frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{ri}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{si}} \leq 1 \quad \forall i \\
&a_r, b_s \geq 0 \quad \forall r, s
\end{aligned} \quad (3)$$

모델 (3)에서 첫번째 제약식은 소비자가 모든 DMU중에서 최대 산출물 양 y_r^{ideal} 과 모든 DMU중에 최소의 투입물 양 x_s^{ideal} 을 벤치마크인 이상적인 타겟 (효율성 점수가 1)으로 정했다는 것을 나타낸다. 그러면 두 번째 제약식에서 DMU p를 포함한 모든 DMU들은 이상적 타겟보다 비효율적이거나 동일하게 된다. 따라서 모델 (3)은 평가대상이 되는 DMU p를 소비자가 사전에 설정한 벤치마크를 기준으로 모든 DMU들에 대해서 비교평가를 하는 것이다. 그 결과 DMU p의 효율성 점수가 1이 되면 효율성 측면에서 벤치마크와 동일하고, 1미만이 되면 벤치마크보다 비효율적이 된다.

모델 (3)에서 소비자는 최소의 투입물과 최대의 산출물을 이상적인 타겟으로 정했으므로 이러한 이상적인 타겟은 다른 DMU들을 지배(dominate)한다. 따라서 모델 (3)은 두 번째 제약식이 생략될 수 있으므로 모델 (4)처럼 축약된 최소 효율성 게임모델 (Simplified minimum efficiency game model)이 된다.

$$\begin{aligned}
h_p^{CRS*} &= \min \frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{rp}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{sp}} \\
\text{s.t. } &\frac{\sum_{r=1}^v a_r y_r^{ideal}}{\sum_{s=1}^u b_s x_s^{ideal}} = 1 \\
&a_r, b_s \geq 0 \quad \forall r, s
\end{aligned} \quad (4)$$

모델 (4)에서 목적식을 최소화에서 최대화로 바꾸면 모델 (4)는 CCR 비율(ratio) 모델이 된다. 그 결과 Talluri (2002)의 모델은 DEA 모델로 변형되어서 가장 바람직한 상황에서 DMU들의 상대적인 효율성을 평가할 수 있게 된다. 이러한 관점에서 Zhu (2004)는 Talluri (2002)의 모델을 DEA 모델과 연결시켜서 새로운 DEA 게임모델을 제시하였다.

소비자와 판매자간의 DEA 게임모델

Zhu(2004)는 Talluri(2002)의 최소 효율성

게임모델에서 벤치마크를 하나의 이상적 타겟에서 하나 이상의 타겟 그룹으로 수정하였다. 벤치마크가 되는 타겟은 소비자의 가중치 시스템에 대한 선호도(preferences)를 반영하는 것으로서 다수의 투입물과 산출물의 변수가 있을 때는 다수의 타겟이 소비자의 선호도를 제대로 나타낼 수 있기 때문이다.

그리고 Talluri (2002)의 모델의 두번째 제약식인 $(\sum_{r=1}^v a_r y_{ri} / \sum_{s=1}^u b_s x_{si}) \leq 1$ 을 DMU p를 포함한 모든 DMU에 관한 것에서 DMU p를 제외한 것으로 바꾸었다. 그 결과 DMU p가 신규 DMU일 때 Talluri (2002)의 벤치마크인 이상적 타겟은 DMU p를 고려해서 수정될 수 있지만 Zhu(2004)에서는 DMU p와 무관하게 고정적으로 사용된다. 그 결과 Talluri (2002)의 게임모델을 이상적 벤치마크모델(ideal benchmark model)에 해당하고 Zhu (2004)의 게임모델은 고정 벤치마크 모델(fixed benchmark model)에 해당한다.

Talluri (2002)의 최소효율성 게임모델에서 소비자는 이상적인 타겟을 기준으로 가장 큰 최소 효율성 (the largest minimum efficiency)을 가진 판매자를 식별해서 선택한다. 그러나 Zhu (2004)는 Talluri (2002)의 가장 큰 최소 효율성을 가진 판매자는 가장 바람직하지 못한 상황에서 평가된 것이므로 반드시 가장 효율적인 판매자라고 볼 수는 없다고 지적했다. Zhu(2004)는 Talluri (2002)의 목적함수를 최소화에서 최대화로 수정해서 가장 바람직한 상황에서 효율성을 측정할 수 있는 게임모델을 제시하였다.

