

## OFDM 신호에서 개선된 PTS 기법을 이용한 PAR 감소와 복잡성에 대한 분석

김명제, 김홍우, 김성우

충북대학교 전기전자컴퓨터공학부

### Analysis of Complexity and Reduction of PAR in OFDM Signals Using Improved PTS Technique

Myoung-Jei Kim, Hong-Woo Kim, Sung-Soo Kim,

School of Electrical & Computer Engineering, Chungbuk National University

**Abstract** - Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) 시스템은 높은 peak-to-average power ratio(PAR) 문제를 가진다. 일반적으로, partial transmit sequence(PTS) 기법을 이용하여 최적의 PAR 감소 성능을 얻기 위해서는 나눈 부블록의 수와 위상 요소(rotation factor)에 관한 모든 탐색을 해야 한다. 나눈 부블록 수와 factor 수가 많을수록 PAR 감소 성능은 그만큼 증가하지만, 그에 비례하여 복잡성과 계산량 또한 지수적으로 증가하여 송신기에서의 시간지연과 전력소비를 초래한다. 따라서, PAR 감소 성능을 낮추면서 복잡성 또한 줄일 수 있는 방법이 요구된다. 하지만, 성능과 계산의 복잡성 사이에는 트레이드오프가 존재하여, 두 가지를 동시에 줄이는 것은 매우 어렵다. 본 논문에서는, 성능과 복잡성 사이의 최적의 트레이드오프에 대해 분석하고, 제안한 PTS 기법의 성능을 기존의 복잡한 PTS 기법과 비교한다.

#### 1. 서 론

4세대 통신 시스템에서 제공해야 할 여러 서비스를 만족시켜줄 무선 전송 기술로서 최근에 각광받고 있는 OFDM(Orthogonal frequency division multiplexing)은 멀티캐리어 변조 방식의 일종으로, 멀티패스 페이딩 및 간단한 등화기 구조, 고속의 데이터 전송 때문에 고속 이동수신 환경에서 우수한 성능을 발휘한다.[1],[2] 또한, 상호 직교성을 갖는 복수의 반송파를 사용하므로 주파수 이용효율이 높아지고, 송수신단에서 이러한 복수의 반송파를 번복조하는 과정은 각각 IDFT와 DFT를 수행한 것과 같은 결과가 되어 IFFT와 DFF를 사용하여 고속으로 구현할 수 있다.

이러한 OFDM 방식은 IEEE 802.11a와 HIPERLAN/2의 고속 무선 LAN, IEEE 802.16의 광대역 무선 액세스(BWA)의 표준방식으로 채택되었고, 또한 단일 주파수 망이 가능하여 디지털 오디오 방송(DAB)과 디지털 지상 텔레비전 방송(DVB-T)의 표준 방식으로도 채택되었다.

다중 반송파를 사용하는 OFDM 시스템은 많은 수의 직교 반송파에 신호를 실어서 보내는 데 IFFT를 통과한 출력신호의 크기가 동일한 위상으로 더해질 경우 순간적으로 매우 높은 전력을 가지게 되어 PAR 문제가 발생한다. 따라서 OFDM 신호의 시간영역신호는 PAR이 단일 반송파 방식보다 크게 나타나는 단점이 있다. PAR이 크면 일정한 크기의 word-length를 갖는 ADC와 DAC에서 큰 양자화 잡음을 발생시켜 신호 품질을 저하시키며, 비선형 소자를 통과할 때 비선형 왜곡이 발생하게 되고 이러한 비선형 왜곡을 줄이기 위해 선형 HPA(high power amplifier)를 사용하거나 충분한 back-off을 해야 한다. 하지만 가격과 전력효율 측면에서 적절하지 않아 직접적인 해결방안이 되지 않는다. [3] PAR를 감소시키기 위해 많은 기법이 제안되었는데 이

