파생 상품의 가치 평가를 위한 몬테카를로 알고리즘에 기반한 병렬 스프레드시트

이재근⁰ 김진석
서울시립대학교 컴퓨터과학부
{amethis⁰, jskim}@venus.uos.ac.kr

A Parallel Spreadsheet-based Monte Carlo Algorithm for Financial Derivatives Pricing

Jae Geun Lee⁰ and Jin Suk Kim
Dept. of Computer Science, University of Seoul

요 약

최근에 계산금융 분야에서 복잡한 수식을 이용한 연산이 증가하고 있다. 그리고 계산금융 분야에서 몬테카를로 시뮬레이션은 대표적인 계산방법 중에 하나이다. 그러나 몬테카를로 시뮬레이션은 많은 반복연산을 수행하므로 연산시간이 오래 걸리는 문제점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 논문에서는 몬테카를로 시뮬레이션과 스프레드시트를 병렬로 처리하였다 또한 실험을 통하여 병렬 스프레드시트의 계산 노드가 증가함에 따라 파생상품의 계산 시간이 단축되는 것을 보였다.

1. 서 론

계산금융 분야에서 복잡한 수식을 이용한 파생상품의 가치평가 계산이 증가하고 있다. 그리고 파생상품의 가치평가에서 몬테카를로 시뮬레이션은 대표적인 계산방법 중에 하나이다. 몬테카를로 시뮬레이션은 단순하면서 가변적인 접근방법으로써 파생상품의 가치평가에 사용되는 수식과 같은 복잡한 수식을 효과적으로 계산할 수 있다 [1, 2, 3].

그러나 몬테카를로 시뮬레이션에는 복잡한 수식을 반복적으로 계산하므로 계산시간이 오래 걸리는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 몬테카를로 알고리즘에 기반한 병렬 스프레드시트를 사용하여 하나의 계산 작업을 하위의 계산 작업으로 나누어서 실행하였다. 몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 파생상품의 가치평가 과정은 다음과 같다. 첫 번째로 독립적인 랜덤 계수를 발생시켜서 상환액을 계산하다. 두 번째로 상환액을 미국 국내의 1년 만기 무위험이자율로 할인하여 현재가치를 계산한다. 이러한 과정을 계속 반복하여 상환액의 평균을 구한다.

2. 몬테카를로 알고리즘에 기반한 병렬 스프레드시트

본 논문에서 사용한 파생상품은 다음과 같다. SK 증권과 JP Morgan은 97년 토털 리턴 스왑(TRS: Total Return Swap)이라는 파생상품을 거래하였다. 이 때 SK 증권은 JP Morgan측으로부터 5,300만 달러를 차입하면서 이에 대한 대가로 1년 후에 JP Morgan에게 (식 1)에 의해 계산된 상환액을 지급하기로 계약하였다[7]. (식 1)의 상환액은 엔/달러 환율과 바트/달러 환율에 의하여 결정된다. 상환액에 사용된 변수들은 다음과 같이 정의되어 있다.

$$\$53,000,000\times\left\{0.97 - Max[0, \frac{Y_T - Y}{Y_T}] + Max[-1, 5\times\frac{B_T - B}{B_T}]\right\} \quad (1)$$

Y_T=만기시점의 엔/달러 환율
Y=계약시점의 엔/달러 환율
B_T=만기시점의 바트/달러 환율
B=계약시점의 바트/달러 환율

본 논문에서는 (식 1)에 의해 계산된 상환액을 사용하였으며 상환액의 현재 가치를 계산하기 위하여 몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 위험중립평가법을 적용하였다 [4, 5, 6]. 위험중립평가법을 적용하기 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

(가정 1) 달러/엔 환율은 현재 적정수준이며 변동성(volatility)이 σ_Y 인 로그노말 확산과정(logmormal diffusion process)을 따른다.
(가정 2) 달러/바트 환율은 현재 적정수준이며 변동성이 σ_B 인 로그노말 확산과정을 따른다.
(가정 3) 달러/엔 환율과 달러/바트 환율의 순간변동률은P의 상관계수를 갖는다.
위의 가정에 따라 만기시점의 달러/엔 환율과 달러/바트 환율의 분포는 다음과 같은 식에 의하여 결정된다.

$$\ln \frac{1}{Y_T} = \ln \frac{1}{Y} + (r_D - r_Y - \sigma_Y^2/2)(T-t) + \sigma_Y \sqrt{T-t}\ \tilde{\varepsilon}_Y$$

$$\tilde{\varepsilon}_Y \sim N(0, 1) \qquad (2)$$

$$\ln \frac{1}{B_T} = \ln \frac{1}{B} + (r_D - r_B - \sigma_B^2/2)(T-t) + \sigma_B \sqrt{T-t}\ \tilde{\varepsilon}_B$$

