

전자 에너지 분포 함수 측정을 위한 I-V 특성 곡선의 확률 밀도 함수를 이용한 Smoothing method

장성호, 정진욱
한양대학교 전기공학과

The study of advanced numerical differentiation for obtaining the electron energy distribution function

Sung-Ho Jang, Chin-Wook Chung
Hanyang University Electrical Engineering

Abstract - I-V 특성 곡선의 2차 미분을 통해서 얻어지는 전자 에너지 분포 함수를 정확하게 구하기 위해서는 스무딩 과정이 반드시 필요하다. 대표적인 스무딩 방법으로 가우시안 확률 밀도 함수를 instrument 함수로 이용하는 가우시안 스무딩이 있다. 본 연구에서는 시스템에 따라서 instrument 함수가 다르다는 점에 착안하여, 여러 가지 다른 종류의 확률 밀도 함수를 instrument 함수로 사용, 스무딩에 적용하여 확률 밀도 함수에 따른 노이즈 제거 및 전자 에너지 분포 함수의 정확도를 비교하였고, 동시에 대표적인 범용 스무딩 방법인 사비츠키-폴레이 스무딩, Polynomial fitting 과도 그 결과를 비교 분석하였다.

1. 서 론

전자 에너지 분포 함수(EEDF)를 통해서 전자 온도, 전자 밀도 등의 플라즈마 파라미터를 구할 수 있다. 일반적으로 EEDF는 I-V 특성 곡선을 2차 미분함으로써 구할 수 있다[1]. 하지만, I-V 특성 곡선에 포함된 노이즈는 2번의 미분 과정에서 크게 증폭된다. 이렇게 증폭된 노이즈 성분은 정확한 EEDF를 얻을 수 없게 하는 가장 큰 원인 중 하나이다. 이러한 이유로 적절한 스무딩 방법의 선택은 정확한 EEDF를 얻는 필수 조건이 된다. EEDF 획득에 사용되는 대표적인 스무딩 방법으로는 가우시안 확률 밀도 함수를 이용하는 가우시안 스무딩과 범용 스무딩 방법인 Polynomial fitting, 사비츠키-폴레이 스무딩 등이 있다. 그중 가우시안 스무딩의 원리를 적용한 확률 밀도 함수 스무딩은 실험 결과 노이즈의 종류(시스템의 종류)에 따라 각 확률 밀도 함수의 스무딩 성능의 차이는 있었지만, 그 차이가 미미하였으며, 비교적 가우시안 확률 밀도 함수를 사용하는 가우시안 스무딩이 좋은 결과를 보였다.

또한 범용 스무딩 방법의 하나인 polynomial fitting의 경우 신호의 왜곡이 커서 EEDF를 구하는 스무딩 방법으로는 적합하지 않았다. 사비츠키-폴레이 스무딩은 보편적으로 양호한 결과를 보였지만, 노이즈의 종류에 따라 그 특성의 차이가 컸다. 이와 같은 이유로 본 연구에서는 2차 미분을 위한 스무딩 특성이 좋은 가우시안 스무딩과 사비츠키-폴레이 스무딩을 집중적으로 비교 분석하였고, 그 결과 가우시안 스무딩의 우수성을 입증하였다.

2. 본 론

2.1 실험 방법

기본적으로 이번 실험은 원 I-V 특성 곡선에 노이즈를 첨가하여 노이즈가 포함된 I-V 특성 곡선을 만들었다. 이것을 가우시안 스무딩과 사비츠키-폴레이 스무딩으로 스무딩 하고, 다시 이 신호를 2차 미분해서 노이즈가 포함되지 않은 원 I-V 특성 곡선의 2차 미분 함수와

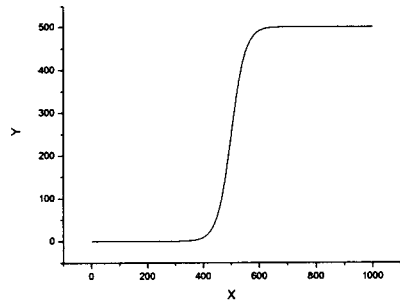
그 차이를 비교하는 방법으로 진행 하였다. 일반적으로 전자 에너지 분포 함수(EEDF)는 식(1)에서처럼 I-V 특성 곡선을 두 번 미분해서 얻을 수 있다[1].

