2005년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2005. 7. 18 - 20

Interior Point Method를 이용한 최적조류계산 알고리듬 개발에 관한 연구

김발호*, 송경빈**
홍익대학교*, 숭실대학교**

A Study on Optimal Power Flow Using Interior Point Method

Balho H. Kim*, Kyung-Bin Song**
Hongik Universyty*, Soongsil University**

Abstract - This paper proposes a new Interior Point Method algorithm to improve the computation speed and solution stability, which have been challenging problems for employing the nonlinear Optimal Power Flow. The proposed algorithm is different from the traditional Interior Point Methods in that it adopts the Predictor-Corrector Method. It also accommodates the five minute dispatch, which is highly recommended in modern electricity market. Finally, the efficiency and applicability of the proposed algorithm is demonstrated with a case study.

1. 서 론

1.1 연구배경 및 필요성

전 세계적으로 전력산업의 구조개편이 활발히 진행되면서 다수의 발전사업자들이 등장하게 되고, 그로 인해 기존의 수직 통합적 독점구조를 가지고 있던 전력산업이 시장경쟁체제로 돌입하게 되었다. 그 결과 계통운영의 효율성을 높이고자 하는 필요성이 증가하고 에너지요금 및 송전요금의 산정문제가 크게 부각되고 있는 실정인데, 이러한 문제를 해결할 수 있는 핵심기술 중의 하나가 최적조류계산(Optimal Power Flow : OPF)이며, 이미 선진 외국 전력시장의 경우 최적조류계산의 활용은 일반화 되었다고 해도 과언이 아니다. 그러나 우리나라의 경우, 1980년대 에너지종합관리시스템(Energy Management System)의 일부분으로 최적조류계산이 도입되었으나 그 간의 활용실적은 극히 저조하였으며, 최근 전력시장의 선진화 정책의 일환으로 구축된 전력시장운영시스템(Market Operating System)의 핵심 부분으로 최적조류계산이 소개된 이래 이에 대한 관심과 활용도 제고에 대한 연구가 활기를 띠고 있는 실정이다. 이에 본 논문에서는 최근 최적조류계산의 알고리듬으로 각광을 받고 있는 Interior Point Method를 이용한 새로운 OPF 알고리듬을 제안하고 이의 유용성을 살펴보고자 한다.

1.2 연구동향

최적화 문제의 해결을 위해 Interior Point 방법이 고안된 것은 1980년대 중반이지만[1], 이 방법이 실제로 전력계통에 적용된 것은 그 보다 조금 뒤인 1991년, Clements 등에 의해서였으며, 여기서 저자들은 전력계통의 상태추정 문제를 풀기 위한 비선형 Interior Point 기법을 제안하였다. 이 방법에서는 부등호 제약조건을 조정하기 위해 Interior Point 기법을 사용하고 있고, Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 방정식을 풀기 위해 Newton법을 사용하고 있다[2].

1991년에는 Ponnambalam 등이 수력발전계획문제를 풀기 위해 Karmarkar의 Interior Point 법의 변형인 dual affine (DA) 알고리듬을 발표했다. 수력발전계획문제는 등호 제약조건과 부등호 제약조건을 포함한 LP 문제로 정식화 되어있다. 이 알고리듬은 제약조건의 수가 많은 문제에 적합하고, 선형이나 비선형 최적화문제 모두에 적용할 수 있다.

1992년, Vargas 등은 경제급전문제를 풀기 위한 Interior Point법을 발표했는데, 여기서 Vargas는 안전도 제약조건을 고려한 경제급전문제를 해결하기 위해 Successive Linear Programming법을 사용하였다. 이 방법은 LP 문제를 풀기 위해 새로운 Dual Affine Interior Point 알고리듬을 사용하고 있고, 조류계산 제약조건, 유효/무효 발전 제약조건, 변압기 탭 비율, 전압크기 제약조건 등을 포함한 전형적인 OPF 문제를 풀고 있다[3].

같은 해에 Momoh 등은 OPF 문제와 경제급전 문제를 위한 Quadratic Interior Point (QIP)법을 발표하였는데, 선형 제약조건을 포함한 선형 또는 quadratic 목적함수를 풀고 있다. 이 방법은 경제급전문제를 두 가지 과정으로 풀고 있는데, 먼저 Interior Point 알고리듬으로 최적 발전량을 얻어내고 이렇게 얻어진 발전량으로 조류계산을 하고 있다.

