

하중조건에 따른 Tensegrity 케이블 돔의 불안정 거동 특성에 관한 연구

A Study on the Unstable Characteristics of Tensegrity Cable Domes According to Loading Conditions

백인성* 정을석** 김승덕***
Baek, In Seong Jeong, Eul Seok Kim, Seung Deog

Abstract

In spatial structures with large spaces, one important issue in structures with large spaces is how to carry the weight of the roof. A tensegrity cable dome structure is a kind of soft structural system using the tension cable and compression column as a main element. The tensegrity cable dome is built into a variety of shape around the world but then a collapse accident is increasing. Owing to a collapse accident we must grip of the collapse mechanism to prevent an accident and construct the structure with safety and economy.

In this study, I investigated the unstable characteristics of the Geiger-type and Flower-type tensegrity cable dome structures, which is the lightweight hybrid structures using compression and tension elements continuously, according to the difference of loading conditions.

Keywords : Tensegrity Cable Dome, Instability, Nonlinear, Bifurcation, Initial Imperfection

1. 서론

21세기를 맞이하면서 대공간 구조물은 재료 및 신기술의 발전으로 인해 다양한 형태로 건립되고 있다.

우리나라에서는 서울 올림픽 및 월드컵 경기 등의 개최를 통해 다양한 첨단 기술의 경기장이 건립되었고, 또 대공간 구조물에 대한 신기술을 축적하였다. 그러나 대공간 구조물의 구조설계 기술에는 아직 세계적으로 규명되지 못한 현상들이 많고, 이를 간과할 경우에는 대규모의 사고 또는 재앙이 예상된다.

Tensegrity 케이블 돔 구조물은 인장케이블 및 압축기둥을 주재료로 사용한 연성구조시스템의 일종이다. 구조재료의 역학적 거동특성은 휨모멘트

및 전단력을 받을 경우보다 축력을 부담할 경우가 유리하다. 또 축력 중에서도 압축부재는 부재좌굴 등을 고려해야 하나, 인장부재는 재료의 파단강도까지 사용할 수 있어 역학적으로 가장 우수한 구조부재라 할 수 있다.^{[1],[2]}

케이블 돔 구조물은 이러한 역학적 우수성을 고려하여 인장케이블 및 압축기둥 만으로 연결된 Tensegrity 구조 시스템이다. Tensegrity 구조물은 압축부재가 서로 직접 연결되지 않고 인장부재에 의해 연결되며, 전체적으로는 인장부재가 주 구조부재가 되어 인장구조물이 된다.

각 부재들은 매우 합리적으로 결합되어 있고, 따라서 전체적으로도 가볍고, 시공성이 우수한 특성을 지닌다. 그러나 케이블 돔 구조 시스템은 외력의 증가에 따라 전체좌굴의 위험성을 가진다.

즉 대칭 구조물에 대칭형 외력이 작용할 경우에도 어떤 임계점 부근에서 비대칭의 변형모드가 출현하고, 이로 인해 구조물의 저항능력이 급격하게 저하된다. 이러한 현상을 분기좌굴(bifurcation)이

* 정회원 · 세명대학교 건축공학과 연구원, 공학석사

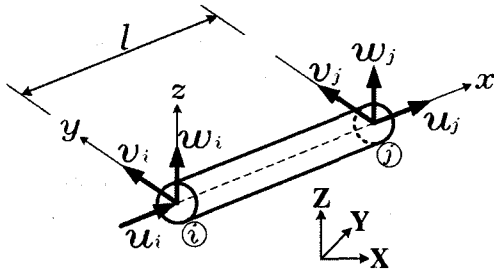
** 정회원 · 세명대학교 건축공학과, 공학석사

*** 정회원 · 세명대학교 건축공학과 부교수, 공학박사

라 하며, 대공간 구조물의 구조 설계시 반드시 반영하여야 한다.^{[3],[4]}

본 연구에서는 면내 비틀림으로 인한 붕괴의 위험성이 있는 Geiger형 Tensegrity 케이블 돔 구조물과 면내 비틀림으로 인한 붕괴의 위험성을 보완하기 위해 조립된 Flower형 Tensegrity 케이블 돔을 가지고 하중조건에 따른 구조물의 불안정 거동 특성을 파악하고 설계에 반영할 수 있는 기초적인 자료를 마련하고자 한다.

