

## 확장 칼만 필터를 이용한 직류 모터 모델의 실용적인 계수 동정 기법

김 민정, 이 혜진, 박 진배  
연세대학교 전기전자공학과

### Practical Parameter Identification Method for DC Motor Model using the Extended Kalman Filter

Min-Jeung Kim, Hye-Jin Lee, Jin-Bae Park  
Department of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University

**Abstract** - 본 논문에서는 확장 칼만 필터를 이용하여 직류 모터의 동특성을 실용적으로 모델링하는 방법을 제안한다. 먼저 시험을 통해 모터의 주파수 별 응답 특성을 추출하고 이로부터 확장 칼만 필터를 이용하여 출력 전압의 이득 감쇄와 위상 지연을 추정한다. 추정된 값을 이용하여 모터의 선형 동특성을 모델링하고, 각각의 비선형 요소를 추가시키면서 모델 출력과 실제 시험을 통해 획득한 각속도 출력의 RMSE (Root Mean Square Error)를 최소화시키는 비선형 계수 값을 산출하여 최종적인 직류 모터의 모델을 완성한다.

## 1. 서 론

직류 모터는 전기적인 에너지를 기계적인 힘으로 변화시키기 위한 가장 기본적인 장치 중에 하나이다. 일반적으로 직류 모터는 구조가 간단하고 가격이 저렴하며 회전 제어기가 쉽기 때문에 제어용 모터로서 여러 분야에서 널리 이용되고 있다. 직류 모터를 이용하여 제어 시스템을 설계할 때 가장 우선 시되는 작업은 모터를 수학적으로 모델링하고 모터 계수를 결정하는 일이다. 기존에는 직류 모터를 모델링하는 방법으로 인공 지능을 이용하여 계수를 동정하는 기법이 제안되었으나[1]-[3] 이 방법들은 구조가 단순한 직류 모터에 적용하기에 상대적으로 모델링 과정이 복잡할 뿐만 아니라 측정 잡음 등으로 인해 모델링 오차가 발생할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 측정 잡음 등으로 인한 모델링 오차를 최소화시키고 모델링 과정에서의 계산량을 최소화하기 위해 확장 칼만 필터를 이용한 이득 감쇄와 위상 지연을 추정하는 방법을 사용한다. 일반적으로 직류 모터의 선형 동특성은 수학적으로 2차 시스템으로 근사화시킬 수 있기 때문에[4] 추정된 이득 감쇄 정도와 위상 지연으로부터 2차 전달함수를 산출하여 선형 동특성 계수들의 값을 결정한다. 다음으로 모터의 비선형 동특성을 모델링하기 위하여 선형 동특성 모델에 비선형 요소를 추가시키면서 모델 출력과 실제 시험을 통해 획득한 각속도 출력의 RMSE (Root Mean Square Error)를 최소화시키는 비선형 요소들의 값을 순차적으로 산출한다. 마지막으로 동일한 전압 입력에 대해 최종적인 모터 모델의 출력과 실제 모터에 대한 시험 결과를 비교함으로써 모델링 결과의 정확성을 입증한다.

## 2. 직류 모터 모델링

### 2.1 직류 모터의 동특성 모델

본 논문에서 모델링을 시행할 모터는 그림 2.1과 같은 내부 구조를 갖는 ArvinMeritor 사의 직류 모터이다. 대상 모터는 그림 1에서 보는 것처럼 모터 회전축 주위에 1개의 자석이 장착되어 있으며, 홀센서는 모터의 축과

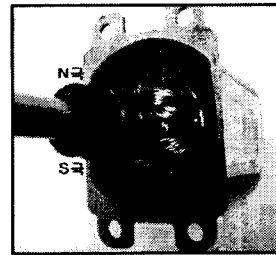


그림 1. ArvinMeritor 사의 직류 모터의 내부 구조

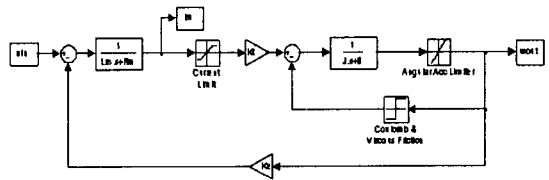


그림 2. 직류모터의 동특성 모델

기계적으로 연결된 인터페이스 끝에 위치한다. 모터의 선형 동특성과 비선형 동특성을 포함한 직류 모터의 동특성 모델은 그림 2와 같다.

