

“ $B_{6\sigma}$ 수명” 척도의 성질

김 철

한국기계연구원

Abstract

Nowadays, most industries take 6σ quality level as a goal of the ultimate quality level of their products. On the other hand, B_{10} life indicates the time that 10% of products are failed. There is no relation between the 6σ quality level and the B_{10} life. Therefore, some industries perform their quality control activities and reliability engineering activities separately. So I propose one measure which can express quality and reliability level simultaneously for the products to pursue quality and reliability activities together in the industry.

1. 동 기

오늘날 품질분야에서는 6σ 품질수준을 최후의 품질목표로 정하여 모든 분야에서 전사적으로 활동하고 있다. 한편 신뢰성 분야에서는 제품의 신뢰성을 나타내는 하나의 척도로서 B_{10} 수명을 사용한다. 6σ 품질수준은 제품 불량률이 100만개 중 3.4개인 수준이고 B_{10} 수명은 제품의 10%가 고장 나게 되는 시간이다.

그러나 6σ 품질수준과 B_{10} 수명은 무관하다. 즉 최초의 제품 품질수준이 6σ 수준을 만족한다 하더라도 얼마나 빠른(또는 느린) 속도로 품질이 저하 되는지는 설명되지 않는다. 그것을 설명하는 것이 B_{10} 수명이다. 다시 말해서 6σ 품질수준을 만족하는 제품이 빠른 속도로 성능이 저하되면 B_{10} 수명은 짧게 되고, 느린 속도로 저하되면 B_{10} 수명은 길게 된다.

그래서 기업체에서는 제품의 6σ 품질운동을 전개하면서 신뢰성에 대한 업무를 별도로 수행한다든가 또는 어떤 기업체에서는 신뢰성에 대해서는 아직 관심을 기울이지 않고 있는 실정이다.

따라서 품질과 신뢰성을 동시에 생각하면서 품질활동이 이루어 질수 있도록 하기 위하여 품질과 신뢰성을 동시에 나타낼 수 있는 하나의 척도를 제안하고 그의 성질을 알아본다.

2. 가 정

제품에서 고장이 발생한다는 것은 품질 면에서는 그 제품의 어떤 성능이 규격한계를 벗어나서 사용이 불가능해진다는 것을 의미하고 그 역도 성립 한다. 즉 품질불량 정의와 신뢰성 고장 정의 자체는 다르더라도 불량과 고장은 1:1 대응한다.

3. 정 의

$B_{6\sigma}$ 수명 : 제품의 품질이 6σ 의 품질수준을 유지하고 있는 시간

<예제-1> $B_{6\sigma}=10,000$ 시간

어떤 제품의 $B_{6\sigma}$ 수명이 10,000시간이라면 그 제품이 10,000시간 동안 사용되는 동안에 제품의 불량률이 3.4ppm(제품 100만개 중 불량품이 3.4개) 수준 즉 6σ 의 품질수준을 유지한다는 뜻이다.

4. $B_{6\sigma}$ 의 성질

4.1 $B_{6\sigma} = B_{0.00034}$ 이다.

6σ 의 품질수준은 제품 불량률이 3.4ppm 수준 즉 0.00034%로 나타낼 수 있으므로 $B_{6\sigma}$

= $B_{0.00034}$ 이다. 동일한 방법으로 $B_{5\sigma}$, $B_{4\sigma}$ 등에 대해서도 아래와 같이 퍼센타일로 표현이 가능하다.

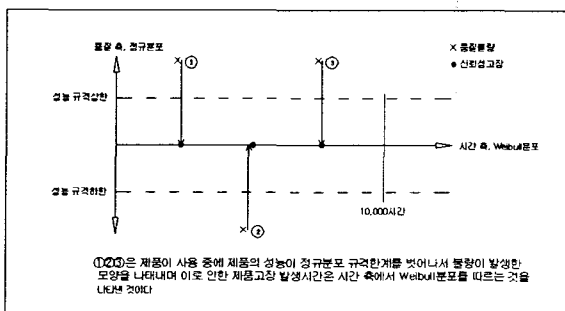
<표 1> 품질수준에 따른 B_x 수명

품질수준	ppm	B_x
2 σ	308,537	$B_{2\sigma} = B_{30.8537}$
3 σ	66,807	$B_{3\sigma} = B_{6.6807}$
4 σ	6,210	$B_{4\sigma} = B_{0.6210}$
5 σ	233	$B_{5\sigma} = B_{0.0233}$
6 σ	3.4	$B_{6\sigma} = B_{0.00034}$

