

선형 및 비선형 특성을 고려한 PID 동조 알고리즘

조준호, 최정내, 황형수
원광대학교 전기전자및정보 공학부

PID tuning Algorithm for linear or non-linear characteristic

Joon-Ho Cho*, Jung-Nae Choi, Hyung-Soo Hwang,
Division of Electrical Electronic and Information Engineering Wonkwang University.

Abstract - 본 논문은 제어 공정의 파라미터의 동정과 축소모델을 이용하여 선형 및 비선형 특성을 고려한 PID 제어기 설계를 제안하였다. 제어기 파라미터값은 2차의 지연시간을 갖는 축소 모델의 파라미터값에 의해 결정되며, 외란 및 제어 공정의 파라미터 값이 변할 때에는 실제 모델의 동정을 통해 구하며, 또한 실제 공정과 축소 모델의 관계식을 통해 제어 파라미터 값을 실시간으로 보정하여 제어한다. 시뮬레이션을 통하여 실시간 모델 동정 및 제어 파라미터 값이 보정됨을 확인 할 수 있다.

1. 서 론

PID(Proportional and Integral and Derivative) 제어기는 이해하기 쉽고 구조가 간단하며 실제 구현이 용이하여 공정 산업분야에서 널리 사용되고 있는 제어기이다 [1][2][3][4]. PID 제어기를 설계할 때 중요한 것은 파라미터를 결정하는 것이다. 따라서 PID 제어기의 파라미터를 결정하는 방법에 대하여 많은 연구가 이루어지고 있으며[5][6][7], 그 중에서 Ziegler-Nichols Rule, Cohen-Coon Method, IMC 방법들이 보편적으로 쓰이고 있다. 그러나 이러한 방법들 대부분은 경험적으로 파라미터를 결정하고, 또한 특정한 모델에 대해서는 적용할 수 있지만 모든 시스템에 적용할 수 없는 단점이 있다. 따라서 범용적으로 적용할 수 있는 제어 알고리즘이 연구되어 지고 있으며, 그 중 Wang의 축소 모델을 이용하여 제어 파라미터값을 결정하는 방법도 연구되었다. 이 방법의 특징은 고차 모델을 2차의 지연 시간을 갖는 축소 모델을 Nyquist 선도에서 구한 뒤 이 축소 모델의 파라미터 값으로부터 제어기를 설계하는 방법이다. 하지만 Wang의 방법도 선형 모델에 대해서는 우수한 결과를 얻으나, 실제 모델의 파라미터값이 변하거나, 외란이 발생하였을 경우에는 좋지 못한 결과가 발생한다. 비선형 시스템의 제어하는 방법으로는 Fuzzy 제어방법과 Neural Network 방법이 연구되어지고 있으나, 이 방법은 복잡한 연산 및 학습시간과 선형특성에 대해서는 기존의 선형제어방법보다 우수하지 못한 경우가 있다. 본 논문은 Wang의 축소 모델에 의한 제어기 설계방법을 기초로 하여 선형 모델에 대한 제어와 실제 모델에 외란 및 파라미터 값의 변경될 때에는 실제 모델의 동정과 실제 모델과 축소 모델사이의 관계식을 이용하여 제어기 파라미터값을 보정해 줌으로써 비선형성 모델도 고려한 제어기 설계 방법을 제안 하였다. 축소 모델은 Wang의 방법을 보완한 Nyquist 선도의 내접을 고려한 개선된 축소 모델의 값을 추가값으로 사용하였고, 지연시간을 Maclaurin급수로 전개하여 실제 모델과 축소 모델 사이의 관계식을 구하였다. 그리고 공정 파라미터 동정은 각각의 파라미터값의 출력값을 비교함으로써 변화된 파라미터 값을 구할 수 있었다. 시뮬레이션 통하여 3차, 4차의 모델에 대하여 Maclaurin 급수를 통한 축소 모델을 구할 수 있고, 외란 및 공정의 파라미터값이 변화 되었

을 때 새로운 파라미터 값을 동정하여, 제어기 파라미터 값을 보정 할 수 있음을 확인 할 수 있었다. 본 논문의 구성은 고차의 지연 시간을 갖는 모델에 대하여 2차의 지연시간을 갖는 축소 모델을 구하는 것, 공정의 파라미터 동정, PID 제어기 설계, 시뮬레이션 및 고찰 그리고 결론으로 구성되어 있다.

