

복잡계 동기화 기법

The Complex Synchronization Method

배 영철, 김 이곤, 구 영덕*

여수대학교 전자통신전기공학부, *과학기술정보연구원

Young-Chul Bae, Yi-Gon Kim, *Youngduk Koo

Divi. of Electronic Communication and Electrical Engineering of Yosu National
University, *KISTI

E-mail : ycabe@yosu.ac.kr

요 약

복잡계에서의 동기화는 기본적으로 카오스 신호에서의 동기화 이론에 근거를 두고 발전하고 있으나 카오스 신호보다 복잡도가 커서 동기화하는데 어려움이 있다. 이에 본 논문은 복잡계에서 동기화 기법을 적용하기 위한 새로운 임베딩 구동 동기화 기법을 제안하고 이 동기화 기법을 적용하여 복잡계에서 동기화 결과를 알아보고자 한다.

1. 서론

최근에 복잡계 현상에 대한 관심이 물리학, 화학, 생물학, 공학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다. 이 복잡계의 범위에는 카오스, 하이퍼카오스 등이 포함된다. 카오스(chaos)는 공학적으로 “결정론적 비선형 동적 시스템으로부터 생성되는 복잡하고 잡음과 같은 현상”이라고 말하며 여러 분야에서 말하고 있는 카오스 또는 카오스 공학의 의미는 “불규칙 천이 현상”에 중점을 두고 이야기된다. 카오스 신호와 같은 복잡계 신호는 점근적으로 안정하지 않기 때문에 임의의 초기점에서 근접하게 시작한 궤적은 시간이 지남에 따라 지수적으로 멀어지는 초기 조건에 민감한 특성(sensitivity of initial condition)으로 인하여 카오스 시스템을 동기화하는 것은 매우 어려울 것으로 생각하고 있

다. 복잡계에서의 동기화는 기본적으로 카오스 신호에서의 동기화 이론에 근거를 두고 발전하고 있으나 카오스 신호보다 복잡도가 커서 동기화하는데 어려움이 있다.

복잡계에 적용되는 동기화와 관련된 이론은 송신부 복잡계 회로와 수신부 복잡계 회로가 서로 동기화 되어 동일한 신호가 생성되도록 하기 위한 방법으로 카오스 동기화 기법에서 출발한 구동 동기 기법과 결합 동기 기법이 있으나 이들 두 가지 기법이 모두 카오스 이론 동기화에 적용된 이론이기 때문에 복잡계에서는 새로운 동기화 기법을 필요로 하며 이에 본 연구에서는 임베딩 구동 동기화 기법을 제안하고 이 동기화 기법을 적용하여 복잡계에서 동기화 결과를 알아보고자 한다.

2. 복잡계 발생회로

2.1 Chua's 회로

저항, 캐패시터, 인덕터로 구성된 자율회로 (autonomous circuit)가 카오스 현상을 나타내기 위해서는 적어도 하나의 비선형소자와 하나의 국소적 능동(locally active) 저항과 3개의 에너지 저장 소자를 가져야한다. Chua 회로는 이 조건을 만족하는 가장 간단한 전자회로이다.

Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 가역성(reciprocal)의 성질을 가지며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항(3 segment piecewise-linear resistor) 과 4개의 선형소자인 (R, L, C_1, C_2)로 구성되는 발진회로이다.

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로를 그림 1과 2에 나타냈으며 상태방정식은 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

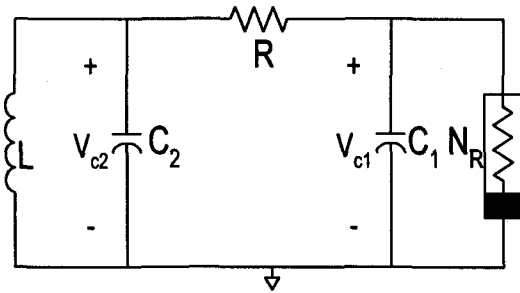


그림 1. Chua's 회로

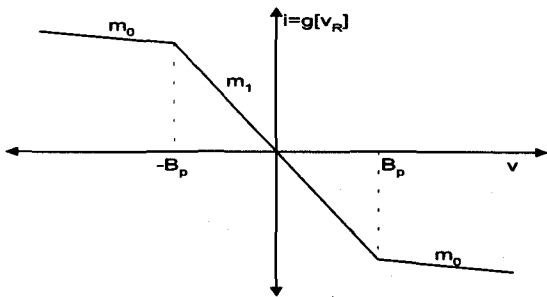


그림 2. 비선형 저항 특성

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} &= G(v_{c_2} - v_{c_1}) - g(v_R) \\
 C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \\
 L \frac{di_L}{dt} &= -v_{c_2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 v_{c_1}, v_{c_2} 는 각각 캐패시터 C_1, C_2 의 양단 전압, i_L 은 인덕터 L 에 흐르는 전류,

$G=1/R, g(\cdot)$ 는 비선형 저항으로써 식 2와 같이 표현되는 3구분 선형함수(3 segment piecewise-linear function)이며 그림 2에 나타내었다.

