

**Affine Scaling Interior Point Method를 이용한 제약급전계획에 관한 연구**

김경민\*, 한석만\*, 김강원\*\*, 박종성\*, 정구형\*, 김발호\*  
 홍익대학교\*, 에너지관리공단\*\*

**A Study on the Constrained Dispatch Scheduling Using Affine Scaling Interior Point Method**

Kyung-Min Kim\*, Seok-Man Han\*, Kang-Won Kim\*\*, Jung-Sung Park\*, Koo-Hyung Chung\*, Balho H. Kim\*  
 Hong-Ik University\*, KEMCO\*\*

**Abstract** - This paper presents an Optimal Power Flow (OPF) algorithm using Interior Point Method (IPM) to swiftly and precisely perform the five minute dispatch. This newly suggested methodology is based on Affine Scaling Interior Point Method (AS IPM), which is favorable for large-scale problems involving many constraints. It is also eligible for OPF problems in order to improve the calculation speed and the preciseness of its resultant solutions. Lastly, this paper provides a relevant case study to confirm the efficiency of the proposed methodology.

**1. 서 론**

1960년대 초, 전력계통의 경제급전(economic dispatch, ED) 문제의 연장선상에서 최적조류계산 문제가 대두된 이래, 최적조류계산 문제는 현재 전력계통 분야에서 가장 연구가 활발한 분야 가운데 하나이다. 1962년 Carpentier에 의해 최적조류계산 문제가 처음으로 제안된 후, 이러한 최적조류계산 문제는 최적화 기법과 컴퓨터 기술의 발달에 힘입어 많은 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히, 전력산업의 구조개편 논의가 활발히 진행되고 있는 우리나라의 경우, 전력계통의 운용과 계획 및 전력경제 분야 연구에 기초적이고 필수적인 도구를 제공하는 최적조류계산 문제에 대한 관심은 더욱 커지고 있는 것이 사실이다.

최적조류계산 문제는 제약 조건이 있는 최적화 문제로 기존의 경제급전문제가 목적함수로서 유효전력 발전비용의 최소화만을 고려하고 제약조건으로서 전력수급 조건만을 고려한 것과는 달리 다양한 종류의 목적함수와 제약조건들을 고려할 수 있는 일반적인 최적화문제로 정식화 될 수 있는데 이러한 제약조건들은 등식 제약조건과 부등식 제약조건으로 들어가게 된다. 과거에 이러한 최적조류계산 문제를 풀기위해 선형계획법으로 널리 사용된 심플렉스 기법을 사용하였다. 심플렉스 기법은 지수함수 시간(exponential time) 알고리즘으로 작은 문제에 대해서는 별 영향을 받지 않지만, 고려해야 될 제약식의 수 및 변수가 증가함에 따라 이를 푸는 속도가 매우 느리다는 단점을 가지고 있다. 1984년에 Karmarkar라는 수학자가 심플렉스 기법의 한 대안으로 Interior Point Method(IPM)했다. 이 기법은 심플렉스 기법에 비해 매우 복잡하여 매 반복마다 계산량이 많고 단순한 문제의 경우라도 다수의 반복이 필요하지만, 대형 문제에 대해서는 IPM을 사용하면 심플렉스 기법을 훨씬 능가한다. Karmarkar는 수천개의 제약식과 변수를 포함하는 대형 문제에 대해서 IPM이 심플렉스 기법보다 100배이상의 계산속도를 향상시킨다는 연구 결과를 보고했다.

본 연구에서는 위에 기술한 바와 같이 대형문제에 적합한 IPM을 최적조류계산 문제에 적용하고자 한다. 제

안된 기법은 Linear Transformation을 이용한 AS IPM이고, 비선형 목적함수와 선형함수들로 구성된 최적조류계산 문제를 풀기위한 알고리즘을 제시한다.