그 결과 Zhu (2004)의 모델은 DEA모델 (2)와 Talluri(2002)의 최소 효율성 게임모델 (3)을 결합한 DEA 게임모델 (5)가 된다. 모델 (5)는 RTS를 고려하지 않았으므로 CRS 분수 DEA 게임모델 (CRS fractional DEA game model)이라고 이름을 붙일 수가 있다.

$$\begin{aligned}
\bar{h}_p^{CRS*} &= \max \frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{rp}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{sp}} \\
\text{s.t. } &\frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{rk}^{target}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{sk}^{target}} = 1 \quad k = 1, \dots, G \\
&\frac{\sum_{r=1}^v a_r y_{ri}}{\sum_{s=1}^u b_s x_{si}} \leq 1 \quad \forall i \neq p \\
&a_r, b_s \geq 0 \quad \forall r, s
\end{aligned} \quad (5)$$

모델 (5)에서 첫번째 제약식은 소비자가 벤치마크로 설정한 타겟 그룹의 효율성을 1로 둔 것을 나타낸다. 그리고 두 번째 제약식은 평가대상이 되는 DMU p를 제외하고 모든 DMU가 벤치마크인 타겟그룹보다 비효율적이거나 동일하다는 것을 나타낸다. 따라서 모델 (5)는

평가대상이 되는 DMU p를 소비자가 사전에 설정한 벤치마크에 대해서 각각 비교평가를 하는 것이다. 그 결과 DMU p의 효율성 점수가 1 보다 크면 DMU p는 벤치마크보다 더 효율적이고 1이 되면 벤치마크와 동일하게 효율적이다. 그리고 1보다 작으면 벤치마크보다 비효율적이다.

Charnes 등 (1978)이 분수 DEA 모델(fractional DEA model)를 선형모델(linear program) 즉 승수 DEA 모델(multiplier DEA model)로 변형한 방법을 바탕으로 CRS 분수 게임모델 (5)는 CRS 승수 DEA 게임모델(CRS multiplier DEA game model) (6)으로 변형시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{h}_p^{CRS*} &= \max \sum_{r=1}^v a_r y_{rp} \\ \text{s.t. } \sum_{r=1}^v a_r y_{rk}^{target} &= \sum_{s=1}^u b_s x_{sk}^{target} \quad k=1, \dots, G \\ \sum_{r=1}^v a_r y_{ri} &\leq \sum_{s=1}^u b_s x_{si} \quad \forall i \neq p \quad (6) \\ \sum_{s=1}^u b_s x_{sp} &= 1 \\ a_r, b_s &\geq 0 \quad \forall r, s \end{aligned}$$

Zhu (2004)는 Talluri(2002)의 최소 효율성 게임 모델을 DEA 게임모델로 변형시켜서 가장 바람직 못한 상황과 가장 바람직한 상황에서 효율성을 측정해서 실제 효율성의 범위를 제시해주었다. 그러나 Talluri(2002)와 마찬가지로 RTS를 고려하지 않고 CRS 모델을 사용했다. 그 결과 산출물 변수의 측정이 백분율(%)로 되어있을 경우, 산출물의 효율적 타겟 (efficient target)이 100%를 초과할 수도 있다. 이러한 문제는 프론티어 형태를 CRS에서 VRS로 변형하면 해결할 수 있다[Zhu (2003)]. 따라서 본 연구는 모델 (6)의 CRS 승수 DEA 게임 모델에서 RTS를 고려한 VRS 승수 DEA 게임 모델 (VRS multiplier DEA game model) (7)을 소비자와 판매자간의 새로운 DEA 게임 모델로 제안한다.

$$\begin{aligned} \bar{h}_p^{VRS*} &= \max \sum_{r=1}^v a_r y_{rp} + \mu \\ \text{subject to} \\ \sum_{r=1}^v a_r y_{rk}^{target} - \sum_{s=1}^u b_s x_{sk}^{target} + \mu &= 0 \quad k=1, \dots, G \\ \sum_{r=1}^v a_r y_{ri} - \sum_{s=1}^u b_s x_{si} + \mu &\leq 0 \quad (7) \\ \sum_{s=1}^u b_s x_{sp} &= 1 \\ a_r, b_s &\geq 0 \quad \forall r, s, \text{ where } \mu \text{ free} \end{aligned}$$

μ^* 를 모델 (7)을 풀어서 구한 자유변수(free variable) μ 의 최적 값이라고 하면 정리 1과 같이 DMU의 RTS를 식별할 수 있다. 정리 1은 투입물 중심(input-oriented)의 VRS 승수 DEA 모델에서 VRS RTS 방법과 동일하다. 마찬가지로 VRS 최소효율성 게임모델도 RTS를 분류할 수 있다.

