

선형모터 시스템의 비선형 마찰 보상을 위한 질량 추정형 적응 제어기

○이진우* · 선정원* · 이영진** · 서진호* · 이권순*

*동아대학교 전기공학과, **사천항공기능대 전기기계측제어과

Mass Estimated Adaptive Controller for Nonlinear Friction Compensation in Linear Motor System

Jin Woo Lee · Jung Won Sun, Young Jin Lee, Jin Ho Suh, Kwon Soon Lee

*Dong-A Univ. Dept. of Electrical Eng., **Korea Aviation Polytechnic College

Abstract - 본 논문에서는 마찰력과 질량은 수직항력에 의해 관계하고, 시스템 입출력 관계에서도 도출할 수 있음에 착안하여, LuGre 모델을 기반으로 하는 수직항력 관측이 가능한 보상기 적용과 동시에 제어 입력과 시스템 출력 관계를 적응규칙을 통해 질량추정기를 설계하여 제어 입력의 스케일로 사용함으로써 그 성능을 더욱 향상시키고자 하였다.

량이 M_1 에서 임의의 시간부터 M_1+M_2 로 변화할 수 있는 시변의 성질을 갖는 이동체를 고려하면, 이로 인해 수직항력(normal force)가 변화한다할 수 있다. 또한 수직항력의 변화는 입력 또는 추력의 반대방향으로 마찰력을 변화시키게 된다. 이러한 수평운동의 수학적으로 나타내면 식(1)과 같이 표현이 가능하다.

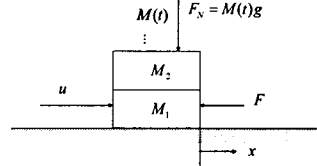


그림 1 시스템 모델과 요소들

Fig. 1 The considered model and components

1. 서 론

일반적으로 서보계에서 마찰력은 비선형 성질을 갖는 대표적 요소로서 전체 시스템을 선형화하여 제어기 계수를 잘 동조하였을 경우에도 실제 시스템 적용에서는 예상치 못한 정상상태 오차 또는 리미트 사이클(limit-cycle) 등의 문제를 발생시키는 제어시 큰 방해요인으로 작용한다. 따라서, 선형 운동 서보기계 시스템의 저속 및 정밀 위치제어에 있어서는 그 비선형 특성에 대한 관측이 필요하며, 마찰력 변화의 요인이라 할 수 있는 이동체 질량 변화에 일정한 제어 특성을 갖는 제어기 설계 또한 필수적이라 할 수 있다.

대부분의 마찰력 모델들은 전반적으로 회전기 위주에 사용되고 있어 부하변동과 마찰력 간의 관계에 대해서는 잘 고려하지 않고 보상하고 있다. 즉, 회전기에서는 회전체의 질량 또는 관성 변화가 마찰력 변화에 크게 영향을 미치지 않기 때문에 대부분이 속도만의 함수로 표현된 마찰력 모델 기반으로 보상하고 있다. 또한, 직선 서보계의 위치 및 속도 제어에 관련된 연구에 있어서도 이동체의 질량 변화와 그에 따른 수직항력 변화, 그리고 이 때문에 발생하는 마찰력 변화를 연관하여 보상하고 있지 않다. 일부 수직항력 변화를 고려한 모델을 이용하여 이 변화에 대하여 적응적으로 마찰력을 보상한 연구가 있으나[5], 이동체의 질량변화와 연관하여 적용된 바는 없다.

따라서, 본 논문에서는 다수개 물체의 이송을 목적으로 하는 시스템의 정밀한 제어를 위하여, 이동체의 질량 변화에 의해 수직항력이 변화하고 이에 따라 마찰력 또한 변화하는 관계를 시스템에 적용하기 위해 수학적 모델링을 수행하고, 이동체의 질량 추정을 통한 적응제어와 동시에 그에 따른 수직항력 변화에 적용하는 마찰력 보상기를 설계하였으며, 일반적으로 여러 논문에서 사용되는 [3]의 파라미터를 기준으로 비보상시, 고정형 보상기, 그리고 수직항력 변화가 고려된 적응 보상기와 그 성능을 비교하였다.

