

축소모델과 RLSE를 이용한 최적화 적응형 제어구조 설계

최정내, 조준호, 황형수
원광대

Design of Optimized Adaptive PID Control Structures by means of Model Reduction and RLSE

Jeoung-Nae Choi , Joon-Ho Cho, Hyung-Soo Hwang
Wonkwang university

Abstract - 큰 지연시간을 갖는 고차계 시스템에 대하여 일반적으로 적용할 수 있는 PID 제어기의 동조방법 중 한 가지 방법으로써 축소모델을 이용하는 방법이 있다. 이 방법은 큰 지연시간을 갖는 고차계 공정을 SOPTD(Second Order Plus Time Delay Model)로 축소를 하여 SOPTD의 고정된 형태의 모델에 대하여 PID 제어기를 동조하는 방법이다. SOPTD로 모델을 축소하는 방법과 최적화 PID 파라미터를 동조하는 방법이 제시되었다. 본 논문에서는 기존의 최적화 PID 제어구조에 RLSE를 추가하여 실시간으로 축소모델의 계수를 보정해주는 최적화 적응형 PID 제어구조를 제안하였고, 기존의 제어구조보다 우수한 적응성을 가짐을 시뮬레이션을 통하여 보였다.

1. 서 론

고차모델이나 지연시간이 큰 공정에 대하여 좋은 성능을 얻을 수 있는 범용적인 PID 제어기의 동조방법에 대한 연구가 진행되고 있다([1]~[6]).

그 중 한 가지 방법으로서 고차 모델을 저차 모델로 축소하고, 축소모델에 대하여 제어기 파라미터를 동조하는 방법이 있으며, 축소모델을 구하기 위한 방법으로서 Pade 근사화 방법, Routh stability 근사화 방법 등 많은 알고리즘이 연구되어져 있다[7].

Wang은 Nyquist 선도를 이용하여 주파수 특성이 같아지도록 모델을 축소하였는데, Nyquist 선도에서 위상이 $-\pi/2$, $-\pi$ 지점이 일치하도록 고차모델을 SOPTD로 축소하는 방법을 제시하였으며, 또한 축소된 SOPTD에 대하여 극점이 소거되도록 축소모델의 계수로부터 PID 제어기의 파라미터를 설정하는 방법을 제안하였다 [9],[10]. 그렇지만 Wang의 방법은 비교적 우수한 성능을 갖지만 위상이 $-\pi/2$, $-\pi$ 인 두 점만을 고려했기 때문에 실제의 모델과 축소모델 사이에서 정상 상태오차가 발생할 뿐 아니라, Nyquist 선도가 위의 두 점을 지나지 않는 공정에 대하여서는 적용할 수 없는 단점을 가지고 있다.

Hwang[11],[12],[13][위상이 0 , $-\pi/2$, $-\pi$, $\pi/2$ 인 네 개의 점을 고려하고, GA를 사용하여 정상상태 오차가 발생하는 것을 해결하였으며, 위상이 $-\pi/2$, $-\pi$ 점을 지나지 않는 경우에도 정교한 SOPTD를 구할 수 있는 방법을 제시하였으며, SOPTD는 지연시간을 포함하고 있기 때문에 지연시간 보상을 할 수 있는 Smith Predictor 구조를 적용함으로써 Smith-Predictor+PID 제어구조를 제안하였으며, 축소모델의 계수로부터 성능지수 ITAE가 최소가 되는 최적의 PID 파라미터를 구하는 방법을 제시하였다.

본 논문에서는 기존의 제어구조에 RLSE를 추가하여 최적의 성능뿐 아니라 적응성을 갖는 최적화 적응형 PID 제어구조를 제안하였다.