정리 1: VRS DEA 게임모델의 RTS 분류

- 1) $\mu^* = 0$ 와 필요충분조건은 CRS이다.
- 2) $\mu^* > 0$ 와 필요충분조건은 IRS이다.
- 3) $\mu^* < 0$ 와 필요충분조건은 DRS이다.

이상에서 살펴본 Talluri(2002)의 최소 효율성 게임모델(*)과 Zhu(2004)의 DEA 게임모델(**), 그리고 본 연구에서 제안하는 새로운 DEA 게임모델(***)을 바탕으로 실제 효율성 점수의 범위를 구하는 방법은 표 1과 같이 네 가지 경우로 나눌 수 있다.

표1- 실제 효율성 점수의 범위를 구하는 방법

	CRS			VRS		
	이상적 타겟	경우 1	하계	(*)을 최대로 한 (***)	경우 3	상계
고정 타겟	경우 2	상계	(**)을최소화 로 한 (****)	경우 4	상계	(**)에서 VRS를 고려

표 1은 효율성의 프론티어를 RTS를 고려했는지의 유무에 따라서 CRS와 VRS로 구분할 수 있다. 그리고 신규 판매자가 들어왔을 때, 신규 판매자의 투입물과 산출물을 고려해서 새로운 이상적인 타겟을 정할 경우와 이전에 설정한 타겟을 고정적으로 이용하는가에 따라서 이상적인 벤치마크 모델과 고정 벤치마크 모델로 구분할 수 있는 것이다. 이상적 벤치마크의 모델에서 사용자가 설정하는 벤치마크의 수는 이상적 타겟으로 하나이지만 고정벤치마크에서는 벤치마크의 수는 타겟 그룹으로 하나 이상으로 설정될 수 있다.

최소 효율성 게임모델은 목적함수가 최소화로 가장 바람직하지 못한 시나리오를 가정한 것이고, DEA 게임모델은 목적함수가 최대화로 가장 바람직한 시나리오를 가정한 것이다. 따라서 두 시나리오의 결과인 가장 바람직하지 못한 상황에서 추정된 효율성 점수는 실제 효율성 점수의 하계(the lower efficiency bound)를 나타내고, 가장 바람직한 상황에서 추정된 효율성 점수는 실제 효율성 점수의 상계(the upper efficiency bound)를 나타낸다.

실증연구

본 연구에서는 Talluri(2002)와 Zhu(2004)가 사용한 데이터를 이용하였다. Talluri(2002)와 Zhu(2004)는 Weber와 Dasai(1996), Weber 등 (1998)에서 사용한 데이터에서 가격을 투입물 변수로 제품의 품질과 운송의 척도를 산출물 변수로 이용하였다. 그러나

투입물의 변수는 작을수록 산출물의 변수는 클수록 바람직하므로 Weber와 Dasai(1996), Weber 등 (1998)가 사용한 데이터에서 산출물 변수를 단위변환(scale transformation)하였다. 그 결과 품질의 척도인 제품의 기각비율(% rejected units)을 제품의 채택비율(% accepted units)로 변형하고, 운송의 척도인 지연배달비율(% late deliveries)을 정시배달비율(% on-time deliveries)로 변형하였다.

표 2는 Talluri(2002)와 Zhu(2004)가 변형시킨 판매자의 데이터를 나타낸다. 표 2의 마지막 행은 벤치마크인 타겟을 나타낸다. 본 연구는 새로운 모델 (7)을 Talluri(2002)의 모델과 Zhu(2004)과 비교해보기 위해서 Talluri (2002)의 이상적인 타겟인 모든 판매자들 중에서 최소의 단위당 가격인 0.1881, 최대 채택비율인 100, 최대의 정시배달비율인 100을 모델 (2)-(7)의 동일한 타겟으로 설정하였다.

