

슬라이딩 평면 도달 속도를 이용한 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 설계

이충우, 정정주

한양대학교 전자전기컴퓨터공학부

Fuzzy sliding mode controller design using the reaching velocity to sliding surface

Chung Woo Lee, Chung Choo Chung

Division of Electrical and Computer Engineering Hanyang University

Abstract - 본 논문에서는 슬라이딩 평면에 도달 조건을 이용하여 균일한 계단 반응을 얻을 수 있는 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 설계방법을 제시한다. 슬라이딩 평면에 도달할 조건을 퍼지 논리로 설계하여 과도한 입력이 플랜트에 가해지지 않도록 비선형 제어기를 설계한다. 슬라이딩 평면 도달 속도의 가변 조건을 퍼지화 하여 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 설계한다. 각각의 제어기에 대하여 고주파 공진이 있는 2차 강성 모델에 대하여 모의 실험을 실시하여 그 특성을 비교하였다.

이딩 평면의 도달 속도를 슬라이딩 평면과 현재 상태와의 상대적인 거리의 비에 비례 하도록 하는 가변 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 제안 한다. 또한 가변 슬라이딩 모드제어기의 슬라이딩 평면 도달 속도의 가변 조건에 퍼지 제어기를 적용하여 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안 한다. 공진 모드를 갖고 있는 2차 강성 모델을 이용한 모의실험을 통하여 제안한 가변슬라이딩 모드 제어기와 퍼지 슬라이딩 모드 제어기가 기존의 슬라이딩 모드 제어기 특유의 공진 모드를 가진 하는 특성을 제거 하면서 과도응답 성능은 유지함을 보인다.

1. 서 론

가변구조제어기(Variable Structure Control)가 제시된 이후로 과거 슬라이딩 모드 제어기는 연속시간 시스템의 경우에 대해서 잘 적용되어 왔다 [1]. 일반적으로 연속시간에서의 슬라이딩 모드 제어기는 파라미터의 불확실성이나 외부의 외란에 대하여 강한 특징을 가지며 시스템의 차수를 감소시키는 등의 특징을 가지고 있다 [2]. 하지만 연속시간에서 설계된 슬라이딩 모드 제어기를 이산시간에 적용하는데 있어서 안정성을 보장하기 위해서는 다른 관점으로 설계가 되어져야 한다. 따라서 연속시간에서의 슬라이딩 모드의 장점을 이산시간에서도 보장하기 위해 여러가지 방법들이 제안되기 시작하였다. Dote와 Hofit는 처음으로 연속시간에서 사용되어지던 수렴조건에 대한 이산시간에서의 등가형태를 제시하였다. 그러나 Milosavljevic는 이 조건이 이산시간에서 충분조건이 되지 않는다는 것을 지적하였고, 쿼지 슬라이딩 모드를 이용한 방법을 제시했다. Sarpturk는 이산시간 시스템에 대해 슬라이딩 모드를 일으킬 조건과 수렴할 조건에 대한 다른 방법을 제시하였고 Furuta와 Gao는 Lyapunov Function을 이용하여 슬라이딩 평면이 존재할 충분 조건을 얻어냈다[3][4]. 또한 이산시간에서 강인성의 보장을 위해 Chan이 섭동의 최대 한계를 알지 못하는 상황에서도 강인성을 보장하는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였으나 느리게 변하는 경우에 제한된 것이었다. 그리고 Lee는 이산시간에서 다중입력 다중출력을 가지는 시스템에 대해 수렴속도를 결정하는 변수를 이용하여 슬라이딩 평면에 도달하는 속도를 결정하는 방법을 제시하였고 이 변수의 적절한 선택에 의해 페루프 시스템이 안정성을 보장할 수 있도록 하는 방법을 제시하였다 [5]. 그러나 기존의 슬라이딩 모드 제어기에서는 채터링과 노이즈로 인하여 공진 모드가 있는 시스템에 적용하여 만족 할만한 결과를 얻을 수가 없다. 그리고 슬라이딩 모드의 고유 값으로 제어기를 설계 하더라도 슬라이딩 제어기 특유의 특성에 의해 시스템 공진을 발생 시키는 문제를 갖고 있으며, 전체 시스템의 특성을 해석하는데 어려움이 있다.

