

전자기 전달관계 해석 기법을 이용한 슬롯리스형 BLDC 전동기의 정특성 해석

장석명, 조한욱, 최장영, 유대준, 이성호\*  
 충남대학교, LG 전자 D/A 연구소\*

Analysis on Static Characteristics of Slotless BLDC Motor using the Transfer Relations Methodology

Seok-Myeong Jang, Han-Wook Cho, Jang-Young Choi, Dae-Joon You, Sung-Ho Lee\*  
 Chungnam Nat'l Univ. LG D/A Research Lab.\*

**Abstract** - This paper deals with the static analysis of slotless BLDC motor. The transfer relations methodology is employed for predicting the electromagnetic characteristics, with reference to the magnetic field distribution.

1. 서론

전자기 에너지 변환기의 전자기 특성해석의 방법은 크게 수치해석법과 전자장 이론에 의한 해석적 기법으로 구분할 수 있다. 수치 해석법은 전자기 에너지 변환기기의 복잡한 기하학적 형상의 정밀 해석에 적용할 수 있으며, 전자장 이론에 의한 해석적 기법은 초기 설계시 설계 변수에 따른 기기의 특성을 분석·과약 하는데 적용된다. 본 논문에서는 전자장 이론 해석적 기법중 미국 MIT 대학의 Melcher 교수가 제안한 각 해석영역의 전자기 전달관계에 의한 해석법을 슬롯리스형 영구자석 BLDC 전동기에 적용하여 체계화된 전자기 특성 해석기법을 확립하였다 [1].

해석 영역의 지배 방정식으로부터 자기 벡터 포텐셜을 구하는 다중층 해석법과는 달리, 전자기 전달관계 (Transfer Relations) 해석법은 경계면에서 자기 벡터포텐셜을 구하게 되며, 2개 이상의 계자 시스템에 적용하면 매우 편리하다[2].

그림 1은 축 영역과 고정자 영역이 철심으로 구성된 슬롯리스 BLDC 전동기의 간이화된 극좌표 해석 모델이다.  $\alpha, \beta, \gamma$  그리고  $\delta$  는 각각 영구자석 외반경, 영구자석 내반경, 고정자 코일의 외반경(고정자 철심 내반경) 및 고정자 코일 내반경을 나타낸다.

2. 영구자석 영역에서의 전달관계

그림 2는 영구자석 영역에 대한 간이화된 해석 모델을 나타낸다. 맥스웰 방정식과 자체에서 자화  $M$ 과의 관계를 식으로 나타내면 식(1), (2)와 같다.

$$\nabla \times H = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \nabla \times M \tag{2}$$

따라서, 해석모델의 지배방정식은 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla^2 A_n = -\mu_0 (\nabla \times M) \tag{3}$$

한편, 식(3)의 우변에서,  $\nabla \times M$ 을 정리하기 위하여 자화  $M$ 을 정의 하면 식(4)와 같다.

$$M = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ M_{rn} e^{-jn\theta} \hat{i}_r + M_{\theta n} e^{-jn\theta} \hat{i}_\theta \} \tag{4}$$

식(3)의 편미분 방정식을 풀면 구하고자 하는 해  $A_{zn}$ 은 식(5)와 같다.

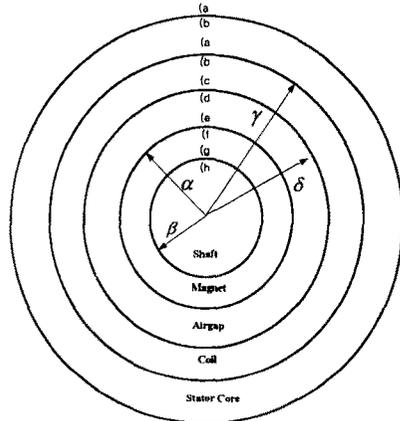


그림 1. 슬롯리스 영구자석 전동기의 극좌표 모델

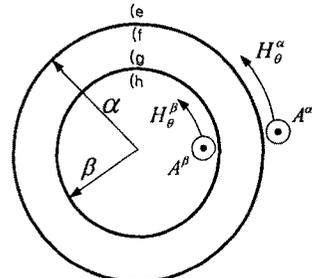


그림 2. 영구자석 영역에 대한 극좌표 모델

$$A_{zn} = \frac{\left(\frac{\beta}{r}\right)^{np} - \left(\frac{r}{\beta}\right)^{np}}{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{np} - \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{np}} (A'_{zn} - A_{znp}(\alpha)) + \frac{\left(\frac{r}{\alpha}\right)^{np} - \left(\frac{\alpha}{r}\right)^{np}}{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{np} - \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{np}} (A''_{zn} - A_{znp}(\beta)) + A_{znp}(r) \tag{5}$$