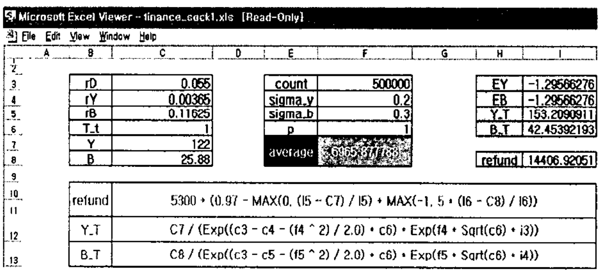
$$\tilde{\varepsilon}_B \sim N(0, 1) \qquad (3)$$

$$corr\ (\tilde{\varepsilon}_Y, \tilde{\varepsilon}_B) = P$$

(4)

r_D = 미국 국내의 1년 만기 무위험이자율
r_Y = 일본 국내의 1년 만기 무위험이자율
r_B = 태국 국내의 1년 만기 무위험이자율
N(0,1) = 표준정규분포
T-t = 1년

<그림 1>은 본 논문에서 구현한 몬테카를로 알고리즘에 기반한 스프레드시트의 실행 모습이다. (식 1)은 엑셀의 행10-11, 열B-I에 나타내었다. 또한 본 논문에서는 자산을 n으로 만기시점을 T로 표시하였다.



<그림 1> 몬테카를로 시뮬레이션에 기반한 스프레드시트 실행 모습

본 논문에서 구현한 병렬 스프레드시트에서의 파생상품의 상환액을 구하기 위한 과정은 다음과 같다. 브로커는 (식 1)에서 (식 3)까지의 수식과 매개변수(r_D, r_Y, r_B, Y, B)를 브로드캐스트로 계산노드에 전송하여 계산 작업을 병렬로 처리한다.

PSMC(k)는 k번째 노드에서의 실행과정을 나타낸다. M값은 계산노드에서의 반복횟수를 나타내며, $\tilde{\varepsilon}_Y$, $\tilde{\varepsilon}_B$, Y_T, B_T의 변수를 이용하여 각각의 계산노드에서 상환액의 현재가치를 한다. PS_MCarlo의 $\mathcal{P}$ 값은 최종상환액으로 엑셀의 행7-8, 열E-F에 표시된다.

Algorithm PS_MCarlo /* broker node */

for i=0 to p-1 **do**
  broadcast equations and parameters to computing peer nodes.
  parallel call PSMC(i)
end_for

$\mathcal{P} = \sum_{i=0}^{p-1} \mathcal{P}_k / P$,where $\mathcal{P}$ denotes the mean of present values and P denotes the number of computing peer nodes
end_Algorithm

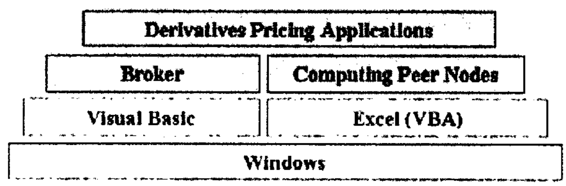
Procedure *PSMC(k)* /* computing peer nodes */

M= ⌈ count / P ⌉

for i=k*M to (k+1)*(M-1) **do**
 I: Get two random number $\tilde{\varepsilon}_Y$ and $\tilde{\varepsilon}_B$
 II: Calculate two exchange rates Y_T and B_T in rows 12-13 and columns B-I, and put the results into rows 5-6 and columns H-I
 III: Calculate the payment by the equation in rows 10-11 and columns B-I
 IV: Calculate a present values, P_i of the payment which is discounted by risk-free interest rate
end_for
V: return $\mathcal{P}_k = \sum_{i=k*m}^{(k+1)*(m-1)} P_i / M$,where $\mathcal{P}_k$ denotes the sub-mean of present values in computing peer node k
end_procedure

<그림 2> 몬테카를로 알고리즘

<그림 3>은 본 논문에서 제안한 시스템의 구성 형태를 계층적으로 나타낸다. 제안한 시스템은 윈도우 운영체제를 사용하는 컴퓨터에서 작업을 수행한다. 브로커는 비주얼 베이직 (Visual Basic)으로 구현하였으며 엑셀에서 제공되는 함수를 사용하여 계산 작업을 수행하기 위해 계산노드는 VBA (Visaul Basic for Application)로 구현하였다. VBA를 사용하면 조건 분기 처리나 순환 반복 작업 등의 수행을 통해 복잡한 수식 계산을 빠르게 처리할 수 있다.



