

단일링크 유연로봇의 지능형 디지털 제어

장 권규, 최 재명, 주 영훈, 김 광배
* 군산대학교 전자정보공학부

Intelligent Digital Control of a Single Link Flexible-Joint Robot

Kwon Kyu Jang, Jae Myeong Choi, Young Hoon Joo, and Kwang Bae Kim
* School of Electronic & Information Eng. Kunsan National Univ. Kunsan. Korea

Abstract - 본 논문에서는 복잡한 비선형 동역학 시스템에서의 신뢰성 있고, 융통성 있는 동작을 위한 디지털 제어기의 퍼지 모델 기반 설계 도구를 제안하고, 연속시간 비선형 시스템을 위해 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계를 위한 방법을 제안한다. 이를 위해, 연속시간 시스템에 대해 연속시간 TS 퍼지 모델이 구성되고, 그 다음 연속시간 퍼지 모델 기반 제어기는 등가의 이산시간 퍼지 모델 기반 제어기로 변환된다. 마지막으로 단일링크 유연로봇 시스템의 디지털 제어에 제안된 방법을 적용해 그 효용성을 입증한다.

1. 서 론

퍼지 논리 제어는 제어 대상 시스템이 수학적으로 모델링 하기 어렵거나 심한 비선형성을 보이는 경우, 또는 외부 환경이 불확실한 경우 등에 대해 강인함을 보여준다. 복잡한 동적 시스템을 포함한 실제 제어 시스템의 대부분은 연속 시간 모델에 의해서 표현된다. 연속시간 제어기를 등가의 디지털 제어기로 전환하는 것을 디지털 재설계라 한다 [1,7,8]. 그러나, 이러한 디지털 재설계 기법은 선형 시스템에서 대해서는 많은 연구가 되어있으나, 비선형 시스템에 대해서는 연구가 미흡한 실정이다. 복잡한 비선형 시스템에 대한 지능형 디지털 재설계 방법은 불확실성이 없는 경우에 대해서는 Joo [2]에 의해서 처음으로 시도되었다.

본 논문에서는 불확실성을 갖는 복잡한 비선형 동적 시스템에 대한 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계 기법을 제안한다. 제안된 방법은 퍼지 모델 기반 제어기의 디지털 재설계 시 전역적인 등가성을 유지하도록 한다.

연속 시간 퍼지 모델 기반 제어기는 PDC 기법에 의해 설계되고, 상태 정합에 의해 등가의 디지털 제어기가 설계된다. 심한 비선형성과 불확실성을 가진 단일 링크 유연 로봇에 대한 모의 실험을 통하여 제안된 방법의 효용성과 우수성을 보인다.

2. 불확실 TS 퍼지 모델 기반 제어기

다음과 같이 불확실성을 갖는 연속시간 비선형 동적 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}_c(t) = f(x_c(t)) + \Delta f(x_c(t)) + (g(x_c(t)) + \Delta g(x_c(t)))u_c(t) \quad (1)$$

여기서, $x_c(t) \in R^n$ 은 상태 벡터, $u_c(t) \in R^m$ 은 제어 입력, $f(x_c(t))$, $g(x_c(t))$ 는 비선형 연속 함수, $\Delta f(x_c(t))$, $\Delta g(x_c(t))$ 는 불확실 함수이다. 이 비선형 시스템은 연속 시간 TS 퍼지모델에 의해 근사화 될 수 있다. 식 (1)의 불확실 비선형 시스템을 다음과 같은 TS 퍼지 모델을 사용하여 퍼지 모델링 한다.