들은 기본적으로 세 가지 부류로 분류할 수 있다.[4] 첫 번째로 신호왜곡기법이다. 이 기법은 OFDM 신호를 피크에서 또는 그 주변에서 비선형적으로 왜곡시켜 간단히 피크 크기를 감소시킨다. (클리핑, 피크 윈도잉, 피크 제거 등). 두 번째는 부호화 기법으로 큰 PAR를 갖는 OFDM 신호를 제외시킨 특수한 전방오류정정 부호집합을 사용한다. (Golay 상보부호). 세 번째 부류는 기본적으로 서로 다른 여러 개의 스크램블링 시퀀스로 각 OFDM 심볼을 스크램블링하고 그 결과 중 가장 작은 PAR를 갖는 시퀀스를 선택하는 방식이다. selected mapping(SLM)은 동일정보에 여러 위상 sequence를 곱하여 이 중에서 가장 낮은 PAR를 갖는 데이터 시퀀스를 선택하여 전송한다. partial transmit sequence (PTS)는 반송파를 여러 개의 clusters 또는 부블록으로 나누어 낮은 PAR의 신호가 되도록 최적의 위상 시퀀스를 곱하여 전송한다[5]. 이 두 방식은 스펙트럼 왜곡 없이 효과적으로 PAR를 저감할 수 있다. 하지만, 여러 개의 IFFT 블록을 사용하여 시스템의 복잡도가 증가하고 계산량이 많고, 위상회전 정보를 반드시 전송하여 데이터의 복원 과정이 반드시 필요하게 되므로 이에 따른 여러가 발생한다. 둘 사이의 차이는 첫 번째 방식은 스크램블링을 모든 반송파에 적용하여 위상을 독립적으로 회전시키는 반면, 두 번째 방법에서는 스크램블링을 반송파 그룹별로 적용하여 위상을 회전시킨다는 것이다.

PTS 기법을 이용하여 최적의 PAR 감소 성능을 얻기 위해서는 나눈 부블록의 수와 위상 요소(rotation factor)에 관한 모든 탐색을 해야 한다. 나눈 부블록 수와 factor 수가 많을수록 PAR 감소 성능은 그만큼 증가하지만, 그에 비례하여 복잡성과 계산량 또한 지수적으로 증가하여 송신기에서의 시간지연과 전력소비를 초래한다. 따라서, PAR 감소 성능을 낮추면서 복잡성 또한 줄일 수 있는 방법이 요구된다. 하지만, 성능과 계산의 복잡성 사이에는 트레이드오프가 존재하여, 두 가지를 동시에 줄이는 것은 매우 어렵다.

본 논문에서는, 성능과 복잡성 사이의 최적의 트레이드오프에 대해 분석하고, 제안한 PTS 기법의 성능을 기존의 복잡한 PTS 기법과 시뮬레이션으로 비교한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 본론 2.1에서는 OFDM과 PAR의 개념, PTS기법을 기술하였고, 2.2에서는 PAR 성능과 복잡성 사이의 트레이드오프에 대해 분석하였으며, 2.3에서는 제안한 PTS 기법의 성능을 기존의 복잡한 PTS 기법과 시뮬레이션으로 비교한다. 마지막으로 3장에서는 본 논문의 결론을 맺는다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 OFDM, PAR, PTS

이산 시간 영역에서  $N$  개의 반송파를 갖는 OFDM

신호  $x(t)$ 는

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi \frac{k}{N} t}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

$X = [X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]^T$ ,  $N$ 은 부반송파의 수

OFDM 신호에서 신호의 최대치와 평균치의 비로 정의되는 PAPR은

$$PAR = 10 \log_{10} \frac{\text{Max}|x(t)|^2}{E[|x(t)|^2]} \quad (dB) \quad (2)$$

$E(\cdot)$ 는 기대값이다.

IFFT에 입력되는 데이터는 일반적으로 i.i.d 성질을 갖는 랜덤 신호로 간주할 수 있으므로 부반송파의 개수  $N$ 이 충분히 크다면 변조된 신호는 중심극한 정리에 의하여  $x(t)$ 의 실수부와 허수부는 모두 평균이 0이고, 분산이 1/2인 Gaussian 확률밀도함수를 갖는 랜덤신호가 된다. 따라서 OFDM 신호의 크기는 레일리(Rayleigh) 분포를 가지며 전력 분포는 자유도가 2이고 평균이 0인 중심 chi-square 분포가 된다. 중첩된 부반송파에서 최대 전력을 찾기 위해 샘플링 된 값들이 서로 무상관이라 가정하면, PAR이 특정 임계값  $PAR_0$ 를 초과할 확률을 CDF로 나타낼 수 있다.[6]