$$g_e(V) = \frac{2m}{e^2 A} \left(\frac{2eV}{m} \right)^{1/2} \frac{d^2 I_e}{dV^2} \quad (1)$$

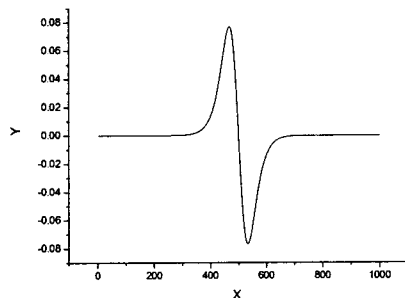
그리고 정확한 비교를 위해서 스무딩은 I-V 특성 곡선에만 적용하는 것으로 한정했다.(1차 또는 2차 미분 후에는 스무딩을 하지 않았다.) 또한, I-V 특성 곡선의 미분은 중앙차분법을 사용하였다.

노이즈가 포함되지 않은 원 I-V 특성 곡선은 실험적으로 구할 수 없으므로 수학적으로 미분 가능하고 일반적인 I-V 특성 곡선과 유사한 식(2)와 같은 함수를 생성 하여 사용하였다. 이 함수의 dx=1이고, 총 데이터 수는 1000개이다.

$$f(x) = (0.5 \times \tanh\left(\frac{1}{50}x - 10\right) + 0.5) \times 500 \quad (2)$$

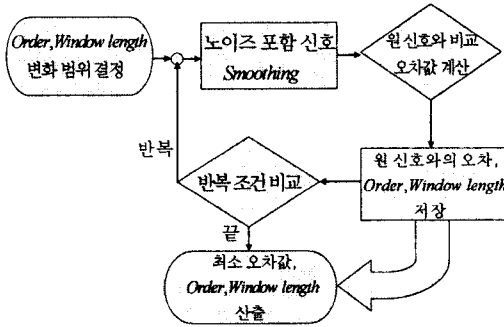


<그림 1. 원 I-V 특성 곡선>



<그림 2. 원 I-V 특성 곡선의 2차 미분 곡선>

그리고 노이즈를 포함하는 I-V 곡선의 경우는 원 I-V 특성 곡선에 AWGN(부가백색가우시안잡음)을 적용하여 생성하였다. 이 랜덤 노이즈는 가우시안 분포를 따르고, 표준 편차(Standard deviation)의 선택으로 노이즈의 레벨을 결정할 수 있다.

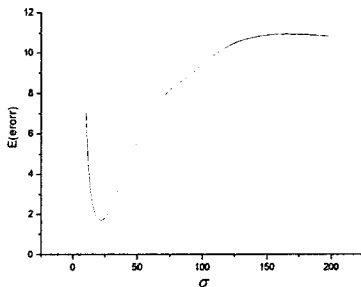


<그림 3. 최적 스무딩 조건 결정 프로그램 개요도>

사비츠키-플래이 스무딩의 경우 스무딩 정도를 다항식의 차수(order)와 창 데이터 길이(Window length, $n_L = n_R$)로 결정하며, 가우시안 스무딩의 경우는 스무딩 정도를 가우시안 확률 밀도 함수의 표준 편차(σ)로 결정한다. 본 연구에서는 최적 스무딩 조건 결정 프로그램 제작을 통해서 사비츠키-플래이 스무딩의 다항식 차수(order)와

창 데이터 길이(Window length, $n_L = n_R$)를 변화 시키면서 스무딩하고 그 결과를 원 신호의 2차 미분과 비교해서 최소 오차일 때의 다항식 차수(order)와 창 데이터 길이(Window length, $n_L = n_R$)를 결정하였다. 가우시안 스무딩 역시 동일한 방법으로 최적의 표준편차(σ)를 결정하였다. 그러므로 사비츠키-플래이 스무딩과 가우시안 스무딩의 결과 비교는 각 스무딩 방법의 최적 조건과 최소 오차에서 실시되었다. 오차의 계산은 식(3)과 같이 f'' (원 I-V 특성 곡선의 2차 미분)와 g'' (스무딩된 곡선의 이차 미분)의 차의 절대 값의 유효 데이터 범위에서의 총합으로 사용하였다.