2. 본 론

2.1 축소 모델 알고리즘

주파수 영역에서 모델 축소 방법은 시간 영역에서 보다 쉽고 정확하게 구할 수 있기 때문에 많은 연구가 이루어져 왔다. 본 논문에서는 Nyquist 선도의 4점을 고려한 개선된 모델 축소 방법과 Maclaurin 급수를 이용한 새로운 모델 축소방법을 제안한다.

2.1.1 Nyquist 선도의 4점을 고려한 모델 축소 방법

이 방법은 1, 2단계를 통하여 구할 수 있으며, 순서는 아래와 같다.

1 단계) 수학적 계산을 통한 축소모델의 파라미터 c 값 결정
고차 모델의 모델은 식 (1)과 같다.

$$G(s) = \frac{\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m}{s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n} \quad (1)$$

축소모델은 식 (2)와 같다.

$$\tilde{G}(s) = \frac{e^{-Ls}}{as^2 + bs + c} \quad (2)$$

축소 모델의 파라미터 a, b, c, L 값은 Nyquist 선도의 4점($\angle G(j\omega_a) = 0, \angle G(j\omega_b) = -\pi/2, \angle G(j\omega_c) = -\pi, \angle G(j\omega_d) = -3\pi/2$)에서 고차 모델과 축소 모델의 주파수 응답을 일치시킴으로써 구할 수 있다.

식 (2)의 e^{-Ls} 을 Pade 근사식을 적용하면 식(3)과 같다.

$$\tilde{G}(s) = \frac{2-Ls}{Ls^3 + (2a+bL)s^2 + (2b+Lc)s + 2c} \quad (3)$$

Nyquist 선도의 4점에서 고차 모델과 축소 모델이 같게 한다는 조건에서($G(j\omega_a) = \tilde{G}(j\omega_a), G(j\omega_b) = \tilde{G}(j\omega_b), G(j\omega_c) = \tilde{G}(j\omega_c), G(j\omega_d) = \tilde{G}(j\omega_d)$) 식(4)-(7)을 유도할 수 있다.

$$2c - (2a + bL)\omega_a^2 + j\omega_a(2b + Lc - L\omega_a^2) = \frac{2 - jL\omega_a}{|G(j\omega_a)|} \quad (4)$$

$$2c - (2a + bL)\omega_b^2 + j\omega_b(2b + Lc - L\omega_b^2) = \frac{2 - jL\omega_b}{-j|G(j\omega_b)|} \quad (5)$$

$$2c - (2a + bL)w_c^2 + jw_c(2b + Lc - Law^2) = \frac{2 - jLw_c}{-|G(jw_c)|} \quad (6)$$

$$2c - (2a + bL)w_d^2 + jw_d(2b + Lc - Law^2) = \frac{2 - jLw_d}{|G(jw_d)|} \quad (7)$$

c값은 식(4)와 식(6)에서 구하면 식(8)과 같다.

$$c = \frac{k_2}{k_1} \quad (8)$$

여기서 k_1, k_2 는 아래와 같다.

$$k_1 = \frac{1}{w_d^2} - \frac{1}{w_c^2}, \quad k_2 = \frac{1}{|G(jw_d)|w_d^2} + \frac{1}{|G(jw_c)|w_c^2}$$

2단계) 최적의 a, b, L 값 결정

유전자 알고리즘을 이용하려면 축소모델의 파라미터 a_1, b_1, L_1 값의 초기치가 필요하다. 본 논문에서는 Wang의 방법에 의해 구한 값을 초기값으로 사용하였다. 각 파라미터의 범위는 $0 \leq a_1 \leq 2a_1, 0 \leq b_1 \leq 2b_1, 0 \leq L_1 \leq 2L_1$ 로 하였다. 적용된 최적화 기법은 단순 유전자 알고리즘으로, 사용된 선택연산은 룰렛방식, 교배연산은 단일교배, 돌연변이 연산은 선택된 비트를 반전시키는 invert 방식을 적용했다. 또한 세대는 30세대, 군집은 50개체, 각 파라미터 문자열의 길이를 이진 형태로 15비트, 교배율은 60%, 돌연변이 발생율은 10%로 적용했다.