Rule IF $z_1(t)$ is F_1^i and...and $z_n(t)$ is F_n^i ,
THEN $\dot{x}_c(t) = (A_i + \Delta A_i)x_c(t) + (B_i + \Delta B_i)u_c(t)$ (2)
($i = 1, 2, \dots, q$)

여기서, $F_j^i(j=1, 2, \dots, n)$ 는 퍼지 집합, q 는 퍼지 규칙수, $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$, $z_1(t), \dots, z_n(t)$ 는 전건부 변수이고, $\Delta A_i, \Delta B_i$ 는 시스템에서 불확실성으로 나타내는 미지의 시변 행렬이다. 시스템 (2)의 비퍼지화된 출력은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = [A(\mu(z(t))) + \Delta A(\mu(z(t)))]x_c(t) + [B(\mu(z(t))) + \Delta B(\mu(z(t)))]u_c(t) \quad (3)$$

여기서,

$$z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t))$$

$$A(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))A_i, B(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))B_i,$$

$$\Delta A(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\Delta A_i,$$

$$\Delta B(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\Delta B_i,$$

$$\mu(z(t)) = (\mu_1(z(t)), \mu_2(z(t)), \dots, \mu_n(z(t)))$$

$$\mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^q w_i(z(t))}$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^n F_j^i(z_j(t))$$

또한, 불확실 행렬 ΔA_i 와 ΔB_i 는 norm bounded 이고, 다음과 같은 구조를 갖는다고 가정한다.

$$[\Delta A_i, \Delta B_i] = D_i F_i(t) [E_{n1} E_{n2}] \quad (4)$$

식 (4)에서 D_i, E_{n1}, E_{n2} 는 적당한 크기의 미리 정해진 상수 실제 행렬이며, 시스템불확실성의 구조를 표현한다. 그리고, $F_i^i(t) \in R^{i \times i}$ 는 Lebesgue-measurable 요소를 가진 미지의 행렬 함수이고, 다음 식을 만족한다.

$$F_i^T(t)F_i(t) \leq I \quad (5)$$

우리는 PDC 기법을 사용하는 다음과 같은 퍼지 모델 기반 제어기를 사용한다.

Controller Rule i
IF $z_1(t)$ is F_1^i and...and $z_n(t)$ is F_n^i ,
THEN $u_c(t) = -K_c^i x_c(t)$, ($i = 1, 2, \dots, q$) (6)

여기서, K_c^i 는 i 번째 부분공간에서의 게환 이득이다. 비퍼지화된 출력은 다음과 같다.

$$u_c(t) = -K_c(\mu(z(t)))x_c(t) \quad (7)$$

여기서, $K_c(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))K_c^i$ 이다.

3. 지능형 디지털 재설계

디지털 재설계는 주어진 아날로그 시스템과 적절히 설계된 아날로그 제어기를 이용해 아날로그 제어되는 시스템의 상태 변수 $x_c(t)$ 와 디지털 제어되는 시스템의 상태 변수 $x_d(t)$ 가 정합되도록 하는 디지털 제어기를 설계하

는 것이다.

먼저 구간 연속 제어 입력 $u_d(t)$ 에 의한 시스템 (3)의 샘플치 데이터 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{x}_d(t) &= [A(\mu(z(t))) + \Delta A(\mu(z(t)))]x_d(t) \\ &\quad + [B(\mu(z(t))) + \Delta B(\mu(z(t)))]u_d(t) \quad (8) \\ u_d(t) &= u_d(kT) = -K_d(\mu(z(t)))x_d(kT), \text{ for } kT \leq t \leq kT+T \end{aligned}$$

여기서, $x_d(t)$ 는 샘플치 데이터 시스템의 상태 변수이다. 자세한 논의 전에 다음을 가정한다.

가정 1 임의의 구간 $[kT, kT+T]$ 내에서 i 번째 규칙 $\mu_i(t)$ 의 발화도가 $\mu_i(kT)$ 로 근사화 될 수 있도록 샘플링 주기 T 는 충분히 짧다.

또한, 이에 따라 $A(\mu(z(t))), B(\mu(z(t))), \Delta A(\mu(z(t))), \Delta B(\mu(z(t))), K_c(\mu(z(t)))$ 는 임의의 구간 $[kT, kT+T]$ 내에서 각각 $A(\mu(z(kT))), B(\mu(z(kT))), \Delta A(\mu(z(kT))), \Delta B(\mu(z(kT))), K_c(\mu(z(kT)))$ 로 근사화된다.