<예제-2> 어떤 부품의 $B_{4\sigma}$ 수명이 10,000시간 이라고 하면 그 부품은 10,000시간동안 사용되는 동안에 100만개 중에서 6,210개 정도의 품질 불량, 신뢰성측면에서 0.621%의 고장이 발생한다는 것을 의미한다.

4.2 $B_{6\sigma} = B_{0.00034}$ 의 통계적 구도

품질불량은 대개 정규분포를 가정하므로 $B_{6\sigma}$ 에서 6 σ 는 정규분포에서 6 \times (표준편차)를 의미하며 $B_{0.00034}$ 에서 0.00034는 제품의 고장%이다. 아래 <그림1>은 제품 고장시간이 Weibull분포를 따르고 $B_{6\sigma} = B_{0.00034} = 10,000$ 시간이고 제품 수가 100만개라고 할 때 이들 관계를 그림으로 나타낸 것이다.

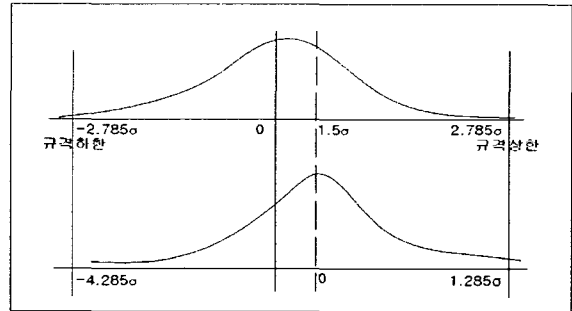


<그림 1> $B_{6\sigma} = B_{0.00034} = 10,000$ 시간의 통계적 구도

4.3 $B_{10} = B_{2.785\sigma}$ 이다.

제품의 B_{10} 수명이 10,000시간이라고 하면 그 제품은 사용하기 시작해서부터 10,000시간 되

는 시점까지 제품의 10%가 성능규격을 벗어나고 고장이 발생한다는 뜻이다. 따라서 <그림2>에서 알 수 있듯이 그 제품이 10,000시간 동안 2.785 σ 정도의 품질수준을 유지한다면 제품 특성의 평균이 규격중심에서 1.5 σ 정도 벗어난다고 하더라도 표준정규분포에서 $P(-4.285 \leq X \leq 1.285) = 0.900595$ 이므로 제품 불량률은 10%이하가 된다. 따라서 $B_{10} = B_{2.785\sigma}$ 이다.



<그림 2> 2.785 σ 품질수준의 의미

<예제-3> L회사는 승용차에 1대씩 조립되는 기계류 부품A를 1년에 150만대 생산하는 회사이다. 이 회사는 2006년도에 6 σ 정도의 품질수준 달성을 목표로 하고 있다. 한편 부품A에 대해서 2006년에 B_{10} 수명 30만km를 신뢰성 목표로 하고 있다. 그러면 2006년도에 6 σ 수준의 품질을 달성한다는 것과 B_{10} 수명 30만km를 달성하는 것과는 어떤 관련이 있는 것일까?

해설 : L회사가 2006년도에 6 σ 품질수준을 목표로 한다는 것은 2006년도에 생산되는 부품A는 연간 생산량 150만대 중 불량품을 5대(150만 \times 3.4/100만=5.1)이하로 잡고 있다는 뜻이다. 2006년도에 생산되는 150만대의 부품A가 150만대의 승용차에 조립되어 사용될 때에 부품A의 B_{10} 수명 30만km를 달성하려면 승용차의 주행거리가 30만km되는 시점(연간 승용차 주행거리를 3만km로 보면 10년)까지 그동안에 발생하는 부품A의 고장 대수가 15만대 이하이어야 한다. 이를 품질측면에서 보면 $B_{10} = B_{2.785\sigma}$ 이므로 2006년도 부품A의 품질수준이 6 σ 수준이라 하더라도 10년 동안에 2.785 σ 수준이하로 품질이 저하되지 않아야 함을 뜻한다. 그러면 L회사는 2006년도에 생산되는 부품A의 $B_{6\sigma}$ 수명이 얼마나 지속되어야 10년 후에 부품A의 품질이 2.785 σ 수준이하로 떨어지지 않을까?