2. 본 론

2.1 시스템 모델링

이동체의 질량이 변화하는 직선 서보계의 수학적 모델을 위하여 그림 1과 같이 나타낼 수 있다. 이동체의 질

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = u - F \tag{1}$$

여기서, x , M , u , 그리고 F 는 각각 이동체의 위치, 이동체 전체 질량, 제어입력, 그리고 마찰력을 나타낸다. LuGre 동적 마찰력은 식(2)와 같이 속도만의 함수로서 나타낼 수 있다.

$$F(v) = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \tag{2}$$

여기서, v , σ_0 , σ_1 , 그리고 σ_2 는 각각 속도, 강성, 감쇠계수, 그리고 점성계수를 나타낸다. 이때 z 에 관한 동적 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} z \tag{3}$$

$$g(v) = F_C + (F_S - F_C) e^{-v/v_s} \tag{4}$$

여기서, F_C , F_S , 그리고 v_s 는 각각 콜롬 마찰력, 정적 마찰력, 그리고 Stribeck 속도를 나타낸다. 한편, 뉴턴의 법칙 $F = \mu F_N = \mu M g$ 에 의해 이동체의 질량이 마찰력에 영향을 미치는데, 그 중 마찰계수 μ 와 수직항력 F_N 의 스케일은 식(4)의 $g(v)$ 에 크게 영향을 미치는 것으로 알려져 있다[7]. 따라서, 식(3)은 식(5)와 같이 표현이 가능하다.

$$\frac{dz}{dt} = v - \theta \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} z \tag{5}$$

여기서, θ 는 제어시 측정이 불가능한 수직항력 변화에 의해 변화하는 불확실한 마찰력 스케일 파라미터로 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\theta(t) = \frac{M(t)}{M(t)} \tag{6}$$

2.2 제어기 설계

이동체의 중량변화와 그에 따른 수직항력 모두를 고려해야 하는 본 시스템에서 추정치 \hat{M} 를 두어 실제 질량에 가깝도록 함으로써 더욱 좋은 성능을 기대 할 수 있다. 제어 입력에 불확실한 파라미터 이동체 질량에 대한 추

정치를 이용함으로써 전체 시스템 방정식은 식(7)과 같이 나타낼 수 있으며 그림 2와 같이 나타낼 수 있다.

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = u - F$$

$$= -\hat{M}H(s)e + \hat{M} \frac{d^2 x_d}{dt^2} + \hat{F} - F \quad (7)$$

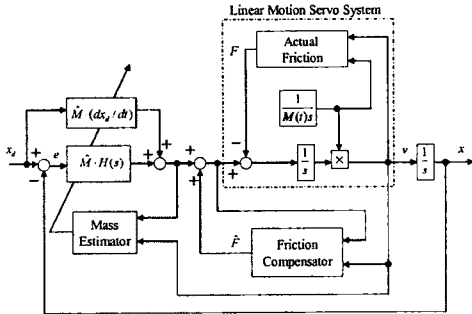


그림 2 질량 추정형 적응 제어 시스템 구조
Fig. 2 The system structure of the mass estimated adaptive control

앞 절에서 수직항력 변화에 적응적인 보상기를 통하여 마찰력 F 를 \hat{F} 로 보상하였다고 가정하면 마찰력을 제외한 플랜트의 입력과 이를 통과한 출력인 속도와의 관계를 이용하여 질량을 추정할 수 있다[5].

즉, 마찰력을 제외한 플랜트의 입출력 관계를 θ_2 로 정의하여 식(8)과 같은 관계를 얻을 수 있으며, 실제 θ_2 에 대한 추정치 $\hat{\theta}_2$ 를 식(9)와 같이 정의할 수 있다.

$$u = M \frac{dv}{dt} = Ma = \frac{a}{\theta_2} \quad (8)$$

$$\theta_2(t) = \frac{1}{M(t)} = \frac{a(t)}{u(t)}, \quad \hat{\theta}_2(t) = \frac{\hat{a}(t)}{u(t)} \quad (9)$$

이때 출력과 출력 추정 오차를 $\varepsilon = a - \hat{a}$ 라하고, 시스템 추정오차를 $\hat{\theta}_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2$ 로 각각 정의하면 식(10)과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\varepsilon = a - \hat{a} = \theta_2 u - \hat{\theta}_2 u = -\hat{\theta}_2 u \quad (10)$$

여기서, ε 를 최소화하기 위하여 θ_2 변화에 대한 손실함수 $J(\hat{\theta}_2)$ 를 식(11)과 같이 정의할 수 있다.

$$J(\hat{\theta}_2) = \frac{\varepsilon^2}{2} = \frac{(a - \hat{\theta}_2 u)^2}{2} \quad (11)$$

그러면 $\nabla J(\hat{\theta}_2) = -(a - \hat{\theta}_2 u)u = 0$ 과 같이 될 때 ε 가 최소가 되는 $\hat{\theta}_2$ 를 얻을 수 있으며, gradient method를 이용하여 $d\hat{\theta}_2/dt$ 에 관한 방정식 식(12)를 얻을 수 있다.

$$\frac{d\hat{\theta}_2}{dt} = -\gamma_2 \nabla = \gamma_2 (a - \hat{\theta}_2 u)u = \gamma_1 \varepsilon u \quad (12)$$

여기서, $\hat{\theta}_2(0) = 1/M(0)$ 이며, $\gamma_2 > 0$ 이다. 따라서, 마찰력과 보상기 입력을 제외한 시스템 플랜트와 이에 대한 질량 추정기를 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.