표2 - 판매자의 데이터

DMU	단위당 가격	채택비율	정시배달비율
판매자 1	0.1958	98.8	95
판매자 2	0.1881	99.2	93
판매자 3	0.2204	100	100
판매자 4	0.2081	97.9	100
판매자 5	0.2118	97.7	97
판매자 6	0.2096	98.8	96

타겟	0.1881	100	100
----	--------	-----	-----

표 3은 DEA 모델에서 효율성 프론티어에 따른 효율성 점수와 효율적 타겟(efficient target)을 비교한 것이다. 여기서 효율성 점수 옆의 괄호는 각 판매자의 효율성 점수에 따른 순위를 나타낸다. CRS모델에서는 판매자 2만 효율적이지만 VRS모델에서는 판매자 2,3,4가 동일하게 효율적이므로 RTS의 고려 유무에 따라서 효율성 점수에 따른 판매자의 순위는 달라진다는 것을 알 수 있다. 그런데 CRS 모델에서 판매자 1, 3, 4, 5, 6의 채택비율의 효율적 타겟은 100%를 초과하는 달성될 수 없는 비현실적인 값이다. 이러한 결과는 산출물의 변수가 백분율로 측정된 경우, 현실적인 효율적 타겟을 얻기 위해서는 프론티어 타입을 VRS로 해야 한다는 것을 나타낸다.

표 4는 효율성 프론티어에 따른 각 모델의 효율성 점수 비교를 나타낸 것이다. 여기서 h_p^{CRS*} , \bar{h}_p^{CRS*} 과 h_p^{VRS*} , \bar{h}_p^{VRS*} 은 각각 CRS와 VRS에서 최소 효율성 게임모델과 DEA 게임모델을 나타낸다.

Zhu(2004)는 실제 효율성의 점수는 가장 바람직하지 못한 상황에서 Talluri(2002)의 최소효율성 점수 h_p^{CRS*} 와 가장 바람직한 상황에서

표 3 - 효율성 프론티어에 따른 효율성 점수와 효율적 타겟 비교

DMU	CRS				VRS			
	효율성 점수	단위당 가격	채택비율	정시배달비율	효율성 점수	단위당 가격	채택비율	정시배달비율
판매자 1	0.981 (2)	0.1922	101.3	95	0.920 (4)	0.1938	98.8	95
판매자 2	1.000 (1)	0.1881	99.2	93	1.000 (1)	0.1881	99.2	93
판매자 3	0.918 (6)	0.2023	106.7	100	1.000 (1)	0.2204	100	100
판매자 4	0.972 (3)	0.2023	106.7	100	1.000 (1)	0.2081	97.9	100
판매자 5	0.926 (5)	0.1962	103.5	97	0.942 (6)	0.1995	98.5	97
판매자 6	0.926 (4)	0.1942	102.4	96	0.943 (5)	0.1976	98.8	96

표 4 - 효율성 프론티어에 따른 각 모델의 효율성 점수 비교

DMU	CRS		VRS	
	h_p^{CRS*}	\bar{h}_p^{CRS*}	h_p^{VRS*}	\bar{h}_p^{VRS*}
판매자 1	0.913	0.949	0.913	0.961
판매자 2	0.930	0.992	0.930	1.000
판매자 3	0.853	0.853	0.853	0.853
판매자 4	0.885	0.904	0.885	0.904
판매자 5	0.861	0.868	0.861	0.888
판매자 6	0.862	0.887	0.862	0.897

Zhu(2004)의 최대 효율성 점수 \bar{h}_p^{CRS*} 를 하계와 상계로 둔 구간에 속한다고 하였다. 그러나 표 3에서 지적했듯이 효율성 프론티어를 CRS로 가정한 경우는

산출물의 최적 값이 100%를 넘는 비현실적인 문제가 있으므로 Zhu(2004)가 제시한 이러한 범위는 바람직하지 못하다. 따라서 효율성 프론티어를 VRS로 변형해서 측정된 h_p^{VRS*} 과 \bar{h}_p^{VRS*} 이 실제 효율성의 바람직한 하계와 상계이다.