**2. 본 론**

**2.1 OPF 정식화**

일반적인 최적조류계산 문제는 다음과 같다.

$$\min \sum_{i=1}^{n_g} \alpha_i + \beta_i P_i^{gen} + \gamma_i P_i^{gen2} \tag{1}$$

$$s.t. P_n^{gen} - \sum_{n,m \in S} P_{n,m}^{line} = P_n^{load} \quad n = 1, \dots, n_{bus} \tag{2}$$

$$P_i^{gen} \leq \overline{P_i^{gen}} \leq \underline{P_i^{gen}} \quad i = 1, \dots, n_g \tag{3}$$

$$P_{n,m}^{line} \leq \overline{P_{n,m}^{line}} \tag{4}$$

여기서,

- $n_{bus}$ : 모선의 수
- $n_g$ : 발전기의 수
- S: 연결된 모선 집합
- $P_i^{gen}$ : 발전기 i의 발전량
- $\overline{P_i^{gen}}$ : 발전기 i의 발전상한
- $\underline{P_i^{gen}}$ : 발전기 i의 발전하한
- $P_{n,m}^{line}$ : 선로(n,m)에 흐르는 유효전력
- $\overline{P_{n,m}^{line}}$ : 선로(n,m)에 흐르는 유효전력상한

식(1)은 발전비용을 최소화하는 비선형 목적함수이고, 식(2)는 전력수급의 균형을 맞추기 위한 등식 제약이고, 식(3)은 발전량한계 부등식 제약이다. 식(4)는 선로의 과부하 방지를 위한 선로 제약부등식 조건이다.

**2.2 Affine Scaling Method**

제약식을 표준형으로 표현하기 위해 앞의 식(1)~(4)를 다음과 같이 표현하였다.

$$\min F(X) \tag{5}$$

$$s.t. AX = B \tag{6}$$

$$X \geq 0$$

식(6)은 부등식 제약조건에 슬랙변수를 도입하여 등식 및 부등식 제약식을 표현한 식이다.

### 2.2.1 Search Direction

Search direction으로 단순히 목적함수의 gradient를 취하게 되면, feasible region을 벗어날 우려가 있기 때문에, 다음 식(7)과 같이 목적함수의 gradient에 projection matrix를 곱해서 search direction을 구한다.

$$G^k = M^k \nabla F(X^k) \quad (7)$$

여기서,

k : iteration index

$G^k$ : search direction,  $G^k = [g_1^k, g_2^k, \dots, g_n^k]$

$M^k = [I - A^{kT} (A^k A^{kT})^{-1} A^k]$ : projection matrix

### 2.2.2 Scaling

AS IPM은 linear transformation 중의 하나인 affine scaling transformation을 이용하여,  $X^k$ 를 feasible region의 중앙 근처에 위치하도록 feasible region을 변환시킨다.

$$\bar{X}^k = (D^k)^{-1} X^k \quad (8)$$

$$\bar{A}^k = A^k (D^k) \quad (9)$$

$$\bar{\nabla} F(X^k) = (D^k)^{-1} \nabla F(X^k) \quad (10)$$

$$\bar{M}^k = [I - \bar{A}^{kT} (\bar{A}^k \bar{A}^{kT})^{-1} \bar{A}^k] \quad (11)$$

$$\bar{G}^k = \bar{M}^k \bar{\nabla} F(X^k) \quad (12)$$

여기서,

$D^k$  : scaling operator (a square matrix with the components of  $X^k$  on its diagonal)

식(8)은 scaling operator를 이용해 매 iteration에서 구해진 해를 scaling하는 식이고, 식(9)~(12)는 각각 제약식, 목적함수의 gradient, projection matrix, search direction을 scaling 하는 식이다.