$$\Pr(PAR \leq PAR_0) = (1 - \exp(-PAR_0))^N \quad (3)$$

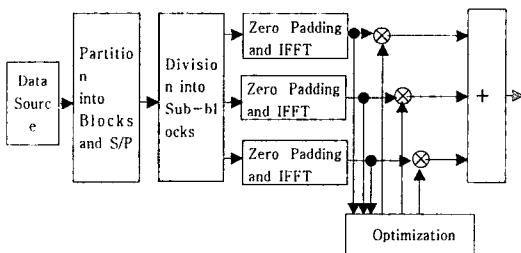
과도 샘플링을 한  $N$  개의 부반송파에 대한 분포를 과도 샘플링을 하지 않은  $\alpha N$ 개의 부반송파에 대한 분포로 근사화 할 수 있다고 가정하면,

$$\Pr(PAR \leq PAR_0) = (1 - \exp(-PAR_0))^{\alpha N} \quad (4)$$

OFDM 신호의 PAPR에 대한 CCDF는 다음과 같다.

$$\Pr(PAR > PAR_0) = 1 - (1 - \exp(-PAR_0))^{\alpha N} \quad (5)$$

일반적으로 과도 샘플링을 한 OFDM 신호에 대해서  $\alpha = 2.8$ 이 적합하다고 알려져 있다.



<그림 1. PTS OFDM의 블록 다이어그램>

PTS기법은 입력신호를  $M$  개의 부분블록으로 나누어 PAR 값이 최소가 되도록 최적의 가중치 요소를 곱하여 전송하는 방법으로써 SLM 방법과는 달리 그림 1과 같이 입력신호를 서로 중복되지 않는  $M$  개의 부분블록으로 분할하고 부분블록별로 IFFT를 수행한 후, 크기가 1이고 위상 차가 180도인 가중치 요소,

$b_i^m = e^{j\phi^m}$ ,  $m=1, 2, \dots, M$ ,  $\phi^m$  를 각 부분블록에 곱하여 부분블록들을 합한 신호의 PAR이 최소가 되도록 가중치 요소를 조정하여 가장 작은 PAR값을 갖는 심볼을

전송하는 기법이다. [7][8]

각 부분블록들은 가장 작은 PAR값을 갖기 위해 가중치 요소와 곱한다. 주파수 영역의 전송신호는 아래와 같다.

$$X_i = \sum_{m=1}^M b_i^m \cdot X_i^m \quad (6)$$

여기서  $X_i^m$ 는  $m$ 번째 부분블록에 할당된 신호이고  $b^m$ 은 그 부분블록의 가중치 요소이다.

$X'$ 를 IFFT 한 신호  $x'$ 는,

$$x' = \text{IFFT} \left\{ \sum_{m=1}^M b_i^m \cdot X_i^m \right\} = \sum_{m=1}^M b_i^m \cdot x_i^m \quad (7)$$

(5)식에서와 같이 PAR을 감소하기 위해서는 PAR 감소 성능을 최소로 만들어 주는 적절한 위상 시퀀스를 찾아야 한다.

## 2.2 제안된 PTS기법

<표 1>에서 보면 PAR 감소 성능이 좋을수록 복잡도가 크게 증가하는 반면, Cimini가 제안한 방법[4]은 위상 요소에 대한 탐색 계산 량은 줄였지만 성능이 가장 나쁘다. [9]에서 제안한 Gradient descent 방법은 성능과 복잡성이 모두 Ordinary와 Iterative 기법의 중간 상태로서 여기서는 성능과 복잡도에 대한 트레이드오프가 전혀 고려되지 않았다.

특성 \ 기법	Ordinary PTS Technique	Gradient Descent Search	Iterative Flipping Algorithm
복잡성	$W^{M-1} = 4^{8-1} = 16384$ 100% (가장 복잡)	$M-1 C_r \cdot W = 8-1 C_2 \cdot 4^2 = 336$ 2.05% (적음)	$(M-1) \cdot W = (8-1) \cdot 4 = 28$ 0.17% (가장 적음)
성능비교 $\Pr(PAR) > PAR_{10}$	5.90dB (가장 좋음)	6.30dB (보통)	7.35dB (가장 나쁨)
parameter	$W$ (허용한 가중치 요소)=4, $M$ (부분블록수)=8, $r$ (가중치 요소의 변경)=2		

<표. 1 최적의 위상 시퀀스 탐색 방법 간의 비교>

나는 부 블록수와 위상시퀀스의 수 그리고 탐색의 반복수에 따라 PAR 감소 성능과 PTS기법의 복잡성 정도가 결정되어지기 때문에 나는 부 블록수와 위상 요소가 많을수록 PAR 감소 성능은 그만큼 증가하지만, 그에 따라서 복잡성과 계산 량이 증가한다. 따라서, PTS기법에서는 PAR 감소 성능과 계산의 복잡성 사이에 트레이드오프가 존재한다.