표 4의 DEA 게임모델에서는 CRS에서는 모든 판매자가 벤치마크보다 비효율적이지만 VRS에서는 판매자 2는 벤치마크와 효율성 측면에서 동일하다. 그러나 판매자 효율성 프론티어와 하계와 상계에 따른 네 가지 모델에서 효율성 점수의 순서는 판매자 2, 1, 4, 6, 5, 3으로 동일하다. 또한 최소 효율성 게임모델에서는 CRS h_p^{CRS*} 와 VRS h_p^{VRS*} 가 동일한 효율성 점수를 가진다. 그러나 이러한 결과는 표 2의 데이터에서 얻을 수 있는 특이한 결과로 일반적인 결과는 아니다. 그 이유는 Zhu(2004)가 예제로

사용한 데이터의 경우를 표 5와 같기 때문이다. 표 4에서는 12개의 DMU에 대해서 4개의 투입물 변수와 5개의 산출물 변수를 이용하였다. 그 결과 효율성

점수의 순위는 네 가지 경우 모두 다르다. 또한 CRS h_p^{CRS*} 와 VRS h_p^{VRS*} 의 점수도 다르다는 것을 알 수

표 5- Zhu(2004)에서 사용된 예제의 경우 효율성 프론티어에 따른 각 모델의 효율성 점수 비교

DMU	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	h_p^{CRS*}	\bar{h}_p^{CRS*}	h_p^{VRS*}	\bar{h}_p^{VRS*}
1	609	4	24	1340.6	45673	7.29	7.21	131	125	0.187 (2)	0.878 (2)	0.480 (1)	0.878 (7)
2	613	4.5	18	634.7	40990	3.19	4.94	33	47	0.092 (9)	0.755 (4)	0.138 (6)	1.000 (1)
3	558	3	18	657.5	39079	5.15	8.5	104	62	0.283 (1)	0.720 (7)	0.418 (2)	1.000 (3)
4	580	3.75	20	882.4	38455	3.184	4.48	71	94	0.133 (4)	0.694 (9)	0.213 (3)	0.922 (6)
5	625	3.75	33	3286.7	54291	17.158	15.41	148	105	0.119 (7)	0.856 (3)	0.119 (8)	0.856 (9)
6	535	3.75	17	917.04	34534	4.512	8.78	124	112	0.182 (3)	0.896 (1)	0.182 (4)	1.000 (1)
7	650	5	18	3714.3	41984	12.195	8.82	98	77	0.070 (11)	0.730 (6)	0.070 (12)	0.944 (5)
8	740	6.75	20	2963.1	43249	9.205	7.81	118	102	0.092 (8)	0.694 (10)	0.105 (10)	0.850 (10)
9	775	3.99	18	3240.8	43291	5.825	10.05	102	45	0.066 (12)	0.753 (5)	0.083 (11)	0.944 (4)
10	888	4.25	34	2197.1	46444	10.4	18.21	240	55	0.127 (5)	0.706 (8)	0.127 (7)	0.706 (12)
11	727	3.5	26	778.35	41841	3.21	4.67	52	50	0.122 (6)	0.661 (11)	0.177 (5)	0.857 (8)
12	695	4	26	1245.8	40221	2.365	3.58	37	37	0.070 (10)	0.570 (12)	0.119 (9)	0.770 (11)
타겟	535	3	17	634.70	54291	17.158	18.21	240	125				

표 6- 경우 4의 최적가중치와 자유변수에 따른 RTS 분류

DMU	가장 바람직하지 못한 상황 h_p^{VRS*}					가장 바람직한 상황 \bar{h}_p^{VRS*}				
	단위당 가격	채택비율	정시 배달비율	μ^*	RTS 분류	단위당 가격	채택비율	정시 배달비율	μ^*	RTS 분류
판매자 1	5.10725	0.00000	0.00961	0.00000	CRS	5.10725	0.00000	0.00000	0.96067	IRS
판매자 2	5.31632	0.00000	0.01000	0.00000	CRS	5.31632	0.00000	0.00000	1.00000	IRS
판매자 3	4.53721	0.00000	0.00853	0.00000	CRS	4.53721	0.00000	0.00000	0.00000	CRS
판매자 4	4.80538	0.00904	0.00000	0.00000	CRS	4.80538	0.00000	0.00904	0.90389	IRS
판매자 5	4.72144	0.00000	0.00888	0.00000	CRS	4.72144	0.00000	0.00000	0.88810	IRS
판매자 6	4.77099	0.00000	0.00897	0.00000	CRS	4.77099	0.00000	0.00000	0.89742	IRS