### 2.2.3 Step Size

$$\bar{\alpha}^k = \min \{ \bar{x}_i^k / \bar{g}_i^k \} \quad \text{단, } \bar{g}_i^k < 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (13)$$

여기서,

$\bar{\alpha}$  : a scaled step size

### 2.2.4 Affine Scaled version

앞의 과정을 수행한 후 다음과 같은 새로운 scaled iterative system을 구성할 수 있다.

$$\bar{X}^{k+1} = \bar{X}^k + \rho \bar{\alpha}^k \bar{G}^k \quad (14)$$

여기서,

$\rho$ : safety factor ( $0.9 \leq \rho < 1$ )

파라미터  $\rho$ 는 search direction이 실행 가능역의 boundary에 닿는 것을 막게 하는 safety factor이다. 그리고 식(14)를 수행한 후, 해를 결정하기 위해  $\bar{X}^{k+1}$ 을 식(15)를 이용해 unscaled space로 되돌려야 한다.

$$X^{k+1} = (D^k) \bar{X}^{k+1} \quad (15)$$

### 2.2.5 Starting Point

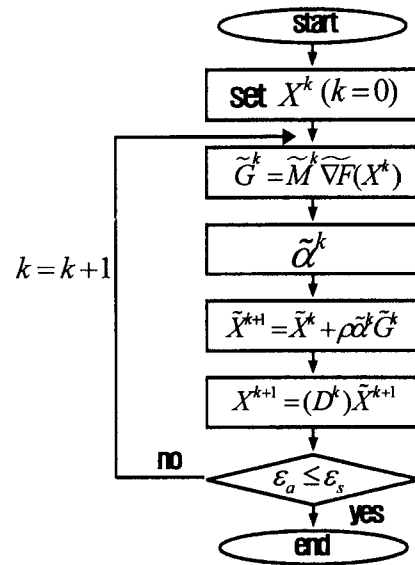
$D^0$ 의 역행렬이 존재해야 되므로  $X^0$ 의 모든 요소들이 nonzero이어야 한다.

### 2.2.6 Stopping Criterion

$$\frac{|F(X^{k+1}) - F(X^k)|}{|F(X^k)|} \leq \epsilon_s \quad (16)$$

여기서,  $\epsilon_s$  : 허용오차

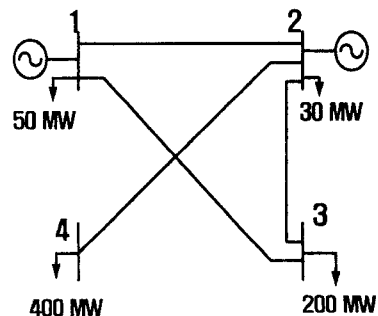
## 2.3 알고리즘



<그림 1> Affine Scaling Method 알고리즘

## 2.4 사례연구

사례연구를 위해 다음 그림과 같은 4-Bus 전력시스템를 이용하였다.



<그림 2> 사례연구 계통

[표1] 발전기 데이터 [단위: MW]

	max	min	a	b	r
G1	600	100	450	13.4	0.00264
G2	400	50	560	15.7	0.00388

[표2] 선로 데이터 [단위: MW]

	선로 용량
Line (1-2)	300
Line (1-3)	200
Line (2-3)	400
Line (2-4)	500

단, 모든 선로는 R=0이고, X=0.001이다.

표1과 표2는 각각 발전기 및 선로 데이터를 나타낸다.

[표3] 초기값

P1	P2	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$
4.0466	2.7533	0.005697	0.004	0.003848	0.0

표3은 사례연구 계통을 위해 선택된 초기값( $X^0$ )이다.