2. 이산시간 슬라이딩 모드 제어기 설계

다음과 같은 선형 이산시간 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma[u(k) + \xi(k)] \\ y(k) &= Hx(k) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $x(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태변수이고 $u(\cdot) \in \mathbb{R}^m$ 는 입력이며 $y(\cdot) \in \mathbb{R}^l$ 는 출력이다. $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 시스템 행렬, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 는 입력 행렬, $H \in \mathbb{R}^{l \times n}$ 는 출력 행렬, $\xi(k) \in \mathbb{R}$ 는 제한된 스칼라 외란 입력, 즉 $|\xi(k)| \leq M$ 을 만족 하는 모든 k 에 대하여 정확한 값을 추정 할 수는 없으나 양의 정수 M 이 존재 한다. 일반적으로 식(1)과 같은 시스템에서 슬라이딩 평면은 식(2)와 같이 결정된다.

$$s(k) = Cx(k) \tag{2}$$

여기서 CT 가 비특이(Nonsingular) 하도록 하면서 원하는 슬라이딩 동작이 일어나도록 선택된다.

선형이산시간 시스템(1)에 대해서 등가제어기는

$$\begin{aligned} s(k+1) &= Cx(k+1) \\ &= \lambda_n C(k) + u(k) - u_n(k) + \xi(k) \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 $C(\Phi - I^k) = \lambda_n C$ 이고 $CT = 1$ 이 되도록 K 를 결정한다[6]. 따라서 $s(k+1) = 0$ 이 되게 하는 등가제어 입력은 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} u_{eq}(k) &= (CT)^{-1}CTu_n(k) - (CT)^{-1}\lambda_n s(k) \\ &\quad - (CT)^{-1}CT\xi(k) \end{aligned} \tag{4}$$

SISO인 경우 (4)는 다음과 같이 단순화 시킬 수 있다.

$$u_{eq}(k) = u_n(k) - \lambda_n s(k) - \xi(k) \tag{5}$$

본 논문에 적용된 슬라이딩 평면은 Ackermann의 공식을 이용해 슬라이딩 평면을 구했다[6]. 이는 슬라이딩 모드가 일어날 경우 시스템의 원하는 고유값을 얻을 수 있게 되어 일반적인 슬라이딩 모드 제어기의 단점을 보완할 수 있다[8].

후론1 [7] 이산시간 슬라이딩 모드의 존재와 안정성을 위한 충분조건은 $N_s = \{s(k) \mid |Cx(k)| < \epsilon\}$ 영역에서

본 논문에서는 기본적인 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 소개하고, 시스템의 수렴 속도에 의해 결정 되어지는 슬라이딩 평면 도달 속도에 대하여 소개 한다. 슬라

$|s(k+1)| \leq \alpha |s(k)|$, $0 < \alpha < 1$, $k \geq k_0$ 를 만족시키는 양의 정수 k_0 가 존재하여야 한다.

위의 조건으로부터 ($s(k) \neq 0$ 으로 가정) $w(k)$ 는 식(6)과 같으며 이때 $|w(k)| < 1$ 은 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 충분조건이 된다.

$$w(k) = \frac{s(k+1)}{|s(k)|} \quad (6)$$

$$= \frac{CT[-u_{eq}(k) + u(k)]}{|s(k)|}$$

식(6)으로부터 비선형 슬라이딩 모드 제어를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u(k) = u_{eq}(k) + w(k)|s(k)| \quad (7)$$