연산 량의 증가는 두 가지 문제를 발생 시킨다. 첫 번째는 프로세스에서의 전력소비이고, 두 번째는 계산 량이 늘수록 문제가 되는 송신기에서의 시간 지연이다.

[6]에서, 최적의 위상 요소를 찾기 위한 아주 복잡한 량의 연산에 대한 프로세스의 전력 소비량이 PAR에 의해 발생하는 전력소비에 비해 아주 작기 때문에 PAR 감소를 위한 프로세스의 전력 소비가 문제가 되지 않음을 보였다. 그러므로 부 블록수와 factor의 증가로 인해 늘어나는 계산 량에 따른 송신기의 전력소비는 문제가 되지 않는다. 하지만, 계산의 복잡성과 연산 량의 증가로 인해 발생하는 송신기에서의 시간 지연은 반드시 해결해야 할 문제이다.

최적의 PAR 감소 성능을 위해 연산량을 증가 시키는 것이 이러한 문제를 일으키기 때문에 요구되는 PAR 성능에 따라 최적의 연산 량을 구해야 한다.

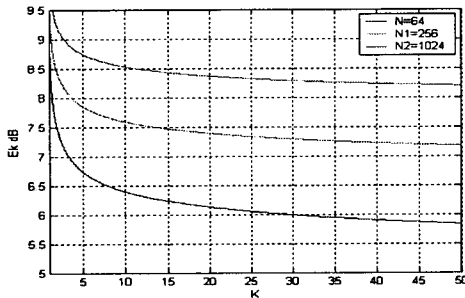
그렇게 하면, 최적 성능에 가까운 PAR 성능을 얻고, 연산 량도 줄일 수 있다. PAR 감소 연산 량이 줄어든다면, 송신기에서의 시간지연 문제도 해결될 수 있다.

주어진 임계값 보다 더 적은 PAR이 발생할 확률을  $p$  라고 하면, ( $p = \Pr[PAR \leq PAR_0]$ ) OFDM 신호의 PAR을 주어진 임계값 아래로 줄이기 위해  $1/p$ 의 반복 횟수가 요구되어진다. [10] 이와 같이,

$$K \approx \frac{1}{\Pr(PAR < PAR_0)} = \frac{1}{[1 - \exp(-PAR_0)]^{aN}} \quad (8)$$

주어진 반복횟수  $K$ 에 대해 얻을 수 있는 PAR은 다음과 같이 된다.

$$PAR_K \approx -\ln \left[ 1 - \frac{1}{K^{1/aN}} \right] \quad (9)$$

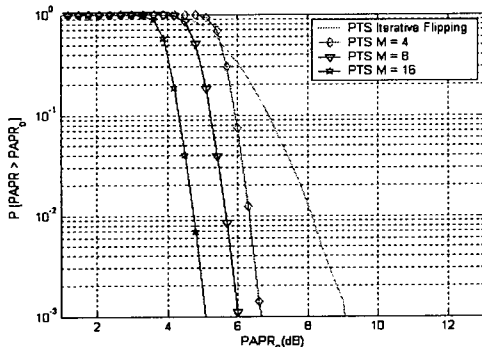


<그림 2. 주어진 반복수에 따른 PAR 감소 성능>

그림 2에서, PAR 임계값을 줄이기 위해 요구되는 반복수 ( $K$ )는 지수적으로 증가함을 보여준다. 이것은 주어진 PAR 임계값에서 반복횟수 즉, 연산량을 아무리 늘려도 PAR이 거의 줄어들지 않는다는 것을 보여준다. 주어진 PAR 임계값을 얻기 위해 필요한 반복횟수와 주어진 반복에서 얻을 수 있는 PAR 임계값이 존재함을 보여준다. 따라서, 더 나은 성능을 얻기 위해 무조건 연산량을 늘려서는 안되며, 위 그림처럼 그래프가 수렴하는 지점에서의 반복수를 선택함으로써 PAR 감소 성능과 계산량 사이의 트레이드오프 점을 찾을 수 있다.