### 2.2 시험 환경 구성

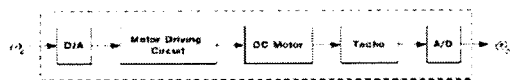


그림 3. 실험 환경 구성도

직류 모터를 모델링하기 위해서 그림 3과 같은 실험 환경을 구성하였다. 실험 환경은 직류 모터, 모터의 회전 속도를 측정하는 아날로그 타코미터, 모터를 구동시키기 위한 구동회로, 모터와 구동회로에 전압을 인가하기 위한 전원부, 모터 각속도 제어명령을 산출하고 측정치를 디지털 자료 획득보드를 통해 실시간으로 저장하는 PC로 구성된다. 모터 시스템에서 직류 모터와 인터페이스, 홀센서만을 취해 모터 구동 회로에 연결한 뒤, PC 상의 프로그램에서 모터에 구동 전압 명령을 인가하면 D/A(Digital/Analog) 변환기를 거쳐 각속도 제어를 위한 PWM 구동전압이 모터 구동 회로를 통해 직류 모터에 인가된다. 이때, 모터 축에 연결된 타코미터는 모터의 회전 각속도와 비례하는 전압을 측정하며, 측정된 타코미터 출력은 A/D(Analog/Digital) 변환기를 거쳐 PC에 저장되며, 타코미터 출력으로 실제 모터 출력의 특성을 알 수 있다. 자료획득 보드로부터 얻어진 타코미터 출력에 저 큰 각속도 측정 잡음이 포함되어 있으므로 사전에 저

역통과필터를 거치고, 그 결과를 모델링을 위한 추정치로 사용한다.

### 2.3 직류 모터의 선형 동특성 모델링

그림 2의 모델에서 비선형 요소를 제외한 선형 동특성 모델은 식 (1)과 같이 입력전압에 대한 출력 각속도의 전달함수로 주어진다.

$$\begin{aligned} \alpha(s) &= \frac{\omega_m(s)}{V_c(s)} \frac{[\text{rad/s}]}{[\text{V}]} = \frac{K_m \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \\ &= \frac{\frac{K_t}{JL_m}}{s^2 + \left(\frac{JR_m + BL_m}{JL_m}\right)s + \frac{K_e K_t + R_m B}{JL_m}} \end{aligned} \quad (1)$$

시험을 통해 주파수 별 응답 특성을 추출하고 이로부터 근사화된 선형 모터모델을 산출한다. 모터 구동전압에 대한 출력전압의 이득 감쇄 및 위상 지연정도를 추정함으로써 이로부터 모터의 주파수 특성을 산출할 수 있다. 주파수 영역에서 동특성 분석 시 잡음에 의한 동특성 해석 오차가 발생할 수 있으므로 자료 해석시의 오차를 최소화하기 위해 확장 칼만 필터[5]를 이용한 이득 감쇄 및 위상 지연 추정 방법을 도입한다. 저역통과필터의 출력을 필터 추정치로 사용하고 확장 칼만 필터의 대역폭을 넓게 조정함으로써 이득 감쇄 및 위상 지연 추정 시의 수렴 속도를 향상시킬 수 있다. 모터 모델링을 위해 사용되는 정현파와 입력력 신호는 식 (2)와 같이 주어지며, 주어진 정현파와 신호의 이득감쇄 및 위상지연을 추정하기 위한 상태 모델은 식 (3)과 같다.

$$y_k = A_k \sin(2\pi f \cdot T_s k + \phi_k) + v_k \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} A_{k+1} \\ \phi_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_k \\ \phi_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