4.4 Weibull 분포에서

$$B_{6\sigma} = B_{10} \cdot [3.23 \times 10^{-5}]^{\frac{1}{\beta}} \text{이다.}$$

Weibull신뢰도 함수 $R(t) = \exp[-(\frac{t}{\theta})^\beta]$ 에서

$$1 - 3.4 \times 10^{-6} = \exp[-(\frac{B_{6\sigma}}{\theta})^\beta] \text{와}$$

$$0.9 = \exp[-(\frac{B_{10}}{\theta})^\beta] \text{에서 } \theta \text{를 소거하여}$$

$$\text{정리하면 } B_{6\sigma} = B_{10} \left[\frac{3.4 \times 10^{-6}}{-\ln 0.9} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$= B_{10} [3.23 \times 10^{-5}]^{\frac{1}{\beta}}$ 을 얻는다. 이 결과는 $B_{6\sigma}$ 수명과 B_{10} 수명과의 관계를 나타내는 것으로서 신뢰성 측면에서 B_{10} 수명의 목표가 설정되면 품질측면에서 제품의 6 σ 품질수준이 유지되어야 할 시간 즉 $B_{6\sigma}$ 수명을 설정할 수 있으며 반대로 $B_{6\sigma}$ 수명이 설정되면 B_{10} 수명이 얼마인지도 알 수 있게 한다.

<예제-3 계속> L회사가 생산하는 부품A의 수명이 $\beta=2$ 인 Weibull분포를 따른다면

$$B_{10} = B_{2.785\sigma} = 30 \text{만 km이므로}$$

$$B_{6\sigma} = B_{10} [3.23 \times 10^{-5}]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$= 300,000 [3.23 \times 10^{-5}]^{\frac{1}{2}} = 1,705 \text{km이다.}$$

따라서 L회사는 2006년도에 생산하는 부품A의 6 σ 품질수준이 1,705km이상 지속되도록 생산 및 품질관리를 하여야 한다.

4.5 Weibull 분포에서

$$B_{6\sigma} = \theta [3.4 \times 10^{-6}]^{\frac{1}{\beta}} \text{이다.}$$

신뢰도 함수 $R(t) = \exp[-(\frac{t}{\theta})^\beta]$ 에서

$$1 - 0.0000034 = 1 - 3.4 \times 10^{-6} = \exp[-(\frac{B_{6\sigma}}{\theta})^\beta] \text{이므로}$$

이를 $B_{6\sigma}$ 에 대해서 정리하면 아주 작은 a에 대해서 $-\ln(1-a) = a$ 이므로 $B_{6\sigma}$

$$= \theta [-\ln(1 - 3.4 \times 10^{-6})]^{\frac{1}{\beta}} = \theta [3.4 \times 10^{-6}]^{\frac{1}{\beta}} \text{이다.}$$

<예제-4> 어떤 실린더의 특성수명 θ 가 100만 cycle이고 $\beta=2$ 인 Weibull분포를 따른다면

$$B_{6\sigma} = \theta [3.4 \times 10^{-6}]^{\frac{1}{\beta}} = 10^6 \times [3.4 \times 10^{-6}]^{\frac{1}{2}}$$

$= 1,844 \text{cycle이다.}$

<표 2> θ 와 β 에 따른 몇 가지 $B_{6\sigma}$ 수명 예

β	1	1	2	2	3	3
θ	10만	100만	10만	100만	10만	100만
$B_{6\sigma}$	0.34	3.4	184	1844	1504	15037

주기-1 : 4.5성질은 어떤 제품의 수명이 Weibull분포를 따른다는 것만으로 $B_{6\sigma}$ 수명이 결정되는 것으로 설명된다. 이것은 일단 시간 $t=0$ 에서 규격에 합격되는 부품으로만 구성된 제품을 대상으로 하여 수명이 Weibull분포를 따른다는 것을 가정하기 때문이다.