2. 축소모델을 이용한 최적화 PID 제어기

동특성이 서로 다른 다양한 형태의 공정에 대하여 보편적으로 적용할 수 있는 제어기를 설계하는 것은 매우 어려운 문제이며, 이러한 문제를 해결하기 위한 방법 중 한가지로써 모델축소 하는 방법이 있다. 식(1)처럼 고차계 또는 큰 지연시간을 갖는 공정이 주어지면 식(2)의 SOPTD 형태로 축소할 수 있으며, 실제의 공정을 SOPTD형태의 축소모델로 간주하고 SOPTD 형태의 공정에 대하여 제어기를 설계한다.

2.1 모델축소

축소모델은 실제공정과 동특성이 같아야 하는데, Nyquist 선도의 위상이 0 , $-\pi/2$, $-\pi$, $\pi/2$ 인 4점이 같도록 SOPTD를 구하는 방법을 제안하였다. 실제의 고차 모델이 식(1)과 같다.

$$\alpha(s) = \frac{\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m}{s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n} \quad (1)$$

시간 지연을 갖는 2차 축소모델은 식(2)과 같다.

$$\alpha(s) = \frac{e^{-Ls}}{\omega^2 s^2 + bs + c} \quad (2)$$

여기서 a, b, c, L 을 결정하면 된다. 식(1)의 공정에서 위상이 $0, -\pi/2, -\pi, \pi/2$ 을 지나는 주파수가 각각 $\omega_a, \omega_b, \omega_c, \omega_d$ 라 하면 다음 2단계에 의하여 a, b, c, L 을 구할 수 있다.

단계1) 최적의 c값 결정

$\angle\alpha(0)$ 일 때의 크기와 $\angle\alpha(\omega)$ 일 때의 크기는 시간영역에서 정상상태 오차와 일치하는 성분이며 오직 c 값에 의해 결정된다. 즉 a, b, L 값은 고정하고, c 값만을 변화해 가면서 $\angle\alpha(0)$ 와 $\angle\alpha(\omega)$ 이 같아지는 최적의 c 값을 경사 하강법을 사용하여 구한다.

단계2) 최적의 a, b, L값 결정

최적화 알고리즘의 한 가지 방법인 유전자 알고리즘을 사용하여 a, b 그리고 L 값을 구할 수 있다. 여기에서 c 값도 유전자 알고리즘을 사용하여 동시에 구할 수 있지만, 계산량이 많아지며 정확한 값을 구한다는 보장이 없기 때문에 단계1에서 경사 하강법을 사용하여 별도로 구하였다. 유전자알고리즘에서 이진 코딩유전자 알고리즘을 사용하였으며 각 변수에 대하여 5bit를 할당하였고, 세대수는 100세대, 집단 크기는 60, 교배율은 70%, 돌연변이율은 10%로 하였다. 또한 유전자 알고리즘은 최대값을 찾도록 프로그램 되었으며, 적합도 평가를 하기 위한 적합도 함수를 선정하는데 있어서 유전자 알고리즘의 특성상 최대값 문제가 되도록 하기 때문에, 식(3)처럼 오차의 역함수 형태를 취하여 최소값 문제를 최대값 문제로 변환하여 시뮬레이션을 하였다.

$$J = \frac{1}{\sum_{j=1}^n |\alpha(j\omega)| - |\alpha(j\omega)|} \quad (3)$$

여기서, $u=(\omega_a, \omega_b, \omega_c)$

2.3 Smith predictor 와 최적화 PID 제어기 설계

다양한 동특성을 갖는 공정들 대부분은 모델축소 방법을 사용하여 SOPTD 모델로 축소될 수 있으며, SOPTD 는 기본적으로 지연시간을 갖고 있는 형태이므로 Smith Predictor 구조를 사용하여 성능을 개선할 수 있으며 제어 구조는 그림1과 같다.