2. 비선형 강성방정식



$\begin{cases} x, y, z : \text{요소 좌표계} \\ u, v, w : \text{요소내 변위} \end{cases}$

<그림 1> 입체 케이블 요소의 요소 좌표계

가상일의 원리를 이용하여 그림 1과 같은 비선형 케이블 요소의 평형방정식을 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_V \sigma_x \delta \epsilon_x dV = f^T \delta d \quad (1)$$

현재의 상태를 초기상태로 가정하고, 현상상태에서의 증분에 관한 가상일의 원리를 적용하여, 적분영역 dV 를 일정단면적 A 와 일정길이 l 로 치환하여 정리하면 식(2)와 같다.

$$Al[(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(A_1 + d^T B^T B)] = (f^{(0)} + f)^T \quad (2)$$

여기서,

A : 케이블 요소의 단면적,

l : 케이블 요소의 길이

식(2)에 $\sigma_x = E\epsilon_x$ 의 관계를 대입하고 d 에 관한 2차항 이상을 소거하면 식(3)과 같다.

$$f^{(0)} + f = Al(A_1^T \sigma_x^{(0)}) + Al(\sigma_x^{(0)} B^T B)d + AlE(A_1^T A_1)d + \text{고차항} \quad (3)$$

식(3)에서 d 에 관한 고차항의 소거로 인하여 생기는 불평형력(residual force)은 식(4)와 같이 정의한다.

$$r = AlA_1^T \sigma_x^{(0)} - f^{(0)} \quad (4)$$

식(4)를 식(3)에 대입하면, 식(5)와 같다.

$$f - r = AlE(A_1^T A_1)d + Al(\sigma_x^{(0)} B^T B)d = (k_E + k_G)d \quad (5)$$

여기서,

$k_E = AlE(A_1^T A_1)$: 요소 탄성 강성행렬

$k_G = Al(\sigma_x^{(0)} B^T B)$: 요소 기하 강성행렬

변환 매트릭스 T 를 이용하면 전체좌표계에서의 증분구간에 관한 강성매트릭스는 다음과 같이 구해진다.

$$F - R = [K_E + K_G]D \quad (6)$$

여기서,

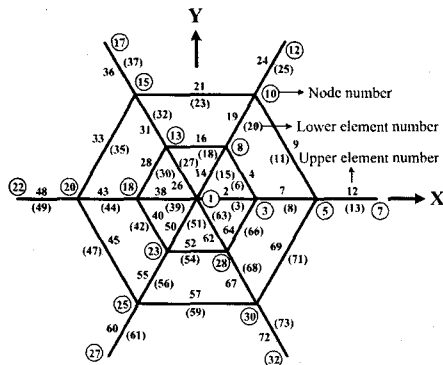
$K_E = T^T k_E T$: 전체 좌표계에서의 탄성 강성 매트릭스

$K_G = T^T k_G T$: 전체 좌표계에서의 기하 강성 매트릭스

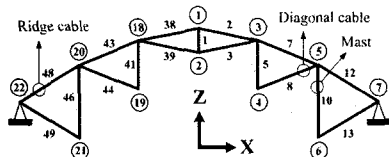
3. 해석모델

본 연구에서는 Tensegrity 케이블 돔 구조물인 Geiger형과 Flower형을 해석모델로 선택한다.

다음 그림 2와 그림 3은 해석모델의 절점 및 요소번호를 나타내고, 각 절점의 좌표와 부재의 단면적은 표 1과 표 2에 나타낸다.