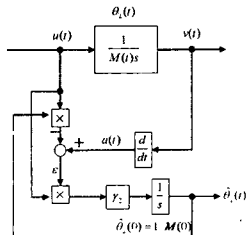


그림 3 마찰력이 상쇄시 플랜트에서의 질량추정기
Fig. 3 The mass estimator for the plant without actual friction and compensator

2.3 모의실험

기존의 선형 제어기 및 보상 방법들과 제안 시스템의 성능 비교를 위해 시스템에 사용된 파라미터들은 일반적으로 널리 이용되고 있는 표1과 같이 설정하였다. 그리고, 기존 방법들과 비교를 위하여 아래의 Case I~V까지의 경우들에 대하여 고려하였다. $H(s)$ 의 입력은 식(13)으로 설정하고 각 경우에 대하여 공통으로 적용하였다. 그리고, 시나리오는 아래와 같이 설정하여 수행하였다.

- (i) 질량변화: $M(t) = \begin{cases} 1 [\text{kg}], & 0 \leq t < 10 \\ 2 [\text{kg}], & 10 \leq t < 20 \\ 3 [\text{kg}], & 20 \leq t \leq 30 \end{cases}$
- (ii) $x_d(t) = 1 + \sin(0.1\pi \cdot t + 1.5 \cdot \pi)$

- Case I : $H(s)$ 만 사용하였을 경우(비보상시)
- Case II : 파라미터 고정형 보상기를 적용한 경우
- Case III: 수직항력 추정 적용 보상기를 적용한 경우
- Case IV : 질량추정형 적응제어기(θ_1 type)
- Case V : 질량추정형 적응제어기(θ_2 type)

$$H(s) = E(s) \left\{ K_p + K_d s + \frac{K_i}{s+1} \right\} \quad (13)$$

표 1 사용된 파라미터
Table 1 The used parameters

parameters	values	parameters	values
σ_0	100,000 [N/m]	load mass	1 [kg]
σ_1	$\sqrt{100,000}$ [Ns/m]	γ_1	500,000
σ_2	0.4 [Ns/m]	γ_2	1.038
F_C	1 [N]	K_i	4
F_S	1.5 [N]	K_p	3
v_s	0.001 [m/s]	K_d	6
initial M	1 [kg]	τ	0.1

그림 4는 목표치 궤적에 대한 출력 변화를 나타낸다. Case I은 선형 마찰력 모델에서 잘 동조된 제어기를 적용하였으나, 출발시 및 정지시, 즉 저속 구간에서 항복력에 의해 제어 입력이 있음에도 불구하고 정지하고 있는 상태를 볼 수 있다. Case II에서는 고정된 파라미터의 마찰력 보상기를 추가함으로 인해 10[sec]까지는 Case I에 비해 현저히 성능이 향상되었으나, 10[sec] 이후 이동체의 질량 변화에 의해 변화된 마찰력 부분은 보상되지 않고 있음을 볼 수 있다. Case III에서는 수직항력 변화에 의한 마찰력 변화를 적응적으로 보상함으로써 Case I와 II에 비하여 성능이 향상되었으나, 10[sec]와 20[sec]의 질량변화가 있을 때 약간의 데드존(dead zone)이 나타남을 볼 수 있다. 제안하는 방법의 Case IV와 V의 경우 다른 방법들에 비해 성능이 향상되었음을 알 수 있다.

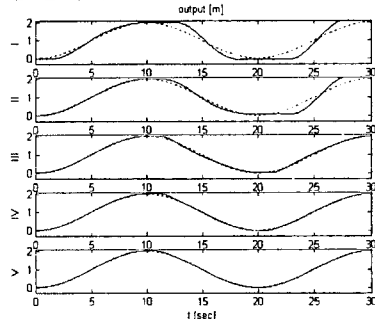


그림 4 목표치(점선)에 대한 이동 거리변화(실선)
Fig. 4 Distance variations(solid line) for the reference trajectory (the dotted line)

그림 5는 마찰력 추정 오차를 나타내는데, Case II는 초기 질량에 대한 보상기 파라미터가 잘 설정되어 있어 이동체 질량 변화가 있기 전까지 가장 추정오차가 적다. 그러나, 그 이후로는 마찰력 영향을 계속 받고 있음을 알 수 있다. 이후 Case III에서 V로 갈수록 추정 오차가 적어지고 있다. 그림 6과 7은 각각 θ 변화와 이에 의한 질량변화 및 그 추정치들을 나타내고 있다.