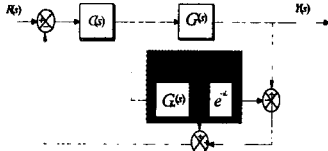


그림 1. Smith Predictor 제어구조의 블록선도

그림1.에서 페루프 전달함수는 식(4)과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G_m(s)+C(s)[G(s)-G_m(s)e^{-Ls}]} \quad (4)$$

여기서 $G(s)$ 는 실제 공정, $G_m(s)e^{-Ls}$ 는 축소 모델의 의미하며, 위의 구조에서 실제 공정과 축소모델이 거의 일치한다고 가정하면 식(4)은 식(5)처럼 근사화 된다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \approx \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G_m(s)} \quad (5)$$

식(5)에서 보면 특성방정식의 시간지연 항이 제거되었음을 알 수가 있다. 제어기 $C(s)$ 는 PID 제어기이며 식(6)처럼 표현할 수 있다.

$$C(s) = k \frac{As^2 + Bs + C}{s} \quad (6)$$

여기서, $A=K_f/k$, $B=K_i/k$, $C=K_d/k$

PID 제어기의 파라미터를 극점을 상쇄하도록 축소모델의 계수와 같게 한다면, 즉 $A=a$, $B=b$, 그리고 $C=c$ 으로 설정한다면 식(5)은 식(7)처럼 근사화 된다. 여기서 a, b , 그리고 c 는 축소모델의 계수이다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \approx \frac{ke^{-Ls}}{s+k} \quad (7)$$

그림1의 Smith Predictor 구조의 페루프 전달함수는 축소모델이 정확하고, PID 제어기를 사용하면 1차 지연모델로 표현될 수 있으며, 또한 페루프 응답의 성능은 단지 k 의 값에만 의존하게 됨을 알 수 있다. 다시 말하면, 최적의 성능을 갖는 k 값을 구하면 되는 최적화 문제로 국한되며, $k=2/L$ 에서 ITAE가 최소이다.

결론적으로 그림 1. 의 Smith-Predictor+PID 제어기에서 PID 제어기의 최적의 파라미터는 축소모델의 계수로 부터 직접적으로 식(8)처럼 구해진다.

$$\begin{bmatrix} K_f \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix} = \frac{2}{L} \begin{bmatrix} b \\ c \\ a \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서, a, b, c 그리고 L 은 축소 모델의 계수.

3. 제안된 최적화 적응형 PID제어 구조

그림1의 구조는 실제공정에 대한 추정모델 대신 축소모델을 사용한다는 점에서 적응제어의 MRAS 구조와 유사하며, 실시간으로 축소모델의 파라미터를 변화시켜 준다면 적응제어구조가 되며, 시스템의 적응성을 향상시킬 수 있다. 그림2에 최적화 적응형 PID 제어구조를 보인 다.

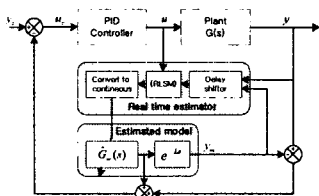


그림 2. 제안된 적응제어 구조

RLSE를 이용하여 축소모델의 계수를 실시간으로 추

정해주는데, 축소모델은 SOPTD 형태이며 구현상의 어려움 때문에 시간 지연 항에 해당하는 파라미터 L 은 고정시켜놓고 2차 시스템(a, b, c)만을 추정하였다. RLSE의 초기 파라미터는 시스템의 안정성에 많은 영향을 미치게 되는데, 오프라인으로 LSE를 사용하여 초기 파라미터를 설정하였다.

3.1 LSE를 이용한 초기 2차 시스템 추정

LSE는 모델추정 알고리즘으로 잘 알려져 있다. 이 방법은 공정의 샘플링 된 입력력 데이터 쌍을 필요로 하며, 구해진 모델은 차분 방정식형태로 표현된다. 그림2에서 RLSE를 구현하기 위해서는 연속시간과 이산시간 사이의 변환이 요구되는데 상호관계는 이미 많이 연구되어 있다. 본 논문에서는 LSE를 사용하여 연속시간 2차 시스템을 추정하는 방법을 제안하였다. LSE는 차분 방정식의 계수를 구하게 되며, 차분 방정식을 이산시간 상태 방정식으로 변환하고, 이산시간 상태 방정식을 연속시간 상태 방정식으로 변환, 그리고 이를 전달함수로 변환함으로써 연속시간 계통의 2차 시스템을 구할 수 있다.