여기서,  $A_{znp}$ 는 식(3)의 특수해 인데 식(6)과 같다.

$$A_{znp} = \sum_{n=odd}^{\infty} \frac{j r \mu_0 n p M_{rn}}{(np)^2 - 1} e^{-jn\theta} \tag{6}$$

$B = \nabla \times A$ 에 의해  $r$ 방향 및  $\theta$  방향의 자속밀도는 각각 식(7)과 같다.

$$B_{rn} = -\frac{jnp}{r} A_{zn} e^{-jn\theta} \tag{7}$$

$$B_{\theta n} = -\frac{\partial}{\partial r} A_{zn} e^{-jn\theta}$$

식(7)에서  $B_{\theta n}^e$ 를 계산하면 식(8)과 같다.

$$B_{\theta n} = \frac{np}{r} \cdot \frac{\left[ \left( \frac{\beta}{r} \right)^{np} + \left( \frac{r}{\beta} \right)^{np} \right]}{\left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{np} - \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{np}} (A_{zn}^f - A_{zn}^g(a)) - \frac{np}{r} \cdot \frac{\left[ \left( \frac{r}{\alpha} \right)^{np} + \left( \frac{\alpha}{r} \right)^{np} \right]}{\left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{np} - \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{np}} (A_{zn}^e - A_{zn}^g(\beta)) - \frac{j\mu_0 np M_n}{(np)^2 - 1} \quad (8)$$

여기서, 경계 f와 경계 g에서의  $B_{\theta n}$ 을 식(9)와 같이 정의하자.

$$\begin{cases} B_{\theta n} = B_{\theta n}^f & \text{at } r = a \\ B_{\theta n} = B_{\theta n}^g & \text{at } r = \beta \end{cases} \quad (9)$$

따라서, 경계면 f와, 경계면 g,에서의 전자기 전달관계는 식(10)으로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} B_{\theta n}^f \\ B_{\theta n}^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(\beta, a) & G_0(\alpha, \beta) \\ G_0(\beta, a) & F_0(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{zn}^f \\ A_{zn}^g \end{bmatrix} - \frac{j\mu_0 np M_n}{(np)^2 - 1} \begin{bmatrix} aF_0(\beta, a) + \beta G_0(\alpha, \beta) + 1 \\ \alpha G_0(\beta, a) + \beta F_0(\alpha, \beta) + 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서,  $F_0(x, y)$ 와  $G_0(x, y)$ 는 각각 식(11), 식(12)로 정의된다.

$$F_0(x, y) = \frac{np}{y} \cdot \frac{\left[ \left( \frac{x}{y} \right)^{np} + \left( \frac{y}{x} \right)^{np} \right]}{\left[ \left( \frac{x}{y} \right)^{np} - \left( \frac{y}{x} \right)^{np} \right]} \quad (11)$$

$$G_0(x, y) = \frac{2np}{x} \cdot \frac{1}{\left[ \left( \frac{x}{y} \right)^{np} - \left( \frac{y}{x} \right)^{np} \right]} \quad (12)$$

영구자석에 의한 자계 해석 결과를 그림 3에 나타내었다. 전달관계 기법에 의한 해석 결과와 FEM 해석 결과가 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

## 2. 고정자 및 축의 철심을 고려한 전달관계

실제 전동기에서는 영구자석을 부착하는 철심 축영역과 고정자에 철심이 존재한다. 따라서, 그림 4와 같은 간이화된 해석 모델을 제시한다.

공극에서의 전달관계는 식(13)과 같다.

$$\begin{bmatrix} B_{\theta n}^e \\ B_{\theta n}^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(\alpha, \gamma) & G_0(\gamma, a) \\ G_0(\alpha, \gamma) & F_0(\gamma, a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{zn}^e \\ A_{zn}^g \end{bmatrix} \quad (13)$$

철심영역에서 자속은 수직으로 빠져나가므로, 경계 b와 경계 g에서 식(14), 식(15)와 같은 경계조건을 세울 수 있다.

$$B_{\theta n}^b = 0 \quad (14)$$

$$B_{\theta n}^g = 0 \quad (15)$$

따라서,  $B_{\theta n}^e$ 는 식(16)과 같다.

$$B_{\theta n}^e = \left\{ -\frac{G_0(\alpha, \gamma)G_0(\gamma, a)}{F_0(\alpha, \gamma)} + F_0(\gamma, a) \right\} A_{zn}^e \quad (16)$$

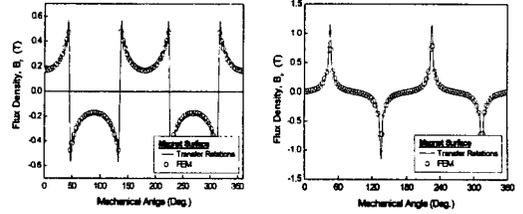
그리고, 식(17), 식(18)에 의하여

$$A_{zn}^e = A_{zn}^f \quad (17)$$

$$B_{\theta n}^e = B_{\theta n}^f - \mu_0 M_{\theta n} \quad (18)$$

$A_{zn}^e$ 를 구할 수 있으므로, 식(16)의  $B_{\theta n}^e$ 를 구할 수 있다.