표 7- 신규 판매자가 있을 경우 효율성 점수의 범위

DMU	경우 1 (CRS, 고정타겟)		경우 2 (CRS, 이상적 타겟)		경우 3 (VRS, 고정타겟)		경우 4 (VRS, 이상적 타겟)	
	h_p^{CRS*}	\bar{h}_p^{CRS*}	h_p^{CRS*}	\bar{h}_p^{CRS*}	h_p^{VRS*}	\bar{h}_p^{VRS*}	h_p^{VRS*}	\bar{h}_p^{VRS*}
판매자 1	0.913	0.949	0.911	0.947	0.913	0.961	0.911	0.959
판매자 2	0.930	0.992	0.928	0.990	0.930	1.000	0.928	0.998
판매자 3	0.853	0.853	0.852	0.852	0.853	0.853	0.852	0.852
판매자 4	0.885	0.904	0.883	0.902	0.885	0.904	0.883	0.902
판매자 5	0.861	0.868	0.860	0.866	0.861	0.888	0.860	0.886
판매자 6	0.862	0.887	0.860	0.885	0.862	0.897	0.860	0.896
신규	0.982	1.002	0.980	1.000	0.982	1.002	0.980	1.000

있다. 그 결과 판매자가 h_p^{CRS*} 와 h_p^{VRS*} 에서 최대의 최소 효율성을 얻었다고 해서 반드시 \bar{h}_p^{CRS*} 와 \bar{h}_p^{VRS*} 에서 가격대비 품질 면에서 가장 바람직한 것은 아니라는 것을 확인할 수 있다.

표 5에서 실제 효율성의 범위는 가장 바람직하지

못한 상황에서의 구한 효율성의 최적 점수인 효율성 하계 h_p^{VRS*} 와 가장 바람직한 상황에서 구한 효율성 점수인 효율성 점수의 상계라는 것을 알 수 있었다. 표 6에서는 각 경우에서 구한 가중치의 최적 값과 자유변수의 최적 값을 보여준다. 그리고 마지막 열에서는 정리1에 의한 RTS의 분류를 보여준다.

소비자의 암묵적인 교환관계(implicit tradeoffs)인 최적가중치를 살펴보면, 단위당 가격에 대한 최적가중치는 모두 4.5 이상의 값을 가지며 가중치의 순위는 효율성 점수의 순위와 동일하다. 반면 채택비율의 가중치는 $h_p^{VRS^*}$ 에서 판매자 4를 제외하고는 모두 0이다. 정시 배달비율에 대한 최적가중치는 $\bar{h}_p^{VRS^*}$ 에서는 모든 판매자가 0.01이하의 값을 가지고 $\bar{h}_p^{VRS^*}$ 에서는 판매자 4를 제외하고는 모두 0이다. 따라서 단위당 가격에 대한 최적가중치가 채택비율과 정시배달비율에 대한 가중치에 비해서 월등히 높다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과를 통해서 소비자가 개별 판매자의 상대적 효율성을 측정할 때, 단위당 가격을 가장 중요시 여긴다는 것을 알 수 있다. 또한 높은 단위당 가중치를 얻게 되는 판매자가 높은 효율성 점수를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 판매자들에게 가격 경쟁력의 중요성에 대한 시사점을 제시해 준다.

그리고 자유변수 μ^* 에 따른 투입물인 가격의 증가율에 따른 산출물의 증가율의 정도인 RTS를 살펴보면 다음과 같다. $h_p^{VRS^*}$ 의 모든 판매자와 $\bar{h}_p^{VRS^*}$ 의 판매자 3은 자유변수의 값이 0이므로 투입물의 증가율과 산출물의 증가율이 일정(constant)하다. 그러나 $\bar{h}_p^{VRS^*}$ 의 판매자 1, 2, 4, 5, 6은 자유변수가 양수이므로 가격의 증가율보다 산출물의 증가율이 더 크다(increasing)는 것을 알 수 있다. 가령, 가격을 1% 증가시킬 때 $h_p^{VRS^*}$ 의 모든 판매자와 $\bar{h}_p^{VRS^*}$ 의 판매자 3의 경우는 종합적인 품질이 1%만 증가하지만 $\bar{h}_p^{VRS^*}$ 의 나머지 판매자들은 품질을 1% 이상 증가시킬 수 있다는 것이다.

표 7은 신규 판매자(가격: 0.1877, 채택비율: 100% 정시배달비율: 98%)가 있을 때 효율성 프론티어에 따른 이상적 벤치마크 모델과 고정 벤치마크 모델에서의 실제 효율성 점수의 범위를 나타낸다.