또한 적합도 평가 함수(J)는 Nyquist 선도의 세 점에 서 오차의 합이 최소가 되도록 하였다.

$$J = \sum_w (|G(jw)| - |\hat{G}(jw)|) \quad (9)$$

여기서 $w = w_b, w_c, w_d$ 이다.

개선된 알고리즘을 순서도로 표현하면 그림 1과 같다.

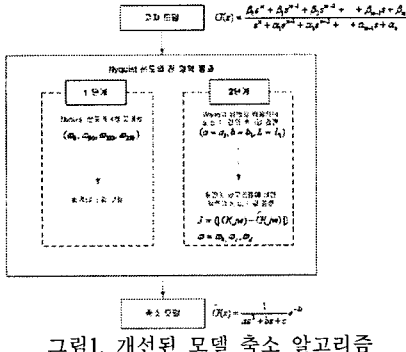


그림1. 개선된 모델 축소 알고리즘

2.1.2 Maclaurin 급수를 이용한 축소 모델 알고리즘

실제의 파라미터값과 축소 모델의 파라미터 값 사이의 관계식을 구하기 위하여 지연시간을 Maclaurin 급수로 근사화 하였다. 축소 모델을 구하는 방법은 아래와 같다. 고차 모델 및 축소 모델의 식은 각각 식(1),(2)이며 식(10)으로 쓸 수 있다.

$$G(s) = \frac{e^{-ds}}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} \approx \frac{e^{-Ls}}{\omega s^2 + bs + c} \quad (10)$$

식(10)의 축소 모델의 지연시간은 식(11)과 같이 표현할 수 있다.

$$e^{-Ls} = e^{-ds} e^{-(L-d)s} \quad (11)$$

따라서 식(11)을 식(10)에 대입하면 식(12)와 같다.

$$G(s) = \frac{e^{-ds}}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} \approx \frac{e^{-Ls}}{(\omega s^2 + bs + c)(e^{-(L-d)s})} \quad (12)$$

식(12)에서 지연시간 $e^{-(L-d)s}$ 를 Maclaurin 급수로 표현하면 식(13)과 같다.

$$e^{-(L-d)s} = 1 + (L-d)s + \frac{1}{2!}(L-d)^2s^2 + \dots + \frac{1}{(n-2)!}(L-d)^{n-2}s^{n-2} \quad (13)$$

식(12)의 실제 모델의 특성 방정식과 식(13)식의 계수를 비교하면 축소 모델의 파라미터 a, b, c, L 값을 구할 수 있다.

본 논문에서는 실제의 모델과 축소 모델의 오차를 줄이기 위해서 개선된 축소모델의 파라미터 L 값을 초기값으로 사용 하였다.

2.2 제어 공정의 모델 동정

본 논문의 제어 파라미터 값은 축소 모델로부터 직접 구하기 때문에 제어 공정에 외란, 비선형성 등이 첨가 되어 제어 공정에 변화가 생기면 강인 제어를 위해서는 제어 파라미터 값을 보정해줘야 한다. 따라서 제어 공정에 대한 모델 동정은 매우 중요하며, 방법은 아래와 같다. 실제 공정의 모델 파라미터 값을 각각의 파라미터 값으로 분해한 뒤 각 파라미터값의 변화를 관찰하여 2장에서 설명한 축소모델의 파라미터 값을 변화 시켜 주는 방법이다.

위 내용을 수식 및 그림으로 표현하면 식(14), 그림 2와 같다.

$$G(s) = \frac{e^{-ds}}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} = G_1(s)G_2(s) \dots G_{n+1}(s) \quad (14)$$

여기서 $G_1(s) = \frac{1}{s^n}, G_2(s) = \frac{1}{a_1s^{n-1}}, \dots$

$$G_{n+1}(s) = \frac{a_1a_2 \dots a_{n-1}s^{n!}}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} e^{-ds} \text{이다.}$$

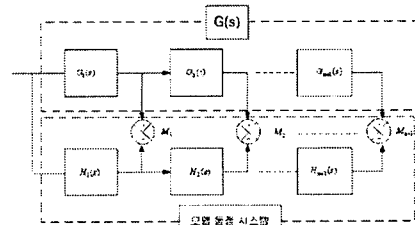


그림2. 모델 동정 시스템

2.3 적용형 PID 제어기 동조 알고리즘

PID 제어기는 2차의 지연시간을 갖는 축소 모델을 기초로 하여 구하기 때문에 지연시간을 보상해 주는 방법으로 잘 알려진 Smith-Predictor 구조와 외란 및 공정 파라미터의 변화에 적용할 수 있게 제어 파라미터 보상기를 결합하여 설계하였다.