$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)[|v_R + B_p| - |v_R - B_p|] \tag{2}$$

m_0 는 외부 영역의 기울기, m_1 은 내부 영역의 기울기, $\pm B_p$ 는 break-point이다. 그림 1 과2, 식(1)로 부터 그림 3과 같은 어트랙터를 얻을 수 있다.

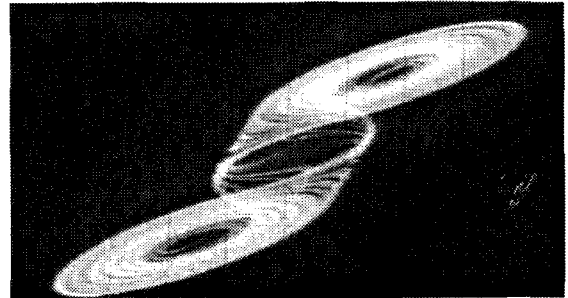


그림 3. 카오스 어트랙터

2.2 N-double scroll 회로

복잡계 회로를 얻기 위하여 Chua 회로의 변형인 n-double scroll 어트랙터를 고려하였다. n-double scroll을 얻기 위한 전기회로는 Arena[55]에 의해 구현되었으며 상태방정식은 식(3)과 같이 주어지고 비선형 저항의 관계식은 식(4)에 나타내었다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= a[y - h(x)] \\
 \dot{y} &= x - y + z \\
 \dot{z} &= -\beta y
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$h(x) = m_{2n-1}x + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n-1} (m_{i-1} - m_i)(|x + c_i| - |x - c_i|) \tag{4}$$

식(3)은 $2(2n-1)$ 개의 breakpoint를 가지며 $a=9, \beta=14.286$ 라 할 때, 식(3)에서의 기울기와 파라미터의 값에 따라 여러 가지 n-double scroll이 발생하게 된다. 그림 4에 2-double scroll 어트랙터와 비선형 저항을 그림 5에 3-double scroll 어트랙터와 비선형 저항을 각각 나타내었다.