Zhu(2004)는 신규 판매자가 있을 때 실제 효율성은 고정벤치마크 모델에서의 $\bar{h}_p^{CRS^*}$ 과 이상적 벤치마크에서의 $h_p^{CRS^*}$ 사이에 있다고 보여주었다. 그러나 그의 결과는 두가지 문제점이 있다. 첫째, 둘째, 산출물의 변수가 백분율로 측정되었으므로 표 3에서 제시한 문제점을 가지고 있다. 둘째, 모델에서 신규판매자가 있을때, 타겟의 고정여부를 고려하지 못했다. 표 1에 따르면 실제 효율성의 범위는 RTS와 벤치마크인 타겟의 고정여부에 따라서 네 가지 경우로 나눌 수 있는데 Zhu(2004)의 결과는 상계는 경우 1, 하계는 경우 2에 해당한다고 했기 때문이다.

합리적인 소비자라면, 신규 판매자를 포함한 모든

판매자들 중에 가장 낮은 가격과 가장 높은 채택비율과 정시배달비율을 이상적인 타겟으로 정한다. 따라서 본 연구에서는 신규판매자가 있을 때 실제 효율성 점수의 바람직한 범위는 경우 4라고 제시한다. 그 결과 소비자가 이상적 타겟을 벤치마크로 설정한 VRS 이상적 타겟에서의 효율성점수는 경우 4의 하계와 상계의 평균이라고 할 수도 있다.

결론

본 연구는 비슷한 가격과 품질을 제공하고 있는 다수의 판매자들이 있는 상황에서 합리적인 소비자의 구매의사결정을 지원해주기 위한 것이다. 합리적인 소비자는 가장 저렴한 가격으로 최상의 제품과 서비스를 제공 받기를 원할 것이다. 제품의 품질과 서비스의 품질이 백분율로 측정된 경우 가격대비 품질면에서 가장 바람직한 판매자를 선택하기 위한 DEA 게임모델을 제시하였다. 그 결과 실제효율성을 추정할 수 있는 효율성의 범위를 제시하였다. 그리고 Talluri(2002)와 Zhu (2004)에서 사용한 데이터를 이용해서 실증분석을 하였다.

실증분석에서 Talluri(2002)의 최소효율성 게임모델과 Zhu (2004)의 DEA 게임모델에서 RTS의 고려 유무에 따른 CRS와 VRS를 비교하고 신규판매자가 있을 때 타겟의 고정여부에 따른 이상적 벤치마크 모델과 고정벤치마크 모델에서의 효율성 범위를 살펴보았다. 그 결과 VRS를 고려한 이상적 벤치마크모델을 가장 바람직한 상황의 시나리오와 가장 바람직하지 못한 상황의 시나리오에서 측정한 경우 4의 효율성 점수가 실제 효율성의 범위라는 것을 알 수 있었다. 이러한 시나리오는 구매의사결정자인 소비자에게 개별 판매자의 실제 효율성 점수의 범위를 제공해 준다. 또한 이들 점수의 평균값 등은 실제 효율성 점수의 대표 값으로 이용되어 소비자의 구매결정을 쉽게 도와줄 수도 있다.

그러나 본 연구의 모델은 소비자의 벤치마크의 선정과 평가대상의 집단의 선택에 따라서 효율성 점수가 상대적으로 결정되는 주관적인 평가방법이다. 따라서 개별 소비자는 벤치마크를 선정할 때 판매자가 제시하는 가격이나 제품의 품질과 서비스의 품질에 대한 보다 상이한 선호도를 가질 수가 있다. 가령 어떤 소비자는 상품의 품질인 채택비율보다 서비스의 품질인 정시배달비율을 더 중요하게 생각할 수 있는 것이다. 이러한 소비자의 구매의사결정을 지원할 경우에는 채택비율과 정시배달비율에 상이한 가중치를 적용해야 할 것이다. 이러한 관점에서 본 연구의 향후 과제는 다양한 소비자의 상이한 선호도를 보다 현실적으로 반영할 수 있는 모델을 개발해서 구매자의 의사결정을 보다 정확하게 지원해 줄 수 있는 시스템을 구현하는 것이다.