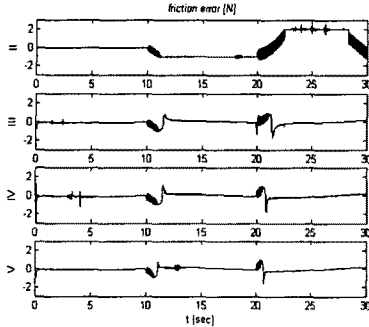


그림 5 마찰력에 대한 추정오차
Fig. 5 Friction estimate errors

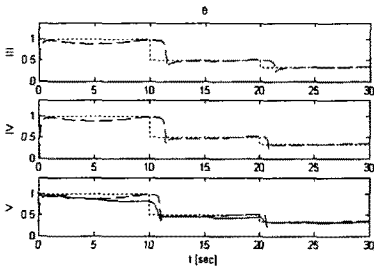


그림 6 수직항력 스케일 θ (점선)와 추정치 ($\hat{\theta}$: 점선, $\hat{\theta}_1$: 파선, $\hat{\theta}_2$: 실선)
Fig. 6 Scale factor for normal force θ (dotted line) and its estimates ($\hat{\theta}$: dotted line, $\hat{\theta}_1$: dashed line, $\hat{\theta}_2$: solid line)

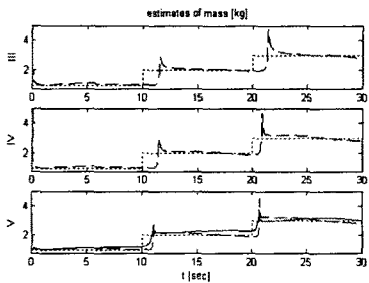


그림 7 질량변화와 추정치(M : 점선, \hat{M}_1 : 파선, \hat{M}_2 : 실선)
Fig. 7 Variations of mass and its estimates(M : dotted line, \hat{M}_1 : dashed line, \hat{M}_2 : solid line)

제어 구간 내에서 각 경우의 성능비교를 위하여 시스템 출력의 RMS 오차를 그림 8에서 비교하였다. 제안하는 방법인 Case V는 최종시간 까지 RMS 오차가 0.38[ms]로 Case I~IV에 비하여 각각 92.8[%], 56.8[%], 17.2[%], 그리고 9.4[%]의 향상을 보였다.

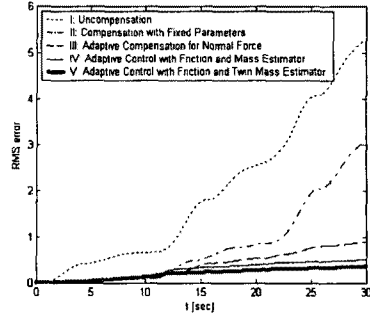


그림 8 RMS error 변화
Fig. 8 Variations of RMS error

3. 결 론

본 논문에서는 마찰력과 질량은 수직항력에 의해 관계하고, 시스템 입력력 관계에서도 도출할 수 있음에 착안하여, LuGre 모델을 기반으로 하는 수직항력 관측이 가능한 보상기 적용과 동시에 제어 입력과 시스템 출력 관계를 적응규칙을 통해 질량추정기를 설계하여 제어 입력의 스케일로 사용함으로써 그 성능을 더욱 향상시킬 수 있었다.

본 연구에서는 이동체의 질량변화가 제어기 특성 및 마찰력에 가장 크게 영향을 미치므로 LuGre 마찰력 모델 내에서 z 와 수직항력에 대한 정규화 파라미터 θ 만을 적용하도록 하였다. 향후 마찰력 모델 내의 강성, 댐핑 계수, Stribeck 속도 계수 등의 파라미터들까지도 적용시킨다면 더욱 좋은 보상효과를 얻을 수 있을 것으로 사료된다.

[참고 문헌]

- [1] Brian Armstrong-Helouvy, Pierre Dupont, and Carlos Canudas De Wit, "A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction," *Automatica*, Vol. 30, No. 7, pp. 1083-1138, 1994.
- [2] P. A. Bliman, "Mathematical Study of the Dahl's Friction Model," *European J. Mechanics. A/Solids*, Vol. 11, No. 6, pp. 835-848, 1992.
- [3] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, P. Lischinsky, "A New Model for Control of Systems with Friction," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 419 - 425, 1995.
- [4] C. Vivas, F. R. Rubio, and C. Canudas-de Wit, "Gain-scheduling Control of Systems with Dynamic Friction," *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, USA*, pp. 89-94, 2002.
- [5] C. Canudas de Wit and P. Lischinsky, "Adaptive Friction Compensation with Partially Known Dynamic Friction Model," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 11, pp. 65-85, 1997.
- [6] P. A. Ioannou, J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, 1996.
- [7] C. E. Celik, "Modeling and Identification of Friction in Dynamic Systems," Thesis for Degree of Ph. D., Dept. of Mechanical Engineering, Carnegie Mellon University, USA, September, 2000.
- [8] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, New York: Macmillan, 1992.