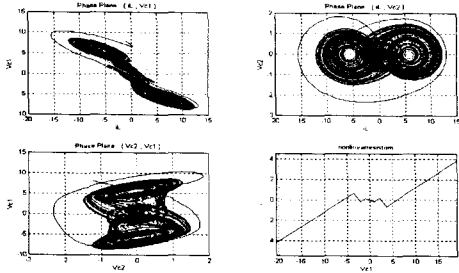


그림 4. 2-double scroll 위상공간과 비선형 저항

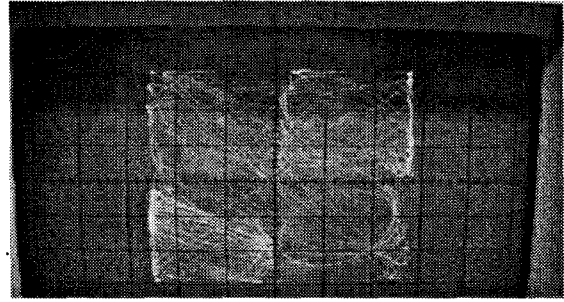


그림 6. 하이퍼카오스 위상공간

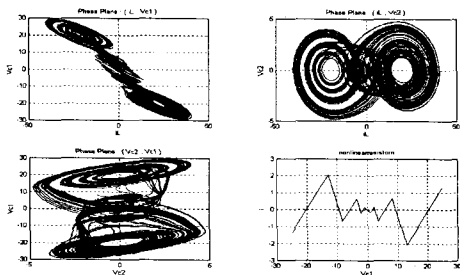


그림 5. 3-double scroll 위상공간과 비선형 저항

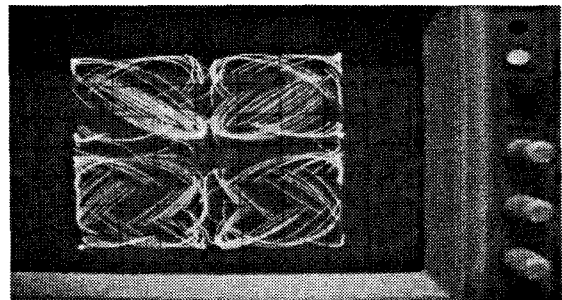


그림 7. 하이퍼카오스 위상 공간

2.3 복잡계 하이퍼카오스 회로

복잡계 하이퍼카오스를 구성하기 위해서는 동일한 n-Double scroll 셀로 구성된 1차원의 셀룰러 신경망(CNN)의 회로로 구성하고 셀 사이를 서로 결합하여야만 한다. 셀 사이를 결합하는 결합 방법에는 단방향 결합(unidirectional coupling)과 확산 결합이 있으나 본 연구에서는 확산 결합을 이용하여 복잡계 하이퍼카오스 회로를 구성하였다. n-double scroll 셀들을 가진 1차원 CNN을 구성하기 위한 관계식을 식(5)에 x-확산 결합, 식(6) y-확산 결합식으로 나타내었다.

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(j)} &= a[y^{(j)} - h(x^{(j)}) + D_x(x^{(j-1)} - 2x^{(j)} + x^{(j+1)}) \\ \dot{y}^{(j)} &= x^{(j)} - y^{(j)} + z^{(j)} \\ \dot{z}^{(j)} &= -\beta y^{(j)}, \quad j=1,2,\dots,L \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(j)} &= a[y^{(j)} - h(x^{(j)}) \\ \dot{y}^{(j)} &= x^{(j)} - y^{(j)} + z^{(j)} + D_y(x^{(j-1)} - 2x^{(j)} + x^{(j+1)}) \\ \dot{z}^{(j)} &= -\beta y^{(j)}, \quad j=1,2,\dots,L \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 L은 셀의 수를 나타낸다.

식(5)와 (6)을 이용하여 하드웨어로 구성된 복잡계 하이퍼카오스 어트랙터를 그림 6과 7에 나타내었다

3. 복잡계 동기화 기법

임베딩 구동 동기화는 송수신부의 여러 파라미터 중 하나의 파라미터만을 가지고 동기화를 이루는 방법이다. N-double Scroll 회로를 SC-CNN의 차원이 없는 형태로 바꾸어 표현하면 다음과 같다.

송신부의 상태 방정식

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= -x_1 + x_1 + a(x_2 - g_2) \\ \dot{\bar{x}}_2 &= -x_2 + x_1 + x_3 \\ \dot{\bar{x}}_3 &= -x_3 - \beta x_2 + x_3 \end{aligned} \quad (7)$$

$$g_1 = m_3 x_i + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^2 (m_k + m_{k+1})(|x_1 + c_k| - |x_1 - c_k|)$$

수신부의 상태 방정식

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_4 &= -x_1 + x_1 + a(x_2 - g_2) \\ \dot{\bar{x}}_5 &= -x_5 + x_4 + x_6 \\ \dot{\bar{x}}_6 &= -x_6 - \beta x_5 + x_6 \end{aligned} \quad (8)$$

$$g_1 = m_3 x_i + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^2 (m_k + m_{k+1})(|x_1 + c_k| - |x_1 - c_k|)$$

\bar{x}_4 의 전개 항을 보면 x_2 가 포함되어 있는 것을 알 수 있다. 이와 같은 방법으로 미분방정식에서 오른쪽 항의 일부에만 전송신호를 임베딩하여 동기화를 시도하는 방법을 제안하였으며 임

베딩 구동 동기화(embedding synchronization)라 명하였다.

식(7)과 식(8)에서 x_1, x_2, x_3 가 송신부가 되고 x_4, x_5, x_6 가 수신부가 된다. 식(7)과 식(8)의 임베딩 구동 동기화의 결과는 그림 8, 그림 9, 그림 10과 같다. 그림 8은 송신부의 어트랙터를 그림 9은 수신부의 어트랙터를, 그림 10은 송신부와 수신부의 위상 일치도를 나타내었다.