위의 상태 모델에 적용되는 확장 칼만 필터 알고리즘은 그림 4에서 정리된 것과 같다. 추정된 정현파의 크기와 위상 지연을 이용하여 그림 5의 실험치와 같이 주파수 영역에서의 보드선도를 획득할 수 있다. 실험을 통해 획득한 보드선도를 주파수 영역에서 최소 자승 기법을 적용하여 2차 시스템으로 적합하고 식 (1)의  $\omega_n$ 과  $\zeta$ 를 산출한다. 여기서, 주어진 변수와 선형 동특성 모델의 미지수는 표 1과 같다. 모터 파라미터와 모터 응답특성 간의 관계식은 다음 조건식들로 정리된다.

$$\frac{\hat{\alpha}(\infty)}{V_c} = \frac{B}{R_m B + K_e K_t} \quad (4)$$

$$\frac{\alpha(\infty)}{V_c} = \frac{K_t}{R_m B + K_e K_t} \quad (5)$$

$$2\zeta \omega_n = \frac{R_m + B}{J} \quad (6)$$

$$\omega_n^2 = \frac{R_m B + K_e K_t}{JL_m} \quad (7)$$

$$K_m \omega_n^2 = \frac{K_t}{JL_m} \quad (8)$$

위의 식들의 해를 이용하여 다음과 같이 미지수의 값을 산출할 수 있다.

$$B = \frac{\hat{\alpha}(\infty)}{\alpha(\infty)} K_t \quad (9)$$

$$K_e = \frac{V_c}{\alpha(\infty)} - R_m \frac{\hat{\alpha}(\infty)}{\alpha(\infty)} \quad (10)$$

$$J = \frac{V_c}{\alpha(\infty) \omega_n R_m} \left( \zeta + \sqrt{\zeta^2 - \frac{\hat{\alpha}(\infty) R_m}{V_c}} \right) K_t \quad (11)$$

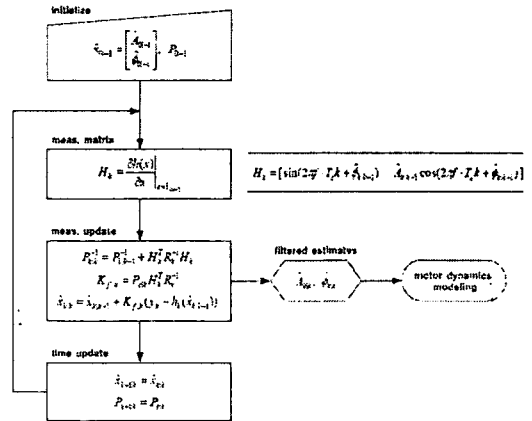


그림 4. 확장 칼만 필터를 이용한 정현파 이득감쇄 및 위상지연 추정

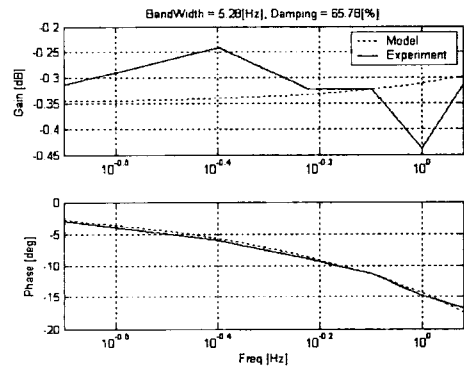


그림 5. 확장 칼만 필터를 이용한 보드선도

표 1. 선형 동특성 모델링을 위한 변수

주어진 계수	$V_c, R_m, T_s, \hat{\alpha}(\infty), \alpha(\infty), K_m, \omega_n, \zeta$
미지수	$L_m, K_t, K_e, J, B$

표 2. 선형 동특성의 주어진 계수 측정값

$V_c$	$R_m$	$T_s$	$\hat{\alpha}(\infty)$	$\alpha(\infty)$	$K_m$	$\omega_n$	$\zeta$
[V]	[Ω]	[Nm]	[A]	[rad/s]			
12	1	8.6	2.7	444.44	37.04	31.97	0.67