고정자 및 축영역의 철심을 고려한 영구자석에 의한 자계 해석 결과를 그림 5에 나타내었다. 전달관계 기법에



(a) 수직 성분,  $B_{\theta n}^e$  (b) 수평 성분,  $B_{\theta n}^g$   
 그림 3. 영구자석에 의한 자계 특성 해석 결과(표면)

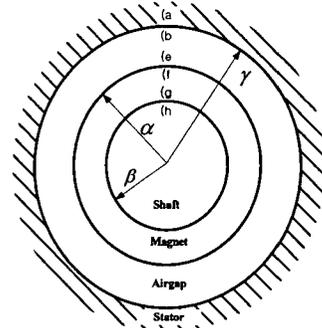
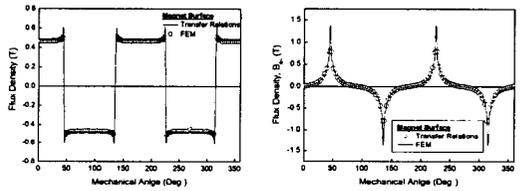
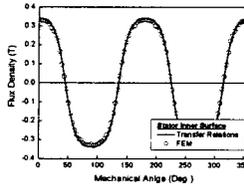


그림 4. 고정자 및 축영역의 철심을 고려한 영구자석에 의한 자계 특성 해석 결과



(a) 수직 성분,  $B_{\theta n}^e$  (b) 수평 성분,  $B_{\theta n}^g$



(c) 수직 성분,  $B_{\theta n}^b$

그림 5. 고정자 및 축의 철심을 고려한 영구자석에 의한 자계 특성 해석 결과(표면)

의한 해석 결과와 FEM 해석 결과가 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

공극 임의의 경계면 Y에서의 전달관계를 구하기 위하여 식(20)과 같은 공극 영역의 전달관계를 정의하자.

$$\begin{bmatrix} B_{\theta n}^Y \\ B_{\theta n}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(\alpha, Y) & G_0(Y, a) \\ G_0(\alpha, Y) & F_0(Y, a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{zn}^Y \\ A_{zn}^e \end{bmatrix} \quad (20)$$

경계 e에서의 자속밀도  $B_{\theta n}^e$ 과  $A_{zn}^e$ 를 알고 있으므로,  $A_{zn}^Y$ 를 식(21)과 같이 쓸 수 있다.

$$A_{zn}^Y = \frac{B_{\theta n}^e - F_0(Y, a)A_{zn}^e}{G_0(\alpha, Y)} \quad (21)$$

따라서,  $B_{\theta n}^Y$ 와  $B_{\theta n}^e$ 는 식(22)에 의하여 구할 수 있다.

$$B_{rm}^Y = -\frac{inb}{Y} A_{zn}^Y \quad (22)$$

$$B_{\theta m}^Y = -\frac{\partial}{\partial r} A_{zn}^Y$$

영구자석에 의한 공극에서의 자계 해석 결과를 그림 6에 나타내었다. 전달관계 기법에 의한 해석 결과와 FEM 해석 결과가 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

### 3. 전기자 코일에 의한 전달관계

그림 7은 전류밀도  $J_f$ 가 존재하는 공간에서 전기자 코일에 의한 극좌표 모델을 간이화 하여 나타낸 것이다. 맥스웰 방정식과 자계의 기본 특성식을 이용하여 지배방정식(23)을 유도 할 수 있다.

$$\nabla^2 A_n = -\mu_0 J_f \quad (23)$$

영구자석 영역에서와 마찬가지로 식(23)의 편미분 방정식을 풀고 경계 b와 경계 c에서의 전자기 전달관계를 표현하면 식(24)와 같다.

$$\begin{bmatrix} B_{\theta m}^b \\ B_{\theta m}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(\delta, \gamma) & G_0(\gamma, \delta) \\ G_0(\delta, \gamma) & F_0(\gamma, \delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{zn}^b \\ A_{zn}^c \end{bmatrix} - \frac{\mu_0 J_{zn}}{(n\beta)^2 - 1} \begin{bmatrix} \gamma F_0(\delta, \gamma) + \delta G_0(\gamma, \delta) + 1 \\ \gamma G_0(\delta, \gamma) + \delta F_0(\gamma, \delta) + 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