가정 1에 근거해 식 (8)의 등가 이산 시간 페루프 시스템은 다음과 같이 근사화 된다.

$$\begin{aligned} x_d(kT+T) &= \Phi(kT+T, kT)x_d(kT) + \int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT+T, \tau)B(\mu(z(\tau)))u_d(\tau)d\tau \\ &\cong \exp^{A(\mu(z(kT)))}x_d(kT) \\ &\quad + [\exp^{A(\mu(z(kT)))} - I_n]A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT)))u_d(kT) \\ &\cong [I_n + A(\mu(z(kT)))T]x_d(kT) + B(\mu(z(kT)))Tu_d(kT) \\ &= \sum_{i=1}^n \mu_i(z(kT))[I_n + A_i T]x_d(kT) + B_i Tu_d(kT) \\ &\cong \sum_{i=1}^n \mu_i(z(kT))[G_i x_d(kT) + H_i u_d(kT)] \\ &\cong G(\mu(z(kT)))x_d(kT) + H(\mu(z(kT)))u_d(kT) \quad (9) \end{aligned}$$

여기서, I_n 은 $n \times n$ 단위 행렬이며, 고차항은 무시한다.

$$A(\mu(z(kT))) = A(\mu(z(kT))) + \Delta A(\mu(z(kT))),$$

$$B(\mu(z(kT))) = B(\mu(z(kT))) + \Delta B(\mu(z(kT)))$$

아날로그로 제어되는 식 (3)의 상태 변수와 디지털로 제어되는 시스템 (9)의 상태 변수 정합을 위해 식 (3)의 이산 시간 상태 변수 $x_c(kT)$ 를 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} x_c(kT+T) &= \Phi(kT+T, kT)x_c(kT) \\ &\quad + \int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT+T, \tau)B(\mu(z(\tau)))u_c(\tau)d\tau \quad (10) \end{aligned}$$

가정 1과 블록 펄스 함수 방법 [9]을 사용하면,

$$\begin{aligned} u_c(\tau) &\cong \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2} [u_c(kT) + u_c(kT+T)]\phi_i(\tau) \\ &\cong \sum_{i=0}^{\infty} -\frac{1}{2} K_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT+T)] \quad (11) \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \phi_i(\tau) &= 1, \text{ for } iT \leq \tau \leq (i+1)T \\ \phi_i(\tau) &= 0, \text{ otherwise} \end{aligned}$$

따라서, 우리는 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT+T, \tau)B(\mu(z(\tau)))u_c(\tau)d\tau \quad (12) \\ &\cong \frac{1}{2} \int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT+T, \tau)B(\mu(z(\tau)))[u_c(kT) + u_c(kT+T)]d\tau \\ &\cong \frac{1}{2} [G(\mu(z(kT))) - I_n]A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT)))[u_c(kT) + u_c(kT+T)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [A(\mu(z(kT)))T + O(T^2)] \\ &\quad \times A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT)))[u_c(kT) + u_c(kT+T)] \\ &\cong -\frac{1}{2} B(\mu(z(kT)))TK_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT+T)] \\ &= -\frac{1}{2} [\sum_{i=1}^n \mu_i(z(kT))B_i T]K_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT+T)] \\ &\cong -\frac{1}{2} [\sum_{i=1}^n \mu_i(z(kT))H_i]K_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT+T)] \\ &\cong -\frac{1}{2} H(\mu(z(kT)))K_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT+T)] \end{aligned}$$

식 (12)을 식 (10)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} x_c(kT+T) &\cong [I_n + \frac{1}{2} H(\mu)K_c(\mu)]^{-1} [G(\mu) - \frac{1}{2} H(\mu)K_c(\mu)]x_c(kT) \quad (13) \end{aligned}$$