여기서 $w(k) = w_0 \text{sgn}(s(k))$ 로 설정하면 (w_0 는 상수) 최종적으로 (8)과 같은 제어를 얻을 수 있다.

$$u(k) = u_{eq}(k) + w_0 s(k) \quad (8)$$

그러므로 스위칭 함수의 동특성은 아래와 같이 된다.

$$s(k+1) = Cx(k+1) \quad (9)$$

$$= C\Phi x(k) + CTu(k) + CT\xi(k)$$

$$= w_0 s(k)$$

3. 가변 이산시간 슬라이딩 모드 제어기 설계

식(9)와 같이 $w(k) = w_0 \text{sgn}(s(k))$ 일 때 w_0 를 통해 수렴속도를 결정할 수 있다. 즉 w_0 의 값에 의하여 슬라이딩 평면에 접근하는 속도가 달라진다. 그림 1.은 w_0 의 값에 따른 Phase Portrait를 보여 준다. 빠른 응답 성능과 과도 응답 성능 향상을 위해서는 w_0 의 값이 작아져야 함을 알 수 있다. 하지만 w_0 의 값이 작을수록 슬라이딩 평면에 접근하는 속도가 빨라지고, 초기 제어기 값도 커지게 되므로 이에 의해 원하지 않는 공진 성분이 가진 될 수 있다.

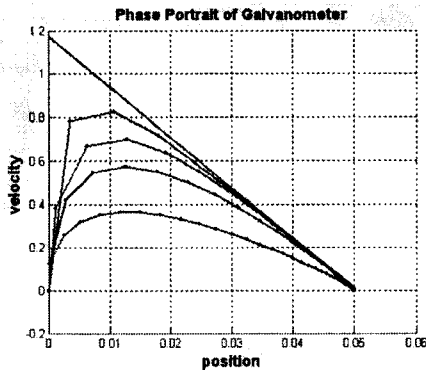


그림 1. $w_0 = 0.25, 0.45, 0.65, 0.85$ 에서의 Phase Portrait

이러한 문제를 해결하기 위해 슬라이딩 평면과 현재 상태의 거리에 비례하는 속도로 접근 하도록 하는 새로운 가변 슬라이딩 모드 제어기를 위해 식(9)에서 사용하는 상수의 w_0 값을 다음과 같이 정의 한다.

$$w_0 = \text{sat}(\alpha, \beta, L_{ratio}) \quad (10)$$

$$\text{sat}(\alpha, \beta, L_{ratio}) = \begin{cases} \alpha & \text{if } L_{ratio} < \alpha \\ L_{ratio} & \text{if } \alpha \leq L_{ratio} \leq \beta \\ \beta & \text{if } \beta < L_{ratio} \end{cases}$$

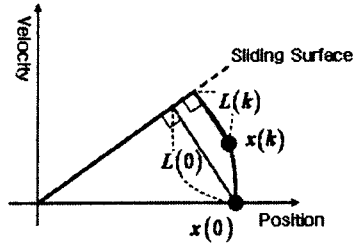


그림 2. 슬라이딩 평면에서의 상태 거리 정의

여기에서 $0 < \alpha < \beta < 1$ 이고, $L_{ratio} = \frac{L(k)}{L(0)}$ 이다. $L(k)$, $L(0)$ 는 그림 2에서 보는 바와 같이 정의 된다. 식(10)에서 정의된 w_0 의 값을 추론 1과 식(6)을 만족한다.

4. 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 설계

앞 절에서 설명한 가변 이산시간 슬라이딩 모드 제어기의 경우 슬라이딩 평면으로의 수렴 속도가 슬라이딩 평면과의 거리에 비례하여 변화하게 된다. 이는 초기에 과도한 제어 입력을 방지하나 이로 인해 과도 응답 성능이 저하된다. 이를 위하여 식 (10)에서 w_0 와 L_{ratio} 의 관계를 퍼지화 하여 개선할 수 있다.