참고문헌

- [1] Cook, W. and J. Zhu (2005). *Modeling performance measurement: Applications and Implementation Issues in DEA*, Springer.
- [2] Charnes, A., Cooper, W.W., and Rhodes, E. (1978). "Measuring the efficiency of decision making units," *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- [3] Talluri, S. (2002). "A buyer-seller game model for selection and negotiation of purchasing bids," *European Journal of Operational Research*, 143, pp.171-180.
- [4] Weber, C.A., and Dasai, A. (1996). "Determination of paths to vendor market efficiency using parallel coordinates representation: A negotiation tool for buyers," *European Journal of Operational Research*, 90 (1), 142-155.
- [5] Weber, C.A., Current, J.R., Benton, W.C.(1998). "Non-cooperative negotiation strategies for vendor selection," *European Journal of Operational Research*, 108 (1), 208-223.
- [6] Zhu, J. (2001). "A multidimensional quality-of-life measure with an application to Fortune's best cities," *Socio-Economic Planning Sciences* 35, 263-284.
- [7] Zhu, J. (2003). *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets and DEA Excel Solver*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- [8] Zhu, J. (2004). "A buyer-seller game model for selection and negotiation of purchasing bids: extensions and new models," *European Journal of Operational Research*, 154, pp.150-156.

부록

CRS 분수 DEA 게임모델 (5)은 CRS 승수 DEA 게임모델 (6)으로 변형된다. 그리고 나서 VRS를 고려하면 VRS 승수 DEA 게임 모델 (7)로 변형된다. 마찬가지로 분수 DEA 모델 (2)는 VRS 승수 DEA 모델 (VRS multiplier DEA model) (A.1)로 변형될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 h^{VRS*} &= \max \sum_{r=1}^v a_r y_{rp} + \mu \\
 &\text{subject to} \\
 \sum_{r=1}^v a_r y_{ri} - \sum_{s=1}^u b_s x_{si} + \mu &\leq 0 \\
 \sum_{s=1}^u b_s x_{sp} &= 1 \\
 a_r, b_s &\geq 0 \quad \forall r, s, \text{ where } \mu \text{ free}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

모델 (A.1)에서 $\mu = 0$ 이면 CRS 승수 DEA 모델이 되고 이것은 CRS 분수 DEA 모델로 변형될 수 있다.

또한 최소 효율성 게임 모델 (3)은 VRS 최소효율성 게임모델 (VRS minimum efficiency game model) (A.2)로 변형될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 h_p^{VRS*} &= \min \sum_{r=1}^v a_r y_{rp} + \mu \\
 &\text{subject to} \\
 \sum_{r=1}^v a_r y_{rk}^{ideal} - \sum_{s=1}^u b_s x_{sk}^{ideal} + \mu &= 0 \\
 \sum_{r=1}^v a_r y_{ri} - \sum_{s=1}^u b_s x_{si} + \mu &\leq 0 \\
 \sum_{s=1}^u b_s x_{sp} &= 1 \\
 a_r, b_s &\geq 0 \quad \forall r, s, \text{ where } \mu \text{ free}
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

모델 (A.2)에서 $\sum_{s=1}^u b_s x_{sp} = 0$ 이면 CRS 승수 게임모델이 되고 이것은 CRS 게임모델로 변형될 수 있다. VRS 승수 DEA 모델 (A.1)의 쌍대문제(dual problem)는 VRS 포락 DEA 모델(VRS envelopment DEA model) (A.3)이 된다[Zhu(2003), p. 34].

$$\begin{aligned}
 \theta^{VRS*} &= \min \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{si} + s_s^- &= \theta x_{sp} \quad s = 1, 2, \dots, u \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ri} - s_r^+ &= y_{rp} \quad r = 1, 2, \dots, v \\
 \lambda_i &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad \theta \leq 1 \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i &= 1
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

모델 (A.3)에서 s_s^- 와 s_r^+ 는 s번째 투입물과 r번째 산출물의 슬랙(slacks)을 나타낸다. 모델 (A.3)에서 $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 0$ 이면, 각각 VRS가 CRS모델이 된다. 모델 (A.3)에서 효율적인 타겟(efficient target)을 (A.4)와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \hat{x}_{io} = \theta^* x_{io} - s_i^{-*} & i = 1, \dots, m; \\ \hat{y}_{ro} = y_{ro} + s_r^{+*} & r = 1, \dots, s \end{cases} \tag{A.4}$$