4.6 Weibull 분포에서

$$MTTF = \theta \Gamma(1 + \frac{1}{\beta}) \text{이므로 위 4.5를 이용}$$

$$\text{하면 } B_{6\sigma} = \frac{MTTF}{\Gamma(1 + \frac{1}{\beta})} \cdot [3.4 \times 10^{-6}]^{\frac{1}{\beta}}$$

이다.

$$4.7 \quad B_{5\sigma} = B_{6\sigma} \cdot (68.5)^{\frac{1}{\beta}} \text{이다}$$

$$B_{5\sigma} = B_{0.0233} \text{와 위 4.5로부터}$$

$$\theta = \frac{B_{6\sigma}}{[3.4 \times 10^{-6}]^{\frac{1}{\beta}}} \text{를 } R(t) = \exp[-(\frac{t}{\theta})^\beta] \text{에}$$

$$\text{대입하면 } 1 - 0.000233 = \exp[-(\frac{B_{5\sigma}}{\theta})^\beta]$$

$$= \exp[-(\frac{B_{5\sigma} [3.4 \times 10^{-6}]^{\frac{1}{\beta}}}{B_{6\sigma}})^\beta] \text{이므로}$$

이를 $B_{5\sigma}$ 에 대해서 정리하면

$$B_{5\sigma} = B_{6\sigma} \times \left[\frac{-\ln(1 - 0.000233)}{3.4 \times 10^{-6}} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$= B_{6\sigma} \cdot (68.5)^{\frac{1}{\beta}} \text{이다.}$$

<예제-5> 어떤 부품의 수명이 $\beta=2$ 인 Weibull 분포를 따르고 $B_{6\sigma}=10,000$ 시간이면 $B_{5\sigma}=82,765$ 시간이다.

4.8 B_{60} 수명 확인을 위한 무고장 시험 시간

어떤 부품의 수명이 Weibull 분포를 따를 때 신뢰수준 C , sample 수 n 으로 부품의 B_{60} 수명을 확인하기 위한 무고장 시험시간 t 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$t = B_{60} \left[\frac{\ln(1-C)}{n \ln(1-0.00034/100)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

<예제-6> $B_{60}=100$ 만 시간, 신뢰수준 60%, $n=10,000$ 개, $\beta=3$ 일 때 무고장 시험시간은

$$t = 1,000,000 \left[\frac{\ln(1-0.6)}{10000 \ln(1-0.00034/100)} \right]^{\frac{1}{3}} = 300 \text{만 시간이다.}$$

<예제-7> B_{60} 수명 확인을 위하여 무고장 시험시간을 B_{60} 수명시간 동안 실시한다고 할 때 필요한 sample 수는 $B_{60}=t$ 이므로

$$1 = \left[\frac{\ln(1-C)}{n \ln(1-0.00034/100)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$n = \frac{\ln(1-C)}{\ln(1-0.00034/100)}$$

따라서 신뢰수준 $C=90\%$ 이면 시료 수 $n=677,230$ 개 시험해서 고장이 없어야 하며 신뢰수준 $C=60\%$ 이면 시료 수 $n=269,497$ 개 시험해서 고장이 없어야 한다.

아래 표는 무고장 시험을 B_{60} 시간동안 시험할 때 필요한 sample 수량이다.

<표 3> 신뢰수준 C 에 따른 sample 수량

신뢰수준	50%	60%	70%	80%	90%	95%
sample 수	203,867	269,497	354,109	473,364	677,230	881,097

주기-2 : <예제-6>이나 <예제-7>에서 볼 수 있듯이 무고장 시험에서 시험시간이나 sample 수량이 너무 커서 실효성이 없을 수 있다. 따라서 이 문제는 출하된 제품의 전체 또는 일부를 sample로 간주하고 실제로 사용된 시간을 시험시간으로 간주하여 해석하는데 대한 검토가 필요하다.