4.1 Input membership function

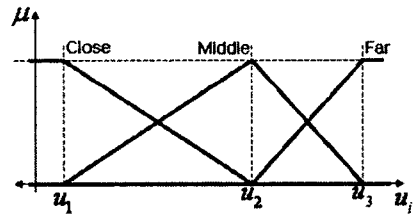


그림 3. Input membership function

그림 3.은 Input membership function을 나타내고 있으며 이는 Triangular fuzzyfier를 바탕으로 각각의 membership function은 다음과 같이 정의 된다.

$$\text{Close}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \leq u_1 \\ \frac{u_2 - x}{u_2 - u_1} & \text{if } u_1 < x \leq u_2 \\ 0 & \text{if } x > u_2 \end{cases}$$

$$\text{Middle}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq u_1 \\ \frac{x - u_1}{u_2 - u_1} & \text{if } u_1 < x \leq u_2 \\ \frac{x - u_2}{u_2 - u_1} & \text{if } u_2 < x \leq u_3 \\ 0 & \text{if } x > u_3 \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{Far}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq u_2 \\ \frac{x - u_2}{u_3 - u_2} & \text{if } u_2 < x \leq u_3 \\ 1 & \text{if } x > u_3 \end{cases}$$

식(11)에서 $u_1 = 0.1, u_2 = 0.7, u_3 = 1$ 이다.

4.2 Output membership function

그림 4.는 Output membership function이다. Defuzzifier 방식은 Center of Average 방식을 사용하였다.

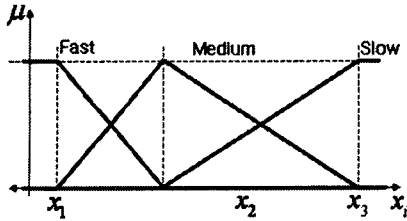


그림 4. Output membership function

그림 4에서 $x_1 = 0.25, x_2 = 0.6, x_3 = 0.95$ 이다.

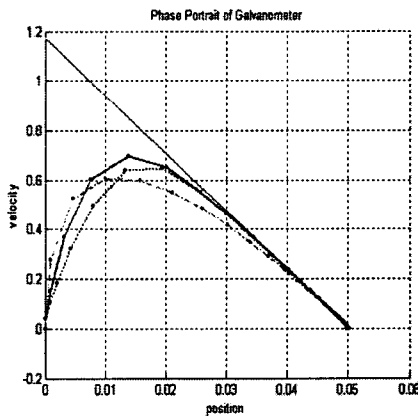
4.3 Fuzzy Rule

여기에 사용된 Fuzzy Rule은 다음과 같다.

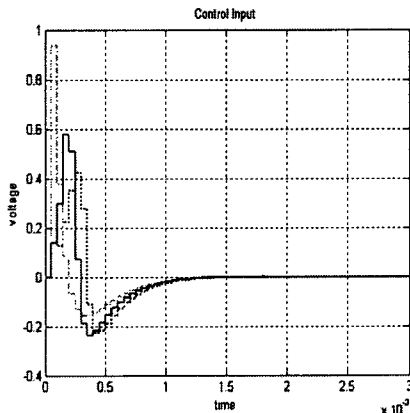
- IF x is Close THEN y is Fast
 - IF x is Middle THEN y is Medium
 - IF x is Far THEN y is Slow
- (12)

5. 모의실험

본 논문에서 제안된 알고리즘을 검증하기 위해 고주파 공진 모드를 가지고 있는 2차 강성 모델을 기초로 4차로 하고, 제어기 구성을 위한 모델링에서는 간단하게 2차 강성으로 모델링 하여 모의실험을 실시하였다[8].