공정의 응답으로부터 구하고자 하는 시스템은 식(9)의 2차 시스템이다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{\omega^2 + bs + c} \quad (9)$$

여기서, a, b, c 는 구해야할 파라미터이다.

식(9)은 Trapezoidal 방법에 의하여 식(10)의 차분 방정식 형태로 변환될 수 있다.

$$x(kT) = b_0 u(kT) + b_1 u(kT-T) + b_2 u(kT-2T) - a_1 x(kT-T) - a_2 x(kT-2T) \quad (10)$$

식(10)은 2차 시스템에 대한 차분 방정식이며 b_0, b_1, b_2, a_1, a_2 는 구해야할 파라미터가 된다. 임의의 공정에 대한 샘플링 데이터가 주어지면 식(10)의 형태를 갖는 차분 방정식의 계수를 LSE를 이용하여 찾을 수 있다

모델이 식(11)처럼 정의될 때, 이 식은(10)에서 샘플링 시간을 제거한 것으로 실질적으로 같은 식이 되며, LSE에 의하여 모델의 계수를 구할 수 있다.

$$x(k) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) - a_1 x(k-1) - a_2 x(k-2) \quad (11)$$

$$\phi^T(k) = [u(k) \ u(k-1) \ u(k-2) \ x(k-1) \ x(k-2)]$$

$$\theta = [b_0 \ b_1 \ b_2 \ a_1 \ a_2]^T$$

식(11)의 모델이 정의가 되면 샘플링 데이터를 이용하여 식(12)의 변수를 구성한다.

$$Y(k) = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(k)]^T$$

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} \phi^T(1) \\ \vdots \\ \phi^T(k) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$R(k) = (\Phi^T(k)\Phi(k))^{-1} = \left(\sum_{i=1}^k \phi(i)\phi^T(i) \right)^{-1}$$

식(12)의 변수가 구성되면 식(13)을 이용하여 식(11)의 모델계수를 식(13)으로부터 구할 수 있다.

$$\hat{\theta} = (\Phi^T(k)\Phi(k))^{-1} \Phi^T(k)Y(k) = P^{-1}(k)\phi^T Y \quad (16)$$

LSE로부터 식(11)의 차분 방정식이 구해지면, 연속시간 2차 전달함수로 변환하여 모델을 추정할 수 있다.

3.2 RLSE를 이용한 실시간 2차 시스템 추정

LSE를 이용하여 입력력 데이터로부터 2차 시스템을 구하는 방법을 제시했지만, 이 방법은 오프라인에서만 사용되는 방법이며, 적응제어 구조에 적용하기 위해서는 이를 실시간으로 변형할 필요성이 있다. RLSE는 LSE를 반복 식으로 변형된 형태로 잘 알려져 있으며 식(16)의 LSE의 해는 식(17)처럼 반복 식으로 표현된다.

$$\hat{\alpha}(k) = \hat{\alpha}(k-1) + K(k)(b(k) - \phi^T(k)\hat{\alpha}(k-1)) \quad (17)$$

$$K(k) = P(k-1)\phi(k)(I + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k))^{-1}$$

$$P(k) = P(k-1) - P(k-1)\phi(k)(I + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k))^{-1}\phi^T(k)P(k-1) = (I - K(k)\phi^T(k))P(k-1)$$

식(17)을 이용하여 실시간 2차 시스템을 추정할 수 있다.