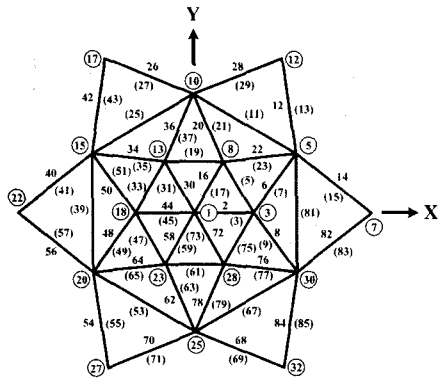


(a) 평면도

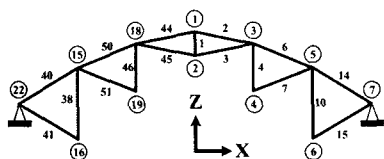


(b) 단면도

<그림 2> Geiger형 케이블 돔



(a) 평면도



(b) 단면도

<그림 3> Flower형 케이블 돔

<표 1> 절점좌표 (단위 : cm)

절점번호		1	2	3	4	5	6	7
Geiger	X 좌표	0.0	0.0	20.0	20.0	40.0	40.0	60.0
	Z 좌표	21.0	15.0	18.5	4.50	11.5	-11.5	0.0
Flower	X 좌표	0.0	0.0	20.0	20.0	34.6	34.6	60.0
	Z 좌표	21.0	15.0	18.5	4.50	11.5	-11.5	0.0

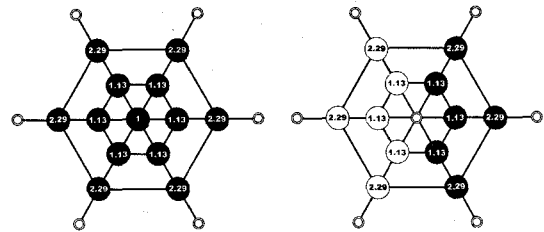
<표 2> 부재의 단면적 (단위 : cm²)

부재번호		1	2	3	4	5	6	7	8
Geiger	단면적	1.00	0.01	0.01	0.01	1.00	0.02	0.02	0.02
	부재번호	9	10	11	12	13			
단면적		0.01	1.00	0.04	0.04	0.04			
Flower	부재번호	1	2	3	4	5	6	7	8
	단면적	1.00	0.01	0.01	1.00	0.02	0.02	0.02	0.02
부재번호		9	10	11	12	13	14	15	
단면적		0.02	1.00	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	

해석에 사용된 물성치는 다음의 구조용 스텐드 로우프의 값을 사용하였다.

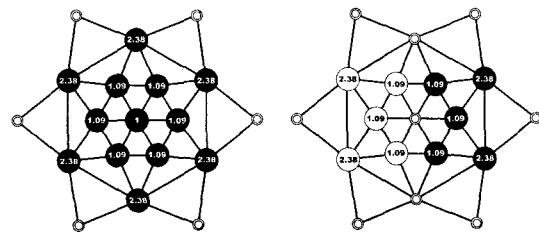
$$\text{탄성계수} : E = 1.6 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{밀도} : \rho = 7.85 \times 10^{-3} \text{ kgf/cm}^3$$



(a) 전체 최대칭하중 (b) 역대칭하중

<그림 4> 하중조건 (Geiger형)



(a) 전체 최대칭하중 (b) 역대칭하중

<그림 5> 하중조건 (Flower형)

하중조건은 그림 4, 5와 같이 각각의 해석모델에 두 가지 형태의 하중조건을 사용하였다.

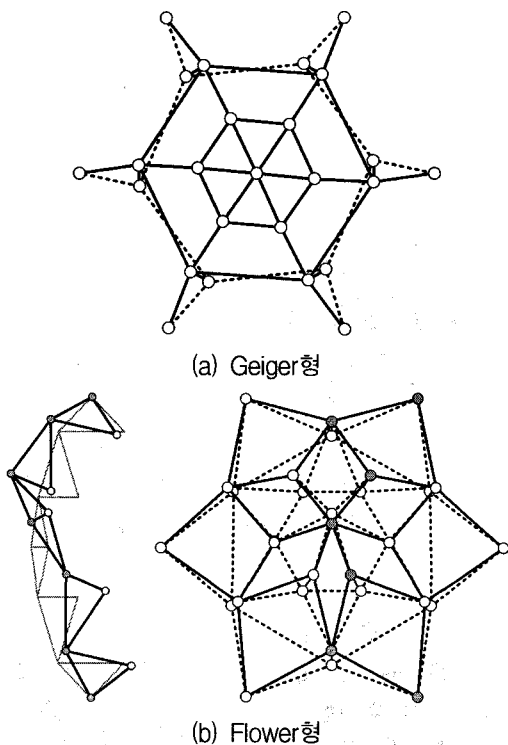
앞으로 전체 축대칭 하중조건을 Type-A라 하고, 역대칭 하중조건을 Type-B라 한다.