표 3. 선형 동특성의 미지수 계산값

$L_m$	$K_t$	$K_e$	$J$	$B$
[H]	[Nm/A]	[V/rad/s]	[kg·m <sup>2</sup> ]	[kg·m <sup>2</sup> /s]
0.02743	0.7185	0.02042	0.00067	0.00426

$$L_m = \frac{R_m}{\omega_n \left( \zeta + \sqrt{\zeta^2 - \frac{\hat{\alpha}(\infty) R_m}{V_c}} \right)} \quad (12)$$

모터 상수  $K_t$ 는 모터 각속도가 0이 되는 시점에서의 정격 토크  $T_s$ 를 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$K_t = \frac{T_s R_m}{V_c} \quad (13)$$

표 1의 주어진 변수를 실험을 통해 측정된 결과는 표 2와 같다. 측정된 변수를 식 (9) - 식(13)에 대입하여 계산한 미지수의 값은 표 3과 같다.

## 2.4 직류 모터의 비선형 동특성 모델링

모터의 비선형 동특성을 모델링하기 위해 그림 2.1과 같이 선형 모델에 비선형 요소, 즉 정지/운동 마찰력 및 각속도 제한, 전류 제한치를 추가 고려한다. 주파수 응답에서 산출된 선형 모터 모델에 정지 마찰력을 추가하여 각속도 0 부근에서 시간 응답특성을 일치시키고, 이후 운동 마찰력을 변화시키면서 RMSE가 최소가 되는 마찰계수를 찾는다. 고주파 영역에서의 비선형 특성은 전류 제한치에 의해 그 특성이 대부분 결정된다. 따라서 앞서 구한 마찰력 계수를 그대로 적용하고 전류 제한치를 고정시킨 후, 각각의 전류 제한치에 대해 각속도 제한치를 변화시키면서 다코미터 출력과 모델링 결과와의 RMSE를 산출하여 최적의 비선형 모델 변수를 찾는다. 이상의 과정을 거쳐 비선형 요소를 모델링한 결과는 표 4과 같다.

표 4. 비선형 요소 모델링 결과

정지마찰력	운동마찰력	전류제한치	각속도제한치
0.72	-0.00136	4.15	2981

## 2.5 모델링 실험 결과

선형 동특성 및 비선형 동특성 모델링 결과를 통해 산출된 최종적인 직류 모터의 모델의 정확성을 검증한다. ArvinMeritor 직류 모터의 주요 구동 주파수 영역인 0.4Hz, 1.0Hz, 1.6Hz의 정현파 전압에 대하여 다코미터를 이용하여 전압 출력을 각각 추출한다. 동일한 입력에 대하여 모터의 선형 모델과 비선형 모델을 포함한 모델의 출력을 실제 모터의 출력과 각각 비교한다. 그 결과는 그림 6과 같다. 0.4Hz의 저주파수 영역에서는 선형 모델과 비선형 모델 모두 다코미터 측정 결과와 거의 일치한다. 그러나 각속도가 0인 근처에서는 비선형 동특성의 영향으로 인한 불연속 구간이 발생하여 선형 모델의 출력은 실제 출력과 차이를 보인다. 1.0Hz의 주파수에서는 비선형 모델은 전 구간에서 거의 일치하는 반면 선형 모델은 각속도가 0인 구간 뿐만 아니라 각속도가 변하는 구간에서 실제 출력과의 차이가 발생하기 시작한다. 1.6Hz의 고주파 영역에서는 비선형 모델의 출력은 비교적 실제 동특성에 따른 출력과 일치하지만 선형 모델 출력은 모델링 정확도가 현저히 감소한다. 이는 입력 전압의 주파수가 증가할수록 비선형 동특성의 영향이 커지기 때문이다. 결과적으로 확장 칼만 필터를 이용하여 산출된 선형 동특성 계수들과 RMSE를 최소화시키는 방법을 통해 계산된 비선형 동특성 계수들을 모두 포함한 최종적인 모터 모델은 전 구동 주파수 영역에서 실제 모터 특성과 거의 일치한다. 이상의 실험 결과로부터 제안된 모터 모델링 방법의 타당성 및 적용 가능성을 확인할 수 있다.