Smith-Predictor 제어구조와 제어 파라미터 보상기를 결합한 블록선도는 그림 3과 같다.

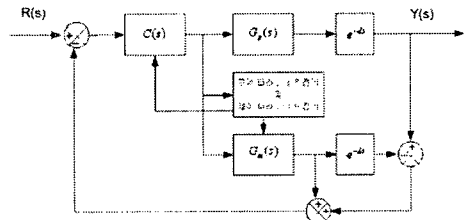


그림3. Smith-Predictor 제어구조

그림 3에서 R(s)는 기준입력, Y(s)는 출력, C(s)는 제어기, $G_p(s)e^{-sd}$ 는 플랜트, $G_m(s)e^{-Ls}$ 는 축소모델을 나타낸 것이다.

PID 제어기의 파라미터는 식(15)와 같이 쓸 수 있다.

$$C(s) = k \left(\frac{As^2 + Bs + C}{s} \right) \quad (15)$$

여기서 $A = (K_D/k), B = (K_P/k), C = (K_I/k)$ 이다.

모델의 극점이 소거되도록 제어기의 영점을 선택한다. 즉, $A=a, B=b, C=c$ 로 선택하면 페루프 전달함수는 식

(16)과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\alpha(s)G_p(s)e^{-sd}}{1 + \alpha(s)G_m(s) + \alpha(s)[G_p(s)e^{-sd} - G_m(s)e^{-sd}]} \quad (16)$$

위의 구조에서 실제 공정과 축소모델이 거의 일치한다고 가정하면 식 (16)은 식 (17)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \approx \frac{\alpha(s)G_p(s)e^{-sd}}{1 + \alpha(s)G_m(s)} \quad (17)$$

식 (17)에서 확인할 수 있듯이 특성방정식에 시간 지연 항이 제거되었음을 알 수 있다.

식 (15)를 식 (17)에 대입하여 정리하면 식 (18)과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \approx \frac{ke^{-sd}}{s+k} \quad (18)$$

식 (18)에서 알 수 있듯이 시스템의 출력은 단지 k값에 의존한다.

유전자 알고리즘을 사용하여 최적의 k값을 구하였다.

식 (18)은 축소 모델의 파라미터 값에 의한 PID 동조 알고리즘으로 실제 모델의 파라미터에 의한 것이 첨가되어 공정이 변화했을 경우에는 제어 성능은 떨어지게 된다.

본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위해서 실제 모델에 변화가 발생하였을 경우 축소 모델은 자동적으로 실제 모델을 추정하게 되며, 또한 PID 제어파라미터 값은 새로 추정된 파라미터를 적용함으로써 주어 적응형 PID 제어기를 설계하였다.

2.4 시뮬레이션 및 고찰

ex1) 3차의 지연시간을 갖는 모델

실제 제어 공정이 3차의 지연시간을 갖는 모델인 (19)와 같다.

$$G(s) = \frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s+5)^2} \quad (19)$$

식 (19)의 공정에 대해 Maclaurin 급수에 의해 구해진 축소 모델은 식 (20)과 같다.

$$G_m(s) = \frac{e^{-0.6072s}}{7.53s^2 + 32.32s + 25} \quad (20)$$

축소 모델에 대한 제어 방법으로는 제어기 영점과 공정의 극점이 상쇄되게 제어 파라미터를 선택한다. 선택된 제어 파라미터는 식 (21)과 같다.

$$\alpha(s) = k \left(\frac{7.53s^2 + 32.32s + 25}{s} \right) \quad (21)$$

제어 형태는 그림 3의 블록선도와 같이 Smith Predictor 제어기로 구성 되어있고 제어기의 변수는 유전자 알고리즘을 사용하여 구한 결과 k 값은 3.29이다.