(a) Phase Portrait



(b) 제어 입력

그림 6. 모의실험 결과 (Line : 퍼지 슬라이딩, Dot : 가변 슬라이딩, Dash-Dot : 슬라이딩)

그림 6.은 모의실험에 대한 결과 이다. 슬라이딩 모드 제어기의 w_0 값은 퍼지 슬라이딩 모드 제어기에서 w_0 값의 평균인 0.6으로 사용하였다. 그림 6.의 (a)는 각각의 제어기에 대한 Phase portrait 이다. 슬라이딩 모드 제어기의 경우 슬라이딩 평면에 완벽히 접근하지 못하고 수렴하나 그림 6.의 (b)와 같이 초기 스텝에 큰 제어 입력으로 제어대상의 공진을 가진 한다. 가변 슬라이딩 모드의 경우 슬라이딩 평면에 근접하여 수렴함을 보인다. 제어 입력 또한 초기의 큰 입력이 없어진 안정된 제어 입력을 보인다. 퍼지 슬라이딩 모드 제어기는 가변 슬라이딩 모드 제어기와 같은 성향을 보이나 슬라이딩 평면에 좀 더 빠른 속도로 접근하여 수렴함으로 가변 슬라이딩 모드 제어기에 비하여 비선형성이 강조 된다. 제어 입력 또한 초기의 큰 입력이 없어 제어 대상에 원하지 않는 공진이나 기타 모드를 가진 하지 않는다.

6. 결 론

본 논문은 일반 적인 이산시간 슬라이딩 모드 제어기에서 슬라이딩 평면으로의 수렴 속도를 결정하는 w_0 의 값을 고정하여 사용할 때 발생하는 초기의 큰 제어 입력에서 파생되는 문제 들을 위해 w_0 의 값을 슬라이딩 평면과 현재 상태와의 가상 적인 거리의 비에 비례 하도록 하는 가변 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 제안 한다. 또한 가변 슬라이딩 모드 제어기의 슬라이딩 평면 도달 속도의 가변 조건에 퍼지 제어기를 이용하여 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안 하였다. 제안된 두 가지 제어기는 공진 모드를 갖고 있는 2차 강성 모델을 이용한 모의실험을 통하여 제안한 가변슬라이딩 모드 제어기와 퍼지 슬라이딩 모드 제어기가 기존의 슬라이딩 모드 제어기 특유의 공진 모드를 가진 하는 특성을 제거 하면서 과도응답 성능은 유지됨을 보였다.

[참 고 문 헌]

- [1] V. Utkin, Jurgeon Guldner and Jingxin Shi, "Sliding Mode Control Electromechanical Systems," Taylor & Francis, 1999.
- [2] C. Edwards and S. K.Spurgeon, "Sliding Mode Control," Taylor & Francis, 1998.
- [3] K. Furuta, "Sliding mode control of a discrete system," Systems & Control Letters, Vol. 14, pp. 145-152, 1990.
- [4] W. Gao, Y. Wang, and A. Homaifa, "Discrete-time variable structure control systems," IEEE Trans. on, Ind. Electron., Vol. 42, pp. 117-122, Apr., 1995.
- [5] S-H. Lee, S-E. Baek, and C. C. Chung, "Design of A Servomechanism with Sliding Mode for A Disk Drive Actuator," Proc. of Conf. On Decis. Cont. , Phoenix, AZ, USA, pp. 5253-5258, Dec. 1999
- [6] J. Ackermann, and V. Utkin, "Sliding Mode control Design Based on Ackermann's Formula," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 43, No.2, pp. 234-237, Feb 1998.
- [7] W.C. Su, S. Drakunov, and U. Ozguner , "Implementation of Variable Structure Control for Sampled-Data Systems," Chapter in the book Robust Control via Variable Structure and Lyapunov Techniques, Springer-Verlag, Vol. 217, pp. 87-106, 1996.
- [8] 이충우, 채수경, 최재모, 정정주, "레이저 마킹 시스템의 이산시간 슬라이딩 모드 제어기 설계," 제어자동화시스템공학 논문지, 제 10권, 제 4호, pp.304-311, 2004.