## 3. 결 론

본 논문에서는 미지의 계수를 지닌 직류 모터에 대한 실용적인 모델링 기법을 제안한다. 이를 위해 먼저 확장 칼만 필터를 이용하여 이득 감쇄 및 위상 지연을 추정하고 그 결과로부터 직류 모터의 선형 동특성 모델을 산출한다. 이와 더불어, RMSE 최적화 기법을 이용하여 순차적으로 비선형 요소를 모델링하는 방법을 제시한다. 제안된 모델링 기법은 제어기 설계를 위한 선형 모델과 설계된 제어기의 성능 평가를 위한 비선형 모델을 동시에 얻을 수 있다는 이점을 갖는다. 모터의 주요 구동 주파수 영역에서 정현파 전압 입력에 대하여 모터 모델의 출력과 실제 모터 출력을 비교함으로써 모델링 결과의 정확성을 검증하였다. 본 논문에서 제안한 직류 모터의 계수 동정 기법은 기존의 모델링 방법에 비해 계산량이 적

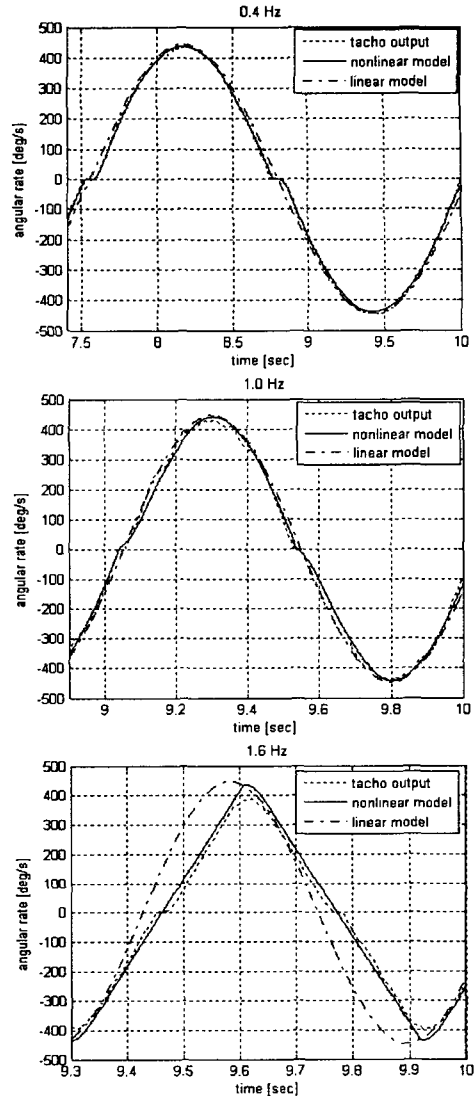


그림 6. 실제 모터의 출력과 모델링 결과 비교

으므로 실제 직류 모터 시스템에 적용하기에 용이할 뿐만 아니라 모델링의 정확성도 보장할 수 있는 방법이다.

## [참 고 문 헌]

- [1] Siri Weerasooriya and M.A.El-Sharkawi, "Identification and Control of a DC Motor Using Backpropagation Neural Networks", *IEEE Trans. Energy Conversion*, Vol. 6, No. 4, 1991.
- [2] Ahmed Rubaai and Raj Kotaru, "Online Identification and Control of a DC Motor Using Learning Adaptation of Neural Networks", *IEEE Trans. Industry Applications*, Vol. 36, No. 3, 2000.
- [3] Ieroham S. Baruch, Jose M. Flores and Fernando Nava R, "An Advanced Neural Network Topology and Learning. Applied for Identification and Control of a DC Motor", *2002 First International IEEE Symposium Intelligent System*, Sept. 2002.
- [4] Electro-Craft Corporation, *DC Motors, Speed Controls, Servo Systems: an Engineering Handbook*, Minnesota Electro-Craft Corporation, fifth edition, 1980.
- [5] Brian D. O. Anderson and John B. Moore, *Optimal Filtering*, Prentice-Hall, Inc., 1979.