하중비는 각각의 하중절점이 부담하는 면적의 비로 하는 면적비 하중모드를 사용하였다.

여기서, ●는 하중이 (-)Z로 작용되는 절점을, ○는 하중이 (+)Z로 작용되는 절점을, ◎은 하중이 작용되지 않는 절점을 나타낸다.

케이블 돔의 구조거동 특성은 초기장력에 큰 영향을 받기 때문에 조립형태가 서로 다른 모델을 비교하기 위해서는 초기장력 레벨을 같게 해주어야 한다.

Geiger형 케이블 돔을 기준으로 Flower형 케이블 돔의 초기장력 값을 산정 하였으며, Geiger형 케이블 돔의 내부 케이블의 초기장력을 기준으로 산정한 초기장력 값이 다른 부분보다도 가장 작은 오차율을 보였다.



<그림 6> 초기형상불완전 모드

정적 불안정 해석을 하기 위해서는 초기형상불완전을 도입하여야 한다. 초기형상불완전 모드는 접선강성행렬의 초기증분에 대한 고유치 해석에서 얻은 1차 고유벡터를 선택하여 이를 초기형상불완전 모드로 하였고 그림 6과 같다. 실선은 상부부

재를, 점선은 하부부재를 나타낸다.

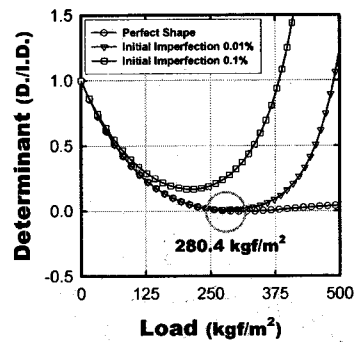
4. 하중조건에 따른 불안정 거동특성

본 연구에서는 각각의 해석 모델에 대해 span을 기준으로 하여 span의 0.01% 및 0.1%를 초기형상불완전량으로 도입하였다. 이들 해석결과를 완전형상 모델의 결과와 비교하였고, 정적 임계하중은 각 증분구간에서 접선 강성매트릭스의 행렬식을 구하고, 이를 이용하여 특이점을 찾는다.

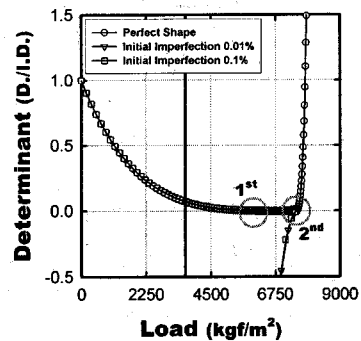
4.1 축대칭 하중(Type-A)

Type-A에서 Geiger형 케이블 돔은 행렬식값이 0을 나타내는 특이점의 하중레벨이 280.4 kgf/m^2 이고, Flower형 케이블 돔의 특이점 하중레벨은 7488.04 kgf/m^2 이다. 하지만 그 이전 4872.69 kgf/m^2 에서 0에 근접하고 있다.

따라서 후자의 하중레벨을 1차 불안정점, 전자의 하중레벨을 2차 불안정점이라 한다.



(a) Geiger형 행렬식-하중 곡선



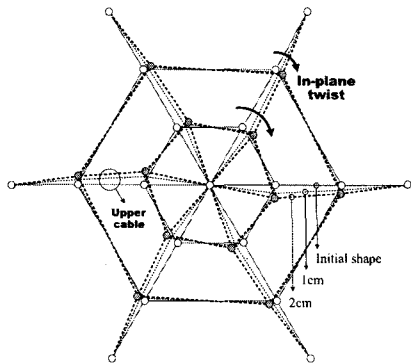
(b) Flower형 행렬식-하중 곡선

<그림 7> 접선강성의 행렬식 (Type-A)

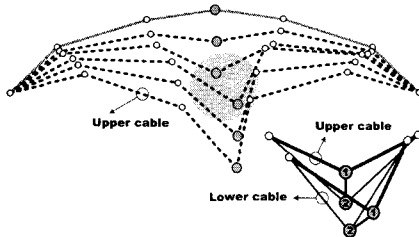
초기형상불완전을 도입한 경우 Geiger형 케이블 돔은 특이점 근방에서 초기형상불완전량에 의해 접선강성은 점차 회복해 가는 반면, Flower형 케이블 돔의 경우 1차 불안정점에서는 회복되는 경향이 나타나지만, 2차 불안정점에서는 “-”값으로 변화하고 있다. 그림 7과 같다.