역시 1992년에 Lu와 Unum은 LP 문제로 주어지는 여러 크기의 송전망을 푸는 IP법을 발표했다. 이 방법을 사용하면 유효전력제어와 발전량 변화, HVDC, 부하분산 등을 통해서 송전망의 과부하를 경감시킬 수 있다. 또한 이 방법은 IP 방법을 적용하기 전에 실행가능한 초기값을 얻기 위해 LP 기법을 사용하고 있고, 원문제는 Primal Interior Point 알고리듬으로 풀어내고 있다.

1993년에 Granville은 VAR 계획 목적함수를 풀기 위한 IP 방법을 제안하였다. 여기서 문제는 non-convex, NLP 문제이고, Primal-Dual Interior Point가 사용되었다. 또한 이 방법에서는 W-행렬 접근법이 사용되었고, Primal-Dual 알고리듬은 손실을 고려한 VAR 계획 문제를 푸는 데 매우 효과적임을 보인 바 있다[4].

2. 본 론

2.1 새로운 Interior Point OPF 알고리듬의 제안

본 절에서는 금번 연구에서 개발된 Predictor-Corrector Method OPF 기법에 적용된 Interior Point OPF 프로그램의 핵심구조에 대해 소개하기로 한다.

먼저 다음과 같은 일반적인 OPF 문제를 생각하자.

$$\min_{x} f(x) \qquad \text{목적함수}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 0, && \text{등호제약조건} \\ \underline{h} \le\ & h(x) \le \overline{h}, && \text{부등호제약조건} \\ 0 \le\ & x \le \overline{x}, && \text{변수에 대한 제약조건} \end{aligned} \qquad (1)$$

위 부등호제약조건에 슬랙변수(slack variables) s, v, w 을 도입하면, 위 식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\min_{s,v,w,x} f(x) \\ &s + x - \overline{x} = 0, \\ &v + h(x) - \overline{h} = 0, \\ &v + w - \overline{h} + \underline{h} = 0, \\ &g(x) = 0, \\ &s \ge 0, v \ge 0, \omega \ge 0, x \ge 0. \end{aligned} \qquad (1\text{-}1)$$

다시 매개변수 ζ와 ν(ζ)를 각각 다음과 같이 정의하면,

$$\zeta = \begin{bmatrix} s \\ v \\ w \\ x \end{bmatrix},$$

$$\nu(\zeta) = \begin{bmatrix} s + x - \overline{x} \\ v + h(x) - \overline{h} \\ v + w - \overline{h} + \underline{h} \\ g(x) \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

원문제의 Lagrangian 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathcal{L}(\xi, \nu) = f(x) + \lambda^{+} \begin{bmatrix} s + x - \overline{x} \\ v + h(x) - \overline{h} \\ v + w - \overline{h} + \underline{h} \\ g(x) \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

이 Lagrangian 방정식을 변수에 대해 미분하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\nabla \gamma(\xi) = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & I & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ I & \nabla h(x) & I & \nabla g(x) \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

$$\nabla_{\xi} \mathcal{L}(\xi, \gamma) = \nabla_{\xi} \phi(\xi) + \nabla_{\gamma}(\xi)\gamma,$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \nabla f(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & I & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ I & \nabla h(x) & 0 & \nabla g(x) \end{bmatrix} \lambda. \qquad (5)$$

λ를 다음과 같이 나누어 다시 정리하면,

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_v \\ \lambda_w \\ \lambda_x \end{bmatrix}$$

위의 미분식은 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla_{\xi} \mathcal{L}(\xi, \gamma) = \begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_v + \lambda_w \\ \lambda_w \\ \nabla f(x) + \lambda_s + \nabla h(x)\lambda_v + \nabla g(x)\lambda_x \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

$$\nabla^2_{\xi\xi} \mathcal{L}(\xi, \gamma) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H(x, \lambda_v, \lambda_x) \end{bmatrix}, \qquad (7)$$

단, $H(x, \lambda_v, \lambda_x) = \nabla^2 f(x) + \nabla^2 h(x)\lambda_v + \nabla^2 g(x)\lambda_x$.