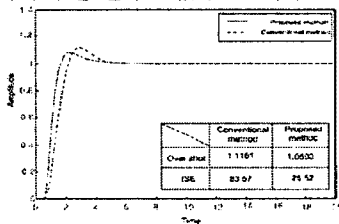


그림 4 ex1)의 동조 방법에 의한 단위계단응답

그림4 에서 알 수 있듯이 제안된 동조 방법이 기존의 방법 보다 우수함을 확인 할 수 있다.

ex2) 4차의 지연시간을 갖는 모델

실제 제어 공정이 3차의 지연시간을 갖는 모델인 (22)와 같다.

$$G(s) = \frac{e^{-0.1s}}{(s^2 + s + 1)(s+2)^2} \quad (22)$$

식 (22)의 공정에 대해 Maclaurin 급수에 의해 구해진 축소 모델은 식 (23)과 같다.

$$G_m(s) = \frac{e^{-0.837s}}{4.19s^2 + 5.052s + 4} \quad (23)$$

축소 모델에 대한 제어 방법으로는 제어기 영점과 공정의 극점이 상쇄되게 제어 파라미터를 선택한다. 선택된 제어 파라미터는 식 (24)와 같다.

$$\alpha(s) = k \left(\frac{4.19s^2 + 5.052s + 4}{s} \right) \quad (24)$$

제어 형태는 그림 3의 블록선도와 같이 Smith Predictor 제어기로 구성 되어있고 제어기의 변수는 유전자 알고리즘을 사용하여 구한 결과 k 값은 2.39 이다.

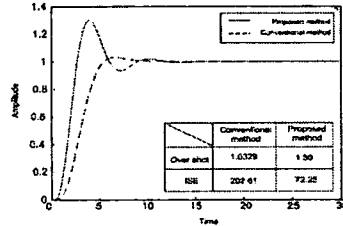


그림 5 ex1)의 동조 방법에 의한 단위계단응답

그림4 에서 알 수 있듯이 제안된 동조 방법이 기존의 방법 보다 우수함을 확인 할 수 있다.

3. 결 론

제어기 설계에 있어 고려해야 할 것 중 하나는 외란 및 비선형 요소이다. 본 논문은 선형 및 비선형성을 고려하기 위해서 Maclaurin 급수를 이용해서 실제 모델과 축소 모델과의 관계식을 구하였다. 관계식에 의해 구해진 축소 모델의 파라미터 값으로 제어 파라미터 값을 자동으로 동조 할 수 있고, 외란 및 비선형 특성이 발생하면 제어 공정의 추정 후 관계식에 의한 축소 모델 동정 통하여 제어기 파라미터 값을 보정함으로써 적응형 제어기를 설계하였다. 시뮬레이션 결과 관계식에 의한 축소 모델을 구할 수 있음을 확인할 수 있었고, 모델 파라미터의 값이 변경 될 때 제어 공정의 파라미터를 구한 후 제어기의 파라미터 값을 보정해 줌으로써 비선형 요소에도 강한 제어임을 확인 할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1]K.J.Astrom and T.Hagglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins", Automatica, vol. 20, no. 5, pp. 645-651, 1984.
- [2]W.K.Ilo, C.C.Hang, W.Wojciszyn, and Q.H.Tao, Frequency domain approach to self-tuning PID control", Contr.Eng. Practice, vol. 4, no.6, pp.807-813, 1996
- [3]W.K.Ilo, O.P.Gan, E.B.Tay, and E.L.Ang, "Performance and gain and phase margins of well-known PID tuning formulas", IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., vol. 4, pp. 473-477, 1996
- [4]M.Zhuang and D.P.Atherton, "Automatic tuning of optimum PID controllers", Proc. Inst. Elect. Eng., vol. 140, pt. D, no. 3, pp. 216-224, May 1993
- [5]W.K.Ilo, C.C.Hang, and L.S.Cao, "Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications", Automatica, vol. 31, no. 3, pp. 497-502, 1995.
- [6]Q.G.Wang, T.H.Lee, H.W.Fung, Q.Bi and Y. Zhang, "PID tuning for Improved performance", IEEE Trans. Contro. Syst. Technol., vol. 7, no.4, pp. 457-465, July 1999.
- [7]Y.G.Wang, H.H.Shao, "PID Autotuner Based on Gain- and Phase-Margin Specifications" Ind.Eng. Chem. Res.38, 3007-3012, 1999.
- [8]J.J. Grefenstette, "Optimization of control parameters for genetic algorithms", IEEE Trans. System, Man, and Cybernetics, Vol. 1, pp. 122-128, 1986
- [9] W. Tang, S.J.Shi, M.X. wang " Model Identification and PID Control of Long Time-Delay Processes" of the 4th Congress on intelligent control and automation, June 10-14, 2002