식 (11)을 풀면 우리는 다음을 얻을 수 있다.

$$k_d(\mu) \cong \frac{1}{2} [I_m + \frac{1}{2} K_c(\mu)H(\mu)]^{-1} K_c(\mu)(I_n + G(\mu))$$

따라서, 디지털 퍼지 모델 기반 제어기는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_d(t) &= u_d(kT) = -\frac{1}{2} [\sum_{i=1}^n \mu_i(z(kT))(I_m + \frac{1}{2} K_i^i H_i)]^{-1} \\ &\quad \times [\sum_{i=1}^n \mu_i(z(kT))K_c^i] [\sum_{i=1}^n \mu_i(z(kT))(I_n + G_i)]x_d(kT) \quad (15) \end{aligned}$$

4. 모의 실험

제안된 지능형 디지털 제설계 기법의 효용성을 입증하기 위해 그림 1과 같은 단일 링크 유연 로봇 시스템에 이를 적용한다.

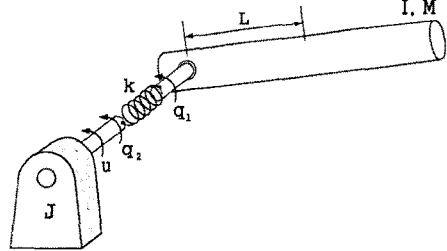


그림 1. 단일 링크 유연 로봇 arm
Fig. 1. The single link flexible-joint robot arm

시스템 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta}_1(t) + Mgl\sin(\theta_1(t)) + k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) &= 0 \\ J\ddot{\theta}_2(t) - k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) &= u(t) \quad (16) \end{aligned}$$

여기서, $\theta_1(t)$ 는 수직 축에 따른 링크의 각도, $\theta_2(t)$ 는 장치 손잡이의 각도, I 는 회전축에 대한 회전 관성, J 는 구동부 축의 관성, M 는 링크의 질량, l 은 회전축의 무게 중심으로부터 관절까지의 거리, g 는 중력상수이다. 시스템 (16)의 TS 퍼지 모델은 다음과 같다.

Plant Rules

Rule1: IF $x(t)$ is about M_1 THEN $\bar{x}_c(t) = A_1 x_c(t) + Bu_c(t)$

Rule2: IF $x(t)$ is about M_2 THEN $\bar{x}_c(t) = A_2 x_c(t) + Bu_c(t)$

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{Mgl}{I} & -\frac{k}{I} & 0 & \frac{k}{J} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{dMgl}{I} & -\frac{k}{I} & 0 & \frac{k}{J} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \\ J \end{bmatrix}$$

이며, 소속 함수는 그림 2와 같이 주어진다.

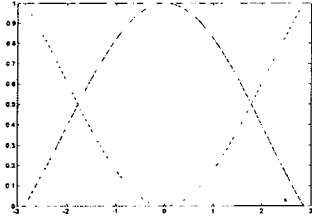


그림 2 $x(t)$ 소속 함수
Fig.2. Membership function for $x(t)$

시뮬레이션을 위해 사용된 매개변수는 다음과 같다.

$$M=0.2678(kg), k=31(Nm/rad), l=1(m), a=0.1$$

$$I=0.03(kgm^2), J=0.004(kgm^2), g=9.8(m/sec)$$

또한, $[M_1 \ M_2] = [-2.58 \ 2.85]$, Γ_i 는 모든 t 에 대해 양의 반한정이며, 시스템 매개변수 $\frac{k}{I}, \frac{k}{J}$,

$\frac{Mgl}{I}$ 는 명목상의 값의 30%이내에서 제한된다고 가정한다.

이때 구간 연속 제어 입력에 의한 이산 시간 시스템은 다음과 같다.