다시, 다음과 같이 새로운 변수 τ를 도입하여,

$$\tau_k \xi_k = \mu, \forall k,$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_s \\ \tau_v \\ \tau_w \\ \tau_x \end{bmatrix}.$$

위 식을 정리하면 다음과 같이 원래의 OPF 문제를 풀기 위한 Newton-Raphson 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} -[T_x^{\nu}]^{-1}X^{\nu} & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [S^{\nu}]^{-1}\Lambda_s^{\nu} & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [V^{\nu}]^{-1}[\Lambda_v^{\nu} + \Lambda_w^{\nu}] & 0 & 0 & 0 & I & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [W]^{-1}\Lambda_w^{\nu} & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & H(x^{\nu}, \lambda_v^{\nu}, \lambda_x^{\nu}) & I & \nabla h(x^{\nu}) & 0 & \nabla g(x^{\nu}) \\ 0 & I & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & [\nabla h(x^{\nu})]^{t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [\nabla g(x^{\nu})]^{t} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \Delta \tau_x^{\nu} \\ \Delta s^{\nu} \\ \Delta v^{\nu} \\ \Delta w^{\nu} \\ \Delta x^{\nu} \\ \Delta \lambda_s^{\nu} \\ \Delta \lambda_v^{\nu} \\ \Delta \lambda_w^{\nu} \\ \Delta \lambda_x^{\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{\nu} - \mu^{\nu}[T_x^{\nu}]^{-1}e \\ -\lambda_s^{\nu} + \mu^{\nu}[S^{\nu}]^{-1}e \\ -\lambda_v^{\nu} - \lambda_w^{\nu} + \mu^{\nu}[V^{\nu}]^{-1}e \\ -\lambda_w^{\nu} + \mu^{\nu}[W^{\nu}]^{-1}e \\ -(\nabla f(x^{\nu}) + \lambda_s^{\nu} + \nabla h(x^{\nu})\lambda_v^{\nu} + \nabla g(x^{\nu})\lambda_x^{\nu} + \tau_x^{\nu} \\ -\gamma(\xi^{\nu}) \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

단, $\Lambda_s^{\nu} = \mathrm{diag}\{\lambda_{sk}^{\nu}\}$, $\Lambda_v^{\nu} = \mathrm{diag}\{\lambda_{vk}^{\nu}\}$,
$\Lambda_w^{\nu} = \mathrm{diag}\{\lambda_{wk}^{\nu}\}$, and $\Lambda_x^{\nu} = \mathrm{diag}\{\lambda_{xk}^{\nu}\}$.

이 식을 다시 정리하면 다음과 같은 일반적인 반복계산 규칙으로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \tau^{\nu+1} \\ \xi^{\nu+1} \\ \lambda^{\nu+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau^{\nu} \\ \xi^{\nu} \\ \lambda^{\nu} \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} \Delta\tau^{\nu} \\ \Delta\xi^{\nu} \\ \Delta\lambda^{\nu} \end{bmatrix}, \qquad (8\text{-}1)$$

여기서 Step Size인 α는 $\tau^{\nu+1}>0$ 과 $\xi^{\nu+1}>0$을 동시에 만족하는 값 가운데에서 선택하며, 본 논문에서는 다음과 같은 범위에서 결정할 것을 제안한다.

$$\alpha=\min\left\{1, 0.9995 \min_{k\,\Delta\tau_k^\nu<0}\left\{\frac{\tau_k^\nu}{-\Delta\tau_k^\nu}\right\}, 0.9995 \min_{k\,\Delta\xi_k^\nu<0}\left\{\frac{\xi_k^\nu}{-\Delta\xi_k^\nu}\right\}\right\}. \tag{9}$$

이 경우, $\mu^{\nu+1}$ 은 다음과 같이 결정되며,

$$\mu^{\nu+1}=\frac{\sum_k \tau_k^{\nu+1}\xi_k^{\nu+1}}{n^2}, \tag{10}$$

이의 계산과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&\mu^{\nu+1}\\
&=\frac{\sum_k \tau_k^{\nu+1}\xi_k^{\nu+1}}{(\dim(\xi))^2},\\
&=\frac{\sum_k \tau_{sk}^{\nu+1}s_k^{\nu+1}+\sum_k \tau_{vk}^{\nu+1}v_k^{\nu+1}+\sum_k \tau_{wk}^{\nu+1}w_k^{\nu+1}+\sum_k \tau_{xk}^{\nu+1}x_k^{\nu+1}+}{(\dim(s)+\dim(v)+\dim(w)+\dim(x))^2},\\
&=\frac{\sum_k \lambda_{sk}^{\nu+1}s_k^{\nu+1}+\sum_k(\lambda_{vk}^{\nu+1}+\lambda_{wk}^{\nu+1})v_k^{\nu+1}+\sum_k \lambda_{wk}^{\nu+1}w_k^{\nu+1}+\sum_k \tau_{xk}^{\nu+1}x_k^{\nu+1}}{(2\dim(x)+2\dim(h))^2}.
\end{aligned}$$