4.9 n 개의 sample로서 t 시간 동안 시험

하여 고장이 하나도 없었다면 그 부품의 B_{60} 수명이 시험시간과 동일하게 되는 신뢰수준 C 는 다음과 같다.

$$t = B_{60} \left[\frac{\ln(1-C)}{n \ln(1-0.00034/100)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$B_{60}=t$ 로 놓고 신뢰수준 C 에 대해서 풀면

$$C = 1 - (1 - 0.00034/100)^n \text{ 이다.}$$

<예제-8> 제품 1000개가 10,000시간동안 고장이 하나도 없었다면 그 제품의 B_{60} 수명은 신뢰수준 0.34%로 10,000시간이다.

<표 4> 무고장 sample 수에 따른 B_{60} 수명의 신뢰수준

sample 수	10	100	1000	10,000	100,000	1,000,000
신뢰수준	0.0034%	0.034%	0.34%	3.34%	28.82%	96.66%

즉 어떤 제품 100만개가 1년 동안 고장이 하나도 없이 작동되고 있다면 그제품의 품질수준은 96.7%의 신뢰수준으로 B_{60} 수명이 1년 이라고 말할 수 있다.

주기-3 : 위의 4.9와 같은 성질은 B_{10} 수명의 경우에도 그대로 적용할 수 있는 것으로서 n 개의 sample로서 t 시간 동안 시험하여 고장이 하나도 없었다면 그 부품의 B_{10} 수명이 시험시간과 동일하게 되는 신뢰수준 C 는

<표 5> 무고장 sample 수에 따른 B_{10} 수명의 신뢰수준

sample 수	2	5	10	20	50	100
신뢰수준	19.0%	40.95%	65.13%	87.84%	99.48%	99.997%

$$t = B_{10} \left[\frac{\ln(1-C)}{n \ln(1-0.1)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

고 신뢰수준 C 에 대해서 풀면

$$C = 1 - (1 - 0.1)^n = 1 - 0.9^n \text{ 이다.}$$

즉 어떤 제품의 sample 10개가 100만 cycle 동안 고장이 하나도 없이 작동되고 있다면 그 제품의 품질수준은 65.13%의 신뢰수준으로 B_{10} 수명이 100만 cycle이라고 말할 수 있다.

4.10 6σ 품질운동의 전환

6σ 품질운동은 제품의 공학적, 기술적인 면에서 뿐만 아니라 행정, service 등에서의 품질개선에 많이 적용되고 있다. 예를 들면 철도서비스, 항공서비스 등의 교통서비스, 은행, 학교, 관공서 등에서의 행정처리 및 고객에 대한 서비스에서 100만 번 시행 중에 3.4회 이상 실수가 없어야 한다던가 하는 것이다. 따라서 이러한 행정 및 서비스 품질은 시간적으로 항상 유지되는 것을 목표로 해야 할 것이므로 행정, service 등의 $B_{6\sigma}$ 시간은 무한대로 설정하여야 함을 뜻한다.

5. 결 론

새로 제안한 $B_{6\sigma}$ 수명은 품질과 신뢰성을 연결하는 척도로서 품질수준과 신뢰성수준을 동시에 나타낸다. 다만 $B_{6\sigma}$ 수명 척도가 통계적으로나 품질공학, 신뢰성공학 측면에서 의미를 갖는 척도이고 또 충분히 적용할 만한 가치가 있는 척도인지는 앞으로 연구가 필요하다고 본다. 만약에 $B_{6\sigma}$ 수명 척도가 적용가능한 척도로 여겨진다면 기업체는 현재 별도로 진행하는 6σ 품질운동, 신뢰성증진 운동을 제품이 오랫동안 사용되는 동안에 6σ 품질이 그대로 유지될 수 있도록 $B_{6\sigma}$ 수명의 목표 값을 설정해서 품질과 신뢰성의 운동을 동시에 전개하여 나가는 전략으로 전환하여야 할 것으로 생각한다.

참 고 문 헌

- [1] 김 철(2003), MTBF가 뭐지, 이문사
- [2] 아오키 야스히코 외(1998), 한국능률협회 추진팀 번역, 6시그마 경영, 21세기 북스