그림 8은 고정자 및 축의 철심을 고려한 전기자 코일에 의한 자계 계산을 위한 극좌표 간이화 모델이다. 공극에서의 전달관계는 식(25)와 같다.

$$\begin{bmatrix} B_{\theta m}^d \\ B_{\theta m}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(\beta, \delta) & G_0(\delta, \beta) \\ G_0(\beta, \delta) & F_0(\delta, \beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{zn}^d \\ A_{zn}^e \end{bmatrix} \quad (25)$$

철심영역에서 자속은 수직으로 빠져나가기므로, 경계 b와 경계 g에서 식(26), 식(27)와 같은 경계조건을 세울 수 있다.

$$B_{\theta m}^b = 0 \quad (26)$$

$$B_{\theta m}^g = 0 \quad (27)$$

따라서,  $B_{\theta m}^d$ 는 식(28)로 쓸 수 있다.

$$B_{\theta m}^d = \left\{ F_0(\beta, \delta) - \frac{G_0(\delta, \beta)G_0(\beta, \delta)}{F_0(\delta, \beta)} \right\} A_{zn}^d \quad (28)$$

그리고, 식(29), 식(30)에 의하여

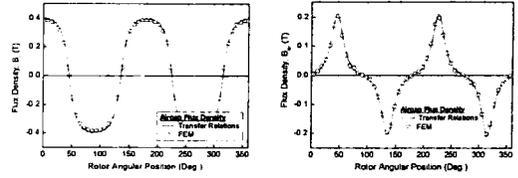
$$A_{zn}^c = A_{zn}^d \quad (29)$$

$$B_{\theta m}^c = B_{\theta m}^d \quad (30)$$

$A_{zn}^d$ 를 구할 수 있으므로, 식(16)의  $B_{\theta m}^d$ 를 구할 수 있다. 고정자 및 축영역의 철심을 고려한 전기자 코일에 의한 자계 해석 결과를 그림 9에 나타내었다. 전달관계 기법에 의한 해석 결과와 FEM 해석 결과가 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 슬롯리스형 BLDC 전동기의 영구자석에 의한 자계 특성 및 3상 고정자 권선에 의한 자계 분포를 자기 벡터포텐셜과 극 좌표계를 이용하여 예측하였고, 예측한 결과를 FEM 해석결과와 비교하여 매우 잘 부합함을 확인하였다. 향후, 본 논문에서 제시된 해석 결과는 역기전력, 정토크, 쇄교자속, 인덕턴스 등의 전동기 파라미터 계산에 적용될 것이다.



(a) 수직 성분 (b) 수평 성분  
그림 6. 공극 중양에서의 자계 특성 해석 결과

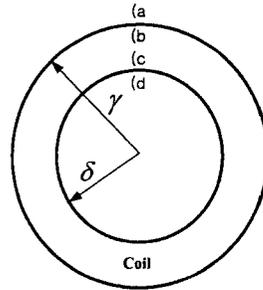


그림 7. 코일에 대한 극좌표 모델

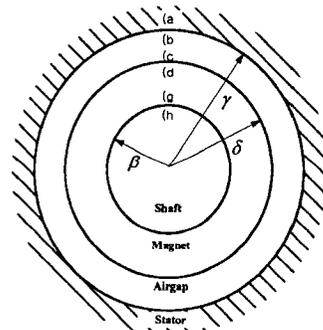
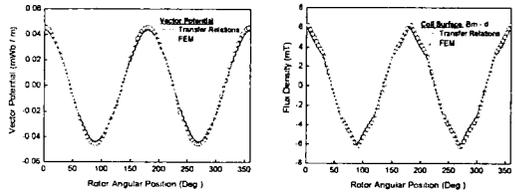


그림 8. 고정자 및 축의 철심을 고려한 코일에 의한 자계 모델링



(a) 수직 성분,  $B_{rm}^d$  (b) 수평 성분,  $B_{\theta m}^d$

그림 9. 고정자 및 축의 철심을 고려한 코일에 의한 자계 특성(표면)

### [참 고 문 헌]

- [1] 이성호, 자기회로 구성조건에 따른 직선형 전자기 에너지 변환기의 정특성 해석, 충남대학교 박사학위논문, 2003
- [2] David L. Trumper, Won-Jong Kim, Mark E. Williams, "Design and analysis framework for linear permanent magnet machines," IEEE Trans. IAS, vol. 32, no. 2, pp. 371-379, March/April 1996.