[표4] 결과값 ( $E_s=10^{-5}$ ,  $\rho=0.9$ )

	GAMS (iter: 8)	AS IPM (iter: 3)	Error(%)
P1	4.500	4.499544	0.0101
P2	2.300	2.300455	0.0198
$\theta_1$	0.006	0.005996	0.0667
$\theta_2$	0.004	0.004000	0.0000
$\theta_3$	0.004	0.003999	0.0250
$\theta_4$	0.000	0.000000	0.0000
L1	2.000	1.999696	0.0152
L2	2.000	1.999848	0.0076
L3	0.000	0.000152	0.0152
L4	4.000	4.000000	0.0000

[표5] 각 허용오차별 결과값 비교 ( $E_s=10^{-5}$ ,  $\rho=0.9$ )

		GAMS (Iter:8)	$1.10^{-3}$ (Iter:1)	$2.10^{-5}$ (Iter:3)	$3.10^{-7}$ (Iter:5)	$4.10^{-8}$ (Iter:6)
P1	output	4.500	4.454660	4.499544	4.499993	4.499997
	error	0.000	1.007556	0.010133	0.000156	0.000067
P2	output	2.300	2.345339	2.300455	2.300006	2.300002
	error	0.000	1.971261	0.019783	0.000261	0.000087
$\theta_1$	output	0.006	0.0059697	0.005996	0.0059999	0.0059999
	error	0.000	0.5050000	0.0066667	0.0016667	0.0016667
$\theta_2$	output	0.004	0.0040000	0.0040000	0.0040000	0.0040000
	error	0.000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
$\theta_3$	output	0.004	0.0039848	0.0039998	0.0039999	0.0039999
	error	0.000	0.3800000	0.0050000	0.0025000	0.0025000
$\theta_4$	output	0.000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
	error	0.000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
L1	output	2.000	1.969773	1.999696	1.999995	1.999998
	error	0.000	1.511350	0.015200	0.000250	0.000100
L2	output	2.000	1.984887	1.999848	1.999998	1.999999
	error	0.000	0.755650	0.007600	0.000100	0.000050
L3	output	0.000	0.015113	0.000152	0.000002	0.000001
	error	0.000	1.511300	0.015200	0.000200	0.000100
L4	output	4.000	4.000000	4.000000	4.000000	4.000000
	error	0.000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000

표4는 AS IPM을 이용해 수행한 결과값을 정리한 것이고, 표5는 좀 더 정확한 결과값 도출을 위해 허용오차를 낮춰가면서 수행한 결과값을 정리한 것이다. 또한 AS IPM으로 도출된 결과값을 비교하기 위해 비교대상을 상용화된 최적화 프로그램인 GAMS MINOS5를 이용하였다.

도출된 결과로 알 수 있듯이 허용오차를  $10^{-7}$  또는  $10^{-8}$ 로 하였을 때의 결과값은 GAMS의 결과값과 거의 차이가 없고, iteration 수에서 AS IPM이 더 적다는 것을 알 수 있다.

### 3. 결 론

본 연구에서는 최적조류계산 문제를 풀기 위해 AS IPM을 제안하였고, 사례연구를 통해 제안된 기법이 해의 정확성 및 수렴속도 면에서 최적조류계산 문제에 적합성을 보여주었다.

그러나, 본 연구를 수행하면서 제안된 기법은 초기값을 선정하는데 어려움이 있다는 것을 알았고, 이 문제 때문에 많은 사례연구를 하지 않아 제안된 기법에 대한 검증이 불충분하였다. 따라서 적절한 초기값 선정에 관한 연구가 필요하다고 생각된다.

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력공학 공동연구소(02-전-01) 주관으로 수행된 과제임.

### [참 고 문 헌]

- [1] Ronald E. Miller, "Optimization", JOHN WILEY & SONS, INC, pp. 491-510, 2000.
- [2] Ronald L. Rardin, "Optimization in Operations Research", Prentice-Hall International, Inc., pp. 251-274, 1998.
- [3] N. K. Karmarkar, "A new polynomial-time algorithm for linear programming," Combinatorics, vol.4, pp.273-295, 1984.
- [4] K. Ponnambalam, V.H. Quintana and A. Vannelli, "A Fast Algorithm for Power System Optimization Problems Using an Interior Point Method", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, No. 2, 1992, pp. 892-899.
- [5] 김발호, "최적조류계산의 이론과 응용", 홍익대학교, 2001.