따라서 Geiger형 케이블 돔의 불안정 거동 특성은 초기형상 불완전을 도입하면 불안정점 부근에서 새로운 좌굴모드의 출현과 함께 변형모드가 변하게 됨을 알 수 있고 Flower형 케이블 돔의 불안정 거동 특성은 초기형상불완전을 도입한 경우 1차 불안정점에서는 처음 이행경로와는 다른 방향으로 이행하고 2차 불안정점에서는 극한 하중점에서 다른 평형점으로 점프하는 현상이 나타난다.

Geiger형 케이블 돔과 Flower형 케이블 돔의 불안정 거동 특성을 변위 증가에 따른 변화과정을 시각화해서 나타내면 그림 8과 같다.



(a) Geiger형 (초기형상불완전량-0.1%)



(b) Flower형 (초기형상불완전량-0.1%)

<그림 8> 불안정 거동특성 (Type-A)

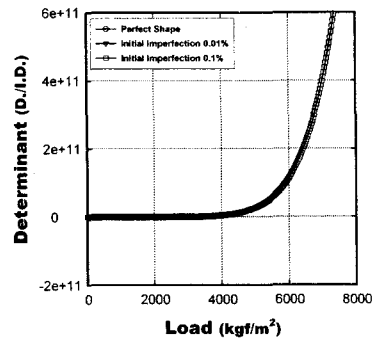
Geiger형 케이블 돔은 상부와 하부가 돔의 중심축을 기준으로 hoop방향으로 서로 반대로 회전하고 있으며, 이로 인해 면내비틀림이 발생됨을 알 수 있다.

Flower형 케이블 돔은 center mast가 하중방향

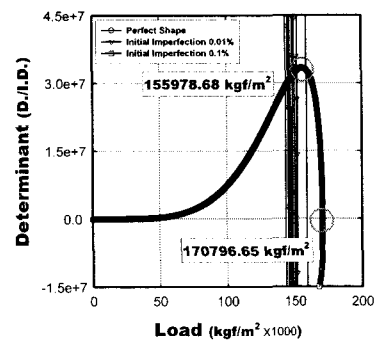
으로 큰 이행을 하고 어느 순간 center mast의 상부절점이 (+)Y방향으로 이동하면서 구조물 전체가 (+)Y방향으로 쏠리는 현상이 나타난다.

4.2 역대칭 하중(Type-B)

Type-B에서 Geiger형 케이블 돔은 행렬식값이 0을 나타내는 점이 나타나지 않는다. Type-A에서는 행렬식값이 0을 향해 접근하다가 0 근방에서 되돌아가는 것을 알 수 있고, 초기형상불완전량이 클수록 이러한 현상은 뚜렷이 나타나지만 Type-B에서는 행렬식값이 계속해서 커짐을 알 수 있다. 이는 Type-B에서는 불안정점이 나타나지 않고 새로운 좌굴모드 없이 계속해서 강성이 증가함을 알 수 있다.



(a) Geiger형 행렬식-하중 곡선

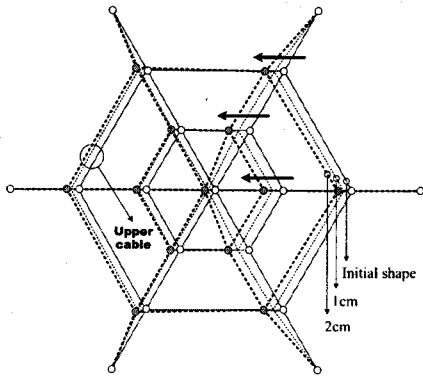


(b) Flower형 행렬식-하중 곡선

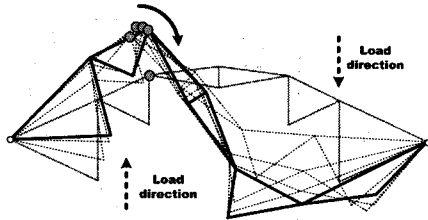
<그림 9> 접선강성의 행렬식 (Type-B)