$$E(\text{error}) = \sum |f'' - g''| \quad (3)$$

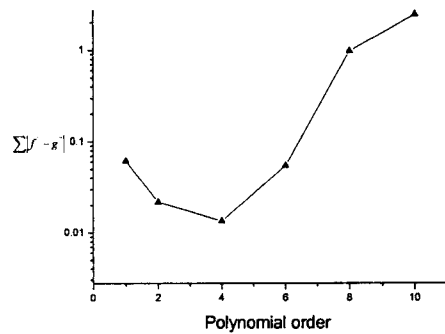


<그림 4. 가우시안 스무딩의 σ 에 따른 오차>

2.2 사비츠키-플래이 스무딩

사비츠키-플래이 스무딩은 선택한 차수(polynomial order)를 갖는 다항식을 사용해서 원하는 데이터 범위(Window length, $n_L = n_R$)를 최소 자승법으로 Fitting하면서 스무딩 하는 방법이다. 보편적으로 스무딩 성능이 좋고, 특히 미분 특성이 우수하나, 차수와 창 데이터 길이를 결정하기 위한 기준이 주어지지 않다. 실험은 번

거 표준 편차(Standard deviation)가 0.001인 노이즈를 가지는 I-V 특성 곡선에 사비츠키-플래이 스무딩을 해서, 스무딩의 최적 조건과 최소 오차 값을 찾아보았다. 사비츠키-플래이 스무딩의 경우 다항식 차수(order)와 창 데이터 길이(Window length, $n_L = n_R$), 이 두 가지 조건을 결정해 줘야 하며 그 결과는 <그림 5>의 그래프와 같이 나타났다. 이 그래프는 차수(order)와 오차의 관계를 표현 하고 있으며, 각 차수(order)와 이때에 해당되는 최적의 창 데이터 길이(Window length, $n_L = n_R$)를 “(order, window length)” 형태로 나타내면 (2, 13), (4, 26), (6, 57), (8, 98), (10, 198)이다. 그러므로 표준편차 0.001인 노이즈를 포함 하는 I-V 신호를 2차 미분 할 경우에 최적의 사비츠키-플래이 스무딩의 차수는 4이고, 창 데이터 길이는 26으로 결정된다. 그리고 이때의 최소 오차 값은 0.01352 이다.



<그림 5. 사비츠키-플래이 스무딩의 차수에 따른 오차>

2.3 가우시안 스무딩

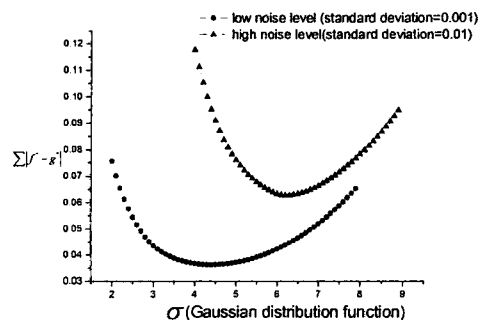
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4)$$

가우시안 스무딩은 확률 밀도 함수인 식(4)와 같은 가우시안 정규 분포 함수를 I-V 특성 곡선에 콘볼루션 함으로써 스무딩을 수행한다[2]. 그리고 가우시안 스무딩의 스무딩 정도는 식(4)에서의 표준 편차(σ)의 선택으로 결정 된다. 또한, 가우시안 확률 밀도 함수를 단순히 콘볼루션 하는 방법을 개선시킨 가우시안 스무딩 방법은 식(5),(6),(7)과 같이 나타낼 수 있다[3].