Rule 1: IF x_d is M_1^i , THEN $\dot{x}_d = G_1 x_d + H_1 u_d$

Rule 2: IF x_d is M_2^i , THEN $\dot{x}_d = G_2 x_d + H_2 u_d$

$T=0.01(sec)$ 이고, 초기조건은

$$x = \left[\frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{6} \quad -\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{6} \right]^T$$

이고, 최종적인 디지털 퍼지 모델 기반 제어기는 K_c^i, G_i, H_i 와 식 (15)를 사용해 얻을 수 있다.

그림 3은 제안된 방법(실선)과 아날로그 제어기(대시)에 의한 상태 변수 $x_1(t)$ 를 보인 것이다. 그림 4는 제안된 방법(실선)과 아날로그 제어기에 의한 제어 입력을 보인 것이다.

시뮬레이션 결과에서 알 수 있듯이 제안된 제어기는 불확실성을 포함하는 아날로그 제어기에 의한 시스템 응답을 매우 정확하게 추종함을 알 수 있다.

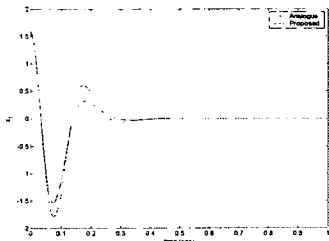


그림 3 $x_1(t)$ 의 비교
Fig. 3. Comparison of $x_1(t)$

5. 결 론

본 논문에서는 불확실성을 가진 연속시간 비선형 시스템에 대하여 전역적인 상태 변수의 정합을 고려한 디지털

제설계 기법을 제안하였다. 제안된 방법은 퍼지 모델 기반 제어기의 디지털 제설계 시 아날로그 제어되는 시스템의 상태 변수와 디지털 제어되는 시스템의 상태 변수를 전역적으로 정합하도록 구성되었다. 제안된 방법은 불확실성을 가진 복잡한 비선형 시스템의 디지털 제어를 용이하게 설계할 수 있는 기법이다. 제안된 방법을 단일 링크 유연 로봇 시스템에 적용한 결과 그 유용성을 확인 하였다.

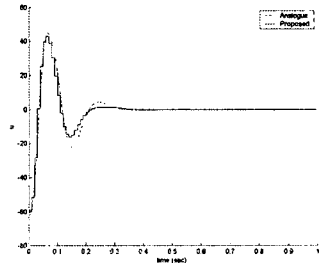


그림 4. $u(t)$ 의 비교
Fig. 4. Comparison of $u(t)$

"이 논문은 2005년도 군산대학교 두뇌한국21사업에 의하여 일부 지원되었음"

[참 고 문 헌]

- [1] W Chang, Y. H. Joo, J. B. Park, "Digital control of an inverted pendulum by using intelligent digital redesign" 대한 전기학회 논문지, Vol. 50D, pp. 457-463, 2001, 10.
- [2] Y. H. Joo, Y. W. Lee, D. B. Cha, and J. H. Oh, Intelligent Digitally Redesigned Fuzzy Controller," Int. Journal of Fuzzy logic and Intelligent Systems, Vol. 2, No. 3, pp. 221-226, 2002, 12.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 15, pp. 116-132, 1985
- [4] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. Griffin, "An approach of fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 4, pp.14-23, Feb. 1996.
- [5] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability, H^∞ control theory, and linear matrix inequalities," IEEE Transactions on Fuzzy systems, vol. 86, no. 3, pp. 279-288, 1997.
- [6] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2000. (to be published).
- [7] Y. H. Joo, G. Chen, and L. S. Shi도, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 7, pp. 394-408, Aug. 1999
- [8] J. Li, D. Niemann and H. O. Wang, "Parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy models: multi-objective controller design," Proc. of ACC, pp. 1832-1836, San Diego, California, June, 1999
- [9] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 45, No 2, pp. 134-156, 1992
- [10] K. L. Cho, Y. H. Joo and J. B. Park, "Intelligent Digital Redesign for Dynamical Systems with Uncertainties", 퍼지 및 지능시스템학회 논문지 2003, Vol. 13, No 6, pp. 667-672.