<그림 3> 제안한 시스템의 계층 주조

3. 실험

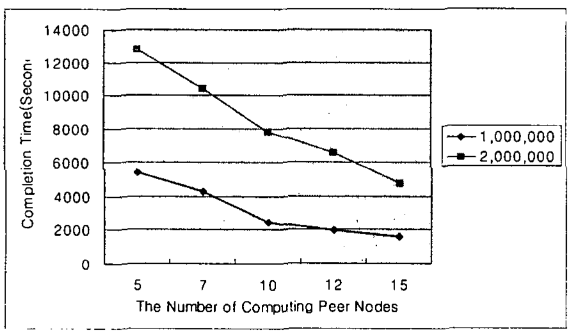
본 실험에서는 윈도우 운영체제를 사용하는 15대의 계산노드와 1대의 브로커를 사용하였다. 또한 노드간의 동기화가 이루어졌기 때문에 계산이 종료되는 시점은 가장 느린 계산노드에 의하여 결정된다. 본 논문에서 사용한 계산노드의 자원 환경은 <표 1>과 같다.

<표 1> 계산노드의 자원 환경

CPU	RAM	NETWORK	OS	노드 수
Pentium IV 1.8GHz	256M	100Mbps Ethernet	Windows XP	3
Pentium IV 2.4GHz	256M	100Mbps Ethernet	Windows XP	2
Pentium IV 2.8GHz	256M	100Mbps Ethernet	Windows XP	2
Pentium IV 3.0GHz	512M	100Mbps Ethernet	Windows XP	8

본 논문에서 제안한 병렬 스프레드시트의 성능을 측정하기 위하여 파생상품의 상환액의 계산 횟수는 1,000,000번과 2,000,000번을 사용하였다. 첫 번째 실험은 5대의 노드로 Pentium IV 3.0GHz 3대와 2.8GHz 2대로 구성하였다. 두 번째 실험은 7대의 노드로 Pentium IV 3.0GHz 7대로 구성하였다. 세 번째 실험은 10대의 노드로 Pentium IV 3.0GHz 8대와 2.8GHz 2대로 구성하였다. 네 번째 실험은 12대의 노드로 Pentium IV 2.4GHz 2대, 2.8GHz 2대, 3.0GHz 8대로 구성하였다. 그리고 마지막 실험에서는 15대의 노드를 모두 사용하였다.

5대의 노드로 1,000,000번 연산하는데 걸린 시간은 5,405초이다. 또한 15대의 노드를 사용하여 걸린 시간은 1,631초로 5대의 노드를 사용했을 때보다 약 76%의 연산시간이 단축되었다. 또한 5대의 노드에서 2,000,000번 연산하는데 걸린 시간은 12,810초이다. 그리고 15대의 노드를 사용하여 걸린 시간은 4,771초로 5대의 노드를 사용했을 때보다 약 72%의 연산시간이 단축되었다. <그림 4>는 노드 수가 증가함에 따라 감소한 계산 시간을 나타낸다.



<그림 4> 노드 수에 따른 계산 시간

4. 결론

본 논문에서는 파생상품의 가치를 계산하기 위하여 몬테카를로 알고리즘에 기반한 병렬 스프레드시트를 구현하였다. 스프레드시트를 사용하여 파생상품에 쓰이는 복잡한 수식을 처리하였고 몬테카를로 알고리즘 기법을 이용하여 파생상품의 가치를 계산하였다. 또한 실험을 통하여 병렬 스프레드시트의 노드 수가 증가함에 따라 파생상품의 계산 시간이 단축되었다는 것을 보였다.

참고문헌

1. P. P. Boyle, "Options: A Monte Carlo Approach," Journal of Financial Economics, vol. 4, pp. 323-338, 1977.

2. P. Boyle, M. Broadie, and P. Glasserman, "Monte Carlo Methods for Security Pricing," Journal of Economic Dynamics and Control, vol. 21, pp. 1267-1321, 1997.

3. C. Joy, P. Boyle, and K. S. Tan, "Quasi-Monte Carlo Methods in Numerical Finance," Man-agement Science, vol. 42. pp. 926-938, 1996.

4. Harrison, J. Michael, and S. R. Pliska, "Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading," Stochastic Processes and Their Applications, vol. 11, pp. 215-260, 1981.

5. J. C. Hull, "Options, Futures, and Other Derivatives," 5th ed, Prentice Hall, 2003.

6. Harrison, J. Michael, and D. M. Kreps, "Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets," Journal of Economic Theory, vol. 20, pp. 381-408, 1979.

7. J. S. Kim and S. J. Byun, "A Parallel Monte Carlo Simulation on Cluster Systems for Financial Derivatives Pricing," Proc. of Congress on Evolutionary Computation, 2005.