Flower형 케이블 돔은 Geiger형 케이블 돔처럼 하중레벨이 증가함에 따라 행렬식도 증가하다가 하중레벨 155978.68kgf/m²에서 극값에 도달한 후 행렬식이 감소하여 170796.65kgf/m²에서 0을 통과한다. 그림 9와 같다.

Flower형 케이블 돔의 불안정 거동 특성은 완전형상 모델과 초기형상불완전을 도입한 경우 모두 하중모드를 따라서 변형이 진행된다. 하지만 절점 #15의 Z방향 변위가 초기에는 하중모드에 의해 (+)Z방향으로 진행하다가 임계하중 레벨을 지나면서 (-)Z방향으로 이동한다.



(a) Geiger형 (초기형상불완전량-0.1%)



(b) Flower형 (초기형상불완전량-0.1%)

<그림 10> 불안정 거동특성 (Type-B)

Geiger형 케이블 돔과 Flower형 케이블 돔의 불안정 거동 특성을 시각화해서 나타내면 그림 10과 같다.

4. 결론

본 연구에서는 조립형태가 다른 Geiger형과 Flower형 Tensegrity 케이블 돔에서 하중조건에 따른 구조물의 불안정 거동 특성을 파악하였다.

1. 축대칭 하중조건(Type-A)에서 Geiger형 케이블 돔은 평형궤도의 분기좌굴(bifurcation) 현상에 의해 일어나고, Flower형 케이블 돔은 1, 2차의 불안정 현상으로 구분되어 나타나며 1차 불안정점에서는 분기좌굴 현상이, 2차 불안정점에서는 뿔좌굴(snap-through) 현상이 일어난다. 이

때 뿔좌굴은 국부적으로 일어나며 이로 인해 구조물 전체의 쏠림 현상을 야기 시킨다.

2. 역대칭 하중조건(Type-B)에서 Geiger형 케이블 돔은 불안정점이 나타나지 않고 새로운 좌굴 모드 없이 계속해서 강성이 증가하였고 Flower형 케이블 돔은 하중모드를 따라서 변형이 진행되다가 국부적으로 임계하중 레벨을 지나면서 뿔좌굴 현상이 발생하였다.

Tensegrity 케이블 돔 구조물은 조립형태와 하중조건에 따라서 임계하중 레벨뿐만 아니라 구조물의 불안정 거동 현상이 다르게 나타나고 있다. 따라서 반드시 하중조건에 대한 민감성을 고려하여 설계에 반영해야 할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 김승덕, 백인성, 김형석, "케이블 돔 구조물의 형태 변화에 따른 비선형 불안정 거동의 특성에 관한 연구," 한국강구조학회 논문집, 제16권, 제3호, 2004.6., pp.345-353.
2. 김승덕, 손수덕, 김형석, 강문명, "Hybrid 구조물의 비선형 불안정 거동에 관한 연구(1) : 초기형상 불완전에 의한 정적 면내비틀림 좌굴 특성," 韓國鋼構造學會 論文集, 第13卷, 第5號, 2001.10., pp.587-597
3. 백인성, 김형석, 김승덕, "케이블 돔 구조물의 축대칭 하중에 의한 비선형 불안정 현상에 관한 연구," 대한건축학회 학술발표논문집, 제23권 1호, 2003, 4, pp.27-30.
4. S. D. Kim, I. S. Baek, W. K. Song, K. G. Park, and T. J. Kwun, "Characteristics of Nonlinear Unstable Phenomenon According to the Shape Variation of Cable Domes," International Symposium on New Perspectives for of Shell and Spatial Structures, editors by Y. B. Yang, L. J. Leu, C. S. Chen, S. H. Hsieh, and Y. S. Lee, Taipei, 2003.10., pp.90