이 식은 반복 식이기 때문에 초기값이 설정되어야 한다. 초기값의 설정은 수렴속도와 공정의 안정성과 직결되어 신중히 선택되어야 한다. 일반적으로 RLSE가 모델추정에만 사용할 경우 $F(0)$ 는 양의 한정 행렬로 설정을 하면 수렴하게 되지만, 제어 목적으로 사용될 경우 수렴과정에서 공정의 불안정을 야기시킬 수 있다. 본 논문에서는 LSE를 이용하여 오프라인으로 구해진 파라미터를 RLSE의 초기값으로 사용함으로써 수렴속도의 향상과 안정성을 고려하였다.

4. 시뮬레이션

공정처럼 시간지연을 갖는 다음의 공정을 고려하자. [13]에서 기존의 방법에 대한 제어성능이 제시되었으며, 본 논문에서는 기존의 방법과의 성능비교만을 제시한다. 공정 1.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)^2} e^{-0.5s}$$

위의공정에 대한 축소모델은 2.1절에 의하여

$$\tilde{G}(s) = \frac{1}{6.8622s^2 + 32.1307s + 25.0433} e^{-0.8972s}$$

축소모델이 구해지면 그림1의 제어구조에서 PID 제어기는 축소모델의 계수로 부터 구할 수 있다.

$$C(s) = 105.8881 + \frac{82.4878}{s} + 22.6028s$$

축소모델과 PID제어기가 설계되면 그림2의 제안된 적응형 제어구조를 구현할 수 있다.

RLSE의 초기파라미터는 공정의 샘플링 응답으로부터 LSE방법을 이용하여 얻을 수 있는데 LSE가 사용되는 데이터는 2차 지연 시스템에 대한 샘플링 데이터이며, 추정하고자 하는 시스템은 2차 시스템이기 때문에 LSE를 사용하기 전에 데이터를 지연시간만큼 쉬프트 시켜서 사용해야 한다.

그림3에는 공정에 대한 임출력 그래프를 보였으며 실제 데이터를 지연 시간만큼 시프트 한 데이터에 대하여 LSE를 적용해야 한다.

LSE로부터 구한 초기 파라미터 $F(0)$ 는 다음과 같다.

$$F(0) = \begin{bmatrix} -0.9052 \times 10^{-5} \\ 0.2535 \times 10^{-5} \\ 0.2028 \times 10^{-4} \\ 1.9555 \\ -0.9558 \end{bmatrix}$$

그림4는 기존의 제어구조와 제안된 적응형 제어구조의 응답을 비교하였다. 여기에서 RLSE는 1초 후에 동작되도록 하였으며, 6.6초에서 임의의 잡음을 추가하였고, 13초에서는 실제공정의 파라미터를 임의로 변화시켰다. 시간이나 파라미터는 실제공정의 동특성에 무관하게 임의로 설정하였다.

이 경우에 RLSE는 식(18)형태의 모델의 계수를 실시간으로 추정하게 된다.

$$y(k) = b_0 id(k) + b_1 id(k-1) + b_2 id(k-2) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) \quad (18)$$

그림5에는 모델 파라미터 $\hat{\alpha}(k) = [b_0, b_1, b_2, a_1, a_2]$ 의 변화를 각각 보였다. 여기에서 보면 파라미터의 변화는 $\pm 10^{-5}$ 정도로 미소하게 변화지만 제어 성능은 현저하게 차이를 알 수 있다.