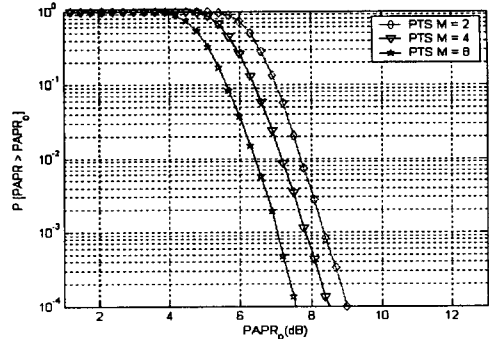
### 2.3 시뮬레이션 결과 및 분석

<그림 3>은 PTS기법에서  $M$  값과 위상 시퀀스  $N$ 의 모든 경우와 Iterative 기법에 대한 CCDF 성능 곡선을으로써  $M$ 값이 커짐에 따라 성능이 향상됨을 볼 수 있다.



<그림 3. PTS에서  $M$ 에 따른 OFDM 심볼의 PAR CCDF,  $W=2, N=64$ >

위에서 찾은 PAR 임계값에 따른 반복수를 고려하여 시뮬레이션 한 결과이다. 약 1dB의 성능 열화를 보이지만,  $N=64$ 일 때의 PAR 임계값에 대한 반복수  $K=16$ 을 고려하여, 복잡성 면에서 상당한 감소를 가져왔다.



<그림 4. 트레이드오프에 의한 OFDM 심볼의 PAR CCDF,  $W=2, N=64, K=16$ >

### 3. 결 론

본 논문에서는 OFDM 시스템의 단점인 높은 PAR을 줄이기 위한 방법으로 개선된 PTS기법을 이용한 PAR 감소와 복잡성에 대한 분석을 하였다. PTS기법에서의 연산 량이 많을수록 PAR 감소 성능은 뛰어나지만, 계산 량의 증가로 송신기에서 시간지연 문제가 발생한다. 본 논문에서는, 연산 량도 줄이고 PAR 감소 성능 또한 개선하기 위해서는 둘 간의 트레이드오프 점을 찾아서 최적의 PAR 감소 성능과 최저의 연산 량을 구해야 됨을 보였다.

### [참 고 문 헌]

- [1] L. J. Cimini Jr., "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing," IEEE Trans. on Communications, Vol. com-19, pp. 665-675, July 1985
- [2] J. A. C. Bingham, "Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come," IEEE Communications Magazine, Vol. 28, no. 5, pp. 5-14, May 1990
- [3] 유흥균, 유호진, "OFDM 전송방식에서 새로운 효과적인 PAPR 감소기법", 충북대학교논문집, August, 2002
- [4] 조용수, 무선 멀티미디어 통신을 위한 OFDM 기초, 대영사, 2001
- [5] L.J. Cimini, Jr., N.R. Sollenberger, "Peak-to-Average Power Ratio Reduction of an OFDM Signal Using Partial Transmit Sequences", IEEE Int. Conf. Comm. (ICC 99), Vancouver, British Columbia, Canada, 6 June 1999
- [6] R.J. Baxley, G.Tong Zhou, "Power Savings Analysis of Peak-to-Average Power Ratio Reduction in OFDM", IEEE Trans. on Consumer Electronics, Vol. 50, No. 3, August 2004
- [7] 최지윤, 안봉만, 백홍기, "SLM과 PTS를 결합한 PAPR 감소기법의 성능 분석", 제 16회 신호처리합동학술대회논문집 제 16권 1호, 2003
- [8] S.G. Kang, J.G. Kim, E.k. Joo, "A Novel Subblock Partition Scheme for Partial Transmit Sequence OFDM", IEEE Trans. Broadcasting, Vol. 45, No 3, September 1999
- [9] S.H. Han, J.H. Lee, "PAPR Reduction of OFDM Signals Using a Reduced Complexity PTS Technique", IEEE Signal processing Letters, Vol. 11, No 11, November
- [9] A.D.S. Jayalath, C.R.N. Athaudage, "On the PAR Reduction of OFDM Signals Using Multiple Singnal Representation", IEEE Communications Letters, Vol. 8, No. 7, July 2004