$$h_1 = h * g \quad (5)$$

$$h_2 = h_1 + (h - h_1) * g \quad (6)$$

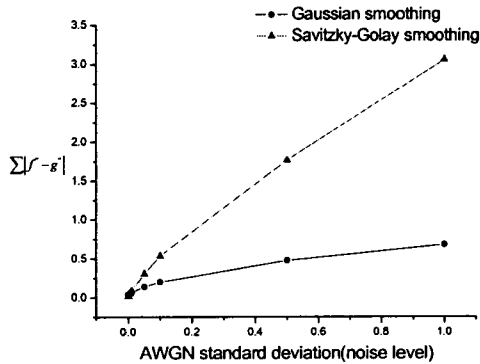
$$h_n = h_{n-1} + (h - h_{n-1}) * g \quad (7)$$



<그림 6. 가우시안 스무딩의 σ 에 따른 오차>

본 연구에서는 2차의 가우시안 컨볼루션을 사용하였다. 2차 이상의 가우시안 컨볼루션의 경우, 결과의 차이는 극히 작다[3]. 실험 결과 <그림 6>의 그래프는 I-V 특성 곡선에 포함되어 있는 노이즈 분포의 표준 편차가 0.001 과 0.01일 때 가우시안 스무딩의 σ 에 따른 오차의 값을 나타내었다. 가우시안 스무딩의 경우 σ 값만을 결정 하면 되므로 노이즈 분포의 표준 편차가 0.001일 경우에는 $\sigma=4.4$ 가, 0.01일 경우에는 $\sigma=6.5$ 이 최적의 스무딩 조건이 되었고, 이때 최소 오차 값은 각각 0.03628 과 0.0673 0이었다.

2.4 결과 비교



<그림 7. Noise level에 따른 오차 비교>

두 스무딩의 스무딩 결과는 큰 차이가 있다. 사비츠키-골레이 스무딩의 경우에는 작은 노이즈 레벨에서 상대적으로 작은 오차 값을 가져서, 가우시안 스무딩에 비해 좋은 결과를 보였으며, 가우시안 스무딩의 경우 노이즈 레벨이 클 경우에 좋은 결과를 보여 주었다, 특히 가우시안 스무딩은 극단적으로 큰 노이즈 레벨에서도 효과적인 스무딩 결과를 보여 주었다.

3. 결 론

사비츠키-골레이 스무딩이 좋은 스무딩 방법임은 틀림 없다. 하지만 차수(Order)와 창 데이터 길이(Window length, $n_L = n_R$) 선택의 기준이 없기 때문에 최적의 스무딩 조건을 찾는 것이 힘들다. 그러므로 적절한 차수(Order)와 창 데이터 길이(Window length, $n_L = n_R$)의 선택이 사비츠키-골레이 스무딩의 관건이다. 가우시안 스무딩의 경우 σ 값의 선택만으로 스무딩 정도를 결정할 수 있으며, 모든 노이즈 레벨에 대해서 보편적으로 좋은 성능을 보여 주었다, 특히 큰 노이즈 레벨에서 깨끗한 EEDF 얻는 데는 탁월한 성능을 발휘 하였다. 결론적으로 가우시안 스무딩 방법은 빠른 스무딩 시간과 넓은 범위의 노이즈 레벨에서의 사용이 가능함을 알 수 있었다. 또한 이러한 장점으로 인해 가우시안 스무딩은 실시간으로 플라즈마를 모니터링할 수 있는 시스템과 같이 신속함과 정확성을 요구하는 플라즈마 측정 시스템에서 사용할 수 있는 적합한 스무딩 방법이라 사료된다.

[참 고 문 헌]

- [1] M. J. Druyvesteyn, "Der niedervoltbogen", Z. physics, 64, 781-798, 1930
- [2] H. C. Hayden, "Data smoothing routine", Computers in P

ysics, 1, 74-75, 1986

[3] J. I. F. Palop, J. Ballesteros, V. Colomer, and M. A. Hernandez, "A new smoothing method for obtaining the electron energy distribution in plasma by the numerical differentiation of I-V Probe characteristic", Review of Scientific Instrument, 66, 4625-4636, 1995

[4] H. Andrei, V. Covlea, V. V. Covlea, E. Barna, "The smoothing and the digital processing of Langmuir probe characteristic", ROMANIAN REPORTS IN PHYSICS, 55, 245-252 2003