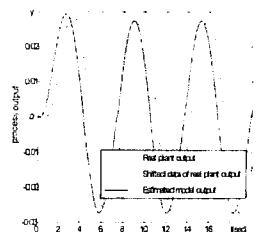


그림 3. 공정의 성결과 응답

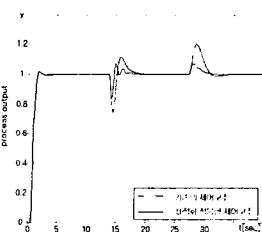


그림 4. 제어성능 비교

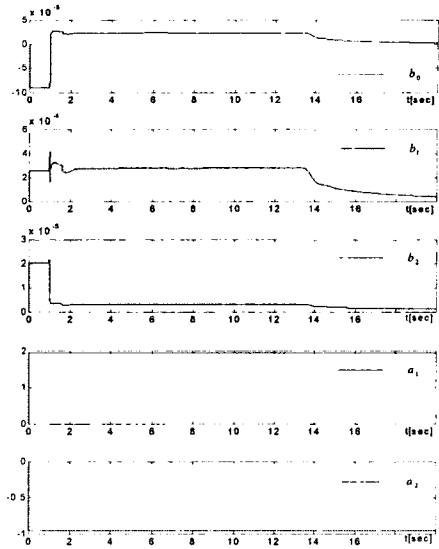


그림 5. RLSE에 의한 추정모델의 파라미터 변화

5. 결 과

기존의 최적화 PID제어구조는 다양한 공정에 대하여 적용할 수 있는 방법이지만 적용성을 기대할 수 없었다. 본 논문에서는 기존의 구조에 RLSE를 이용하여 실시간 축소모델의 계수를 보정하는 방법을 사용하여 적용성을 향상시킬 수 있었다. 시뮬레이션을 통하여 제안된 최적화 적응형 제어구조에서 외란이나 공정이 변화할 경우 더 빨리 설정 값에 도달함을 확인할 수 있다.

[참고문헌]

- [1] K.J.Astrom and T.Hagglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins", Automatica, vol. 20, no. 5, pp. 645-651, 1984.
- [2] W.K.Ho, C.C.Hang, W.Wojciszyn, and Q.H.Tao, "Frequency domain approach to self tuning PID control", Contr.Eng. Practice, vol. 4, no.6, pp.807-813, 1996
- [3] W.K.Ho, O.P.Gan, E.B.Tay, and E.L.Ang, "Performance and gain and phase margins of well-known PID tuning formulas", IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., vol. 4, pp. 473-477, 1996
- [4] M.Zhuang and D.P.Atherton, "Automatic tuning of optimum PID controllers", Proc. Inst. Elect. Eng., vol. 140, pt. D, no. 3, pp. 216-224, May 1993.
- [5] K.J.Astrom, "Automatic tuning of PID regulators", Instrument Soc. Amer., 1998
- [6] W.K.Ho, C.C.Hang, and L.S.Cao, "Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications", Automatica, vol. 31, no. 3, pp. 497-502, 1995.
- [7] Y.Shamash, "Model reduction using the Routh stability criterion and the Pade approximation technique", Int. J. Control, vol. 21, No. 3, pp. 475-484, 1975
- [8] David E. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning", AAddison Wesley Publishing Company, Inc, 1989
- [9] Q.G.Wang, T.H.Lee, H.W.Fung, Q.Bi and Y. Zhang, "PID tuning for improved performance", IEEE Trans. Contro. Syst. Technol., vol. 7, no.4, pp. 457-465, July 1999.
- [10] Qing Guo Wang, Chang Chieh Hang, and Qiang Bi, "A Technique for Frequency Response Identification from Relay Feedback", IEEE Trans. Contro. Syst. Technol., vol.7, no.1, January 1999, pp.122-128
- [11] 조준호, 김성취, 김진권, 최성내, 황형수, "Model Reduction Algorithm Using Nyquist Curve in Frequency Domain", Journal of Control, Automation and System Engineering, Vol. 8, No.6, June, 2002, pp. 439-444
- [12] 최성내, 조준호, 황형수, "Smith Predictor Controller Design Using New Reduction Model", Trans. KIEE, Vol. 52D, No. 1, JAN. 2003 pp. 9-15
- [13] 최성내, 조준호, 황형수, "Model Reduction Method and Optimized Smith Predictor controller Design using Reduced Model", Trans.KIEE, Vol.52D, No.11, NOV. 2003 pp.619-625