2.2 사례연구

본 연구에서 개발한 Interior Point OPF의 유용성 검토를 위해 사례연구를 수행하였다. 사례연구 시스템은 [표 1]과 같이 5개의 IEEE-RTS System(1번부터 5번까지)과 비교적 데이터 구축이 잘 되어 있는 Texas System(6번부터 10번까지)을 일부 가공하여 이용하였다. 그리고 사례연구에 사용된 전산시스템은 Pentium-II(256M, 1.7GHz)이다.

[표 1] 사례연구 시스템

No	Buses	Lines	Load [GW]
1	50	80	50
2	78	126	74
3	108	186	100
4	238	376	76
5	360	570	126
6	376	574	157
7	753	1100	209
8	1459	2145	395
9	1777	2587	462
10	2487	3716	552

[표 2]는 사례연구 결과를 정리한 것이다. 표에 나타낸 CPU Time은 모든 모선전압의 초기위상각 및 크기를 각각 영(0) 도 및 1로 설정하여 프로그램을 수행하였을 경우의 계산시간으로서, 만약 특정시스템에 대해 프로그램 수행 전제 조건을 그 시스템에 맞도록 적절히 조정할 수 있을 경우(즉 customizing할 수 있을 경우), 계산시간을 더욱 단축할 수 있을 것으로 판단된다. 또한 약 2500개 모선으로 이루어진 시스템에 대한 계산을 90초 이내에 수행할 수 있어 현대의 경쟁적 전력시장에서 요구되는 5분급전 사양을 별 무리 없이 수용할 수 있을 것으로 판단된다. 다만, 본 연구에서 개발한 알고리듬에는 계통안전도(system security)를 프로그램 내부에서 처리하는 부분이 포함되어 있지 않으나, 안전도 제약조건을 프로그램 내부에서 처리하지 않고 외부에서 별도로 처리하여 그 지수를 OPF에 제공하여 안전도를 처리하려는 최근의 연구 추세에 비추어 볼 때, 본 연구에서 개발한 알고리듬을 실시간 제약급전에 활용하는 데에 별 문제가 없을 것으로 판단된다[5, 6, 7].

[표 2] 계산시간 (sec)

System Number	No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	No.6	No.7	No.8	No.9	No.10
CPU Time	1.4	1.9	3.2	5.9	8.1	13.6	27.6	46.0	62.6	88.7

3. 결 론

본 논문에서는 새로운 Interior Point OPF 알고리듬을 제안하고, 다양한 사례연구를 통해 그 유용성을 검토하였다. 본 연구에서 개발한 알고리듬은 계산속도 면에서나 수렴특성 면에서 기존의 상용화 OPF 모형과 충분히 경쟁할 수 있을 것으로 판단된다. 다만, 안전도 제약 문제를 처리하는 부분과 초대형 계통(모선 수 1만개 이상)에 대한 적용에 대해서는 추가 연구가 필요할 것으로 판단된다.

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력공학공동연구소(02-전-01) 주관으로 수행된 과제임.

[참 고 문 헌]

[1] N. K. Karmarkar. "A new polynomial-time algorithm for linear programming," Combinatorics, vol.4, pp.273-295, 1984.
[2] M. Huneault and F. D. Galliana, "A survey of the optimal power flow literature," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 6, No. 2, pp.762-770, May 1991.
[3] Luis 5. Vargas, Victor H. Quintana, and Anthony Vannelli. "A tutorial description of an interior point method and its applications to security-constrained economic dispatch," IEEE Transactions on Power Systems, 8(3):1315-1324, August 1993.
[4] Sergio Granville. "Optimal reactive dispatch Through interior point methods," IEEE Transactions on Power Systems, 9(1):136-146, February 1994.
[5] B. Stott, O. Alsac, and A. J. Monticelli, "Security analysis and optimization," Proceedings of the IEEE, vol 75, No. 12, pp.1623-1644, December 1987.
[6] J. Batut and A. Renaud, "Daily generation scheduling optimization with transmission constraints: A new class of algorithms," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 7, No. 3, pp.982-989, August 1992.
[7] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, Power Generation, Operation, and Control, Wiley, New York, 2nd edition, 1996.