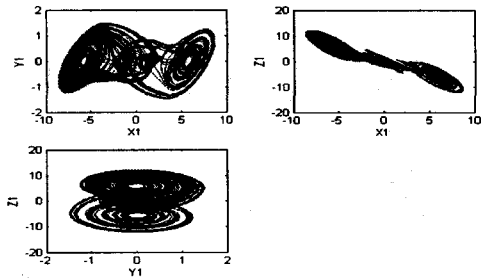


그림 8. 송신부 SC-CNN의 2-double scroll 어트랙터

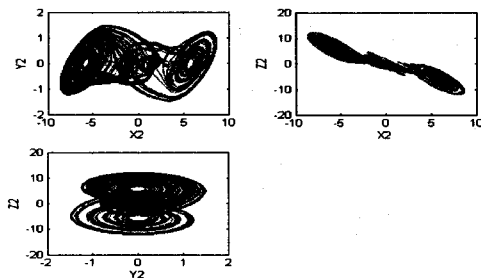


그림 9. 수신부 SC-CNN의 2-double scroll 어트랙터

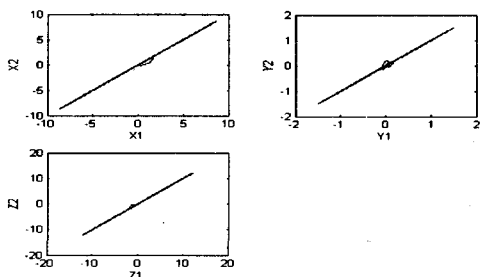


그림 10. 송신부와 수신부 SC-CNN의 위상일치도

그림 10의 송신부와 수신부의 위상 일치도에서 CNN 사이에 임베딩에 의한 동기화가 이루어진 것을 확인할 수 있다.

4. 결론 및 향후 과제

본 논문에서는 복잡계 회로에서의 임베딩 구동 동기화 기법을 알아보고 그 결과를 확인하였다. 이 동기화 결과를 이용하여 비밀 및 암호 통신에서의 적용이 과제로 남는다.

5. 참고문헌

- [1] L. O. Chua "Chua's circuit 10 Years Later", Int. J. Circuit Theory and Application, vol. 22, pp 79-305, 1994
- [2] M. Itoh, H. Murakami and L. O. Chua, "Communication System Via Chaotic Modulations" IEICE. Trans. Fundamentals. vol. E77-A, no. 6, pp. 1000-1005, 1994.
- [3] L. O. Chua, M. Itoh, L. Kocarev, and K. Eckert, "Chaos Synchronization in Chua's Circuit" J. Circuit. Systems and computers, vol. 3, no. 1, pp. 93-108, 1993.
- [4] M. Itoh, K. Komeyama, A. Ikeda and L. O. Chua, "Chaos Synchronization in Coupled Chua Circuits", IEICE. NLP. 92-51. pp. 33-40. 1992.
- [5] K. M. Short, "Unmasking a modulated chaotic communications scheme", Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 6, no. 2, pp. 367-375, 1996.
- [6] K. M. Cuomo, "Synthesizing Self - Synchronizing Chaotic Arrays", Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 4, no. 3, pp. 727-736, 1993.
- [7] L. Kocarev, "Chaos-based cryptography: A brief overview", IEEE, Vol. pp. 7-21. 2001.
- [8] J.A.K. Suykens, "n-Double Scroll Hypercubes in 1-D CNNs" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 7, no. 8, pp. 1873-1885, 1997.
- [9] L. M. Pecora and T. L. Carroll "Synchronization in Chaotic System" Phy. Rev. Lett., vol. 64, no. 8, pp. 821-824, 1990.
- [10] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert and L. O. Chua, "Experimental Demonstration of Secure Communication via Chaotic Synchronization" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 2, no. 3, pp. 709-713, 1992.
- [11] K. S. Halle, C. W. Wu, M. Itoh and L. O. Chua, "Spread Spectrum communication through modulation of chaos" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 3, no. 2, pp. 469-477, 1993.
- [12] P. Arena, P. Baglio, F. Fortuna & G. Manganaro, "Generation of n-double scrolls via cellular neural networks", Int. J. Circuit Theory Appl, 24, 241-252, 1996.
- [13] P. Arena, S. Baglio, L. Fortuna and G. Manganaro, "Chua's circuit can be generated by CNN cell", IEEE Trans. Circuit and Systems I, CAS-42, pp. 123-125. 1995.
- [14] L. Kocarev, L & U. Parlitz, "Generalized synchronization, predictability and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems", Phys. Rev. Lett, vol. 76, no. 11, pp. 1816-1819, 1996.
- [15] M. Brucoli, D. Cafagna, L. Camimeo & G. Grassi, "An efficient technique for signal masking using synchronized hyperchaos circuits", Proc. 5th Int. workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems(NDES '97), Moscow, Russia, June 26-27, pp. 229-232, 1997.
- [16] J.A.K. Suyken, P.F. Curran & L.O. Chua, "Master-slave synchronization using dynamic output feedback", Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 7, no. 3, 671-679, 1997.
- [17] J.J. Slotine & W. Li, "Applied Nonlinear Control", Prentice-Hall, NJ, 1991.