한국공작기계학회 2005 춘계학술대회 논문집 pp.103~108

H_∞제어에 의한 전기·유압 서보계의 위치제어

박경섭*, 김도태+

Position Control of Electro-Hydraulic Servo System Using H_∞

K. S. Park*, D. T. Kim+

Abstract

In this paper, a controller design procedure for an electro-hydraulic positioning systems have developed using H_∞ control theory. The generalized models and weighting functions for a multiplicative uncertainty modelling error is presented along with H_∞ controller designs in order to investigate the robust stability and performance. The multiplicative uncertainty case is specifically suited for the design of an electro-hydraulic positioning control systems using H_∞ control.

Key Words : Fluid power systems (유공압 시스템), Electro-hydraulic servo systems (전기 · 유압 서보계), H_∞ control(H_∞제어) Position control (위치제어), Model uncertainty (모델 불확실성)

1. 서 론

전기 · 유압 서보 시스템은 고속응답, 대출력, 소형 · 경량인 유압시스템과 유연한 제어 연산이 가능한 전기 시스템의 장점을 조합한 구동시스템이며, 공작기계, 진동시험기, 항공기, 선박, 군용장비, 건설기계 등 여러 방면에 활용하고 있다.

본 연구에서는 전기 · 유압 서보밸브(이하 서보밸브)와 유압실린더로 구성된 위치 제어계를 제어대상으로 하여, 시스템의 수학적 모델을 구하고, H∞제어이론을 적용하여 가중함수(weighting function)의 선정, 곱셈적 모델링 오차에 대한 분석, 일반화 플랜트의 구성 및 H∞제어기를 설계하여 목표값 시간응답과 외란 억제 특성을 조사하여 강인한 제어성능을 검토하였다.

* 경일대학교 기계자동차학부 (man878@kiu.ac.kr)
주소: 712-701 경북 경산시 하양읍 부호리 33

\+ 경일대, 기계자동차학부

2. 전가유압 위치 서보계의 수학적 모델링

Fig. 1은 서보밸브로 구동되는 유압실린더의 위치 서보계의 개략도이며, 서보밸브, 유압실린더로 구성된 유압시스템, 변위 신호의 피드백을 포함한 신호처리와 CPU를 포함한 제어연산처리 시스템 및 질량-댐퍼-스프링으로 구성된 부하시스템으로 되어있다.

먼저, 서보밸브의 유량특성은 부하압력 P_l과 통과유량 q는 다음의 비선형식으로 나타낼 수 있다.

$$q = k_v x_v \sqrt{|P_s - P_l|} \cdot sign(P_s - P_l) \qquad (1)$$

$$P_l = P_a - P_b$$

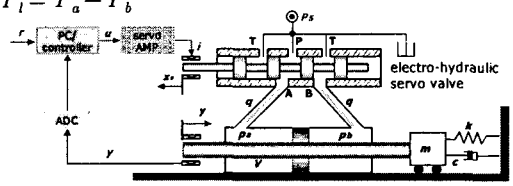

Fig. 1 Electro-hydraulic servo system

식 (1)에서, k_v는 밸브계수, x_v는 밸브 개도, P_s는 공급압력, P_a, P_b는 유압실린더 공급압력과 배출압력, $sign$은 부호함수이며, 동작점 근방에서 선형화하면 다음과 같다.

$$\Delta q = k_q \Delta x_v - k_c \Delta p_l \quad (2)$$

여기서, k_q, k_c는 서보밸브의 유량이득, 유량-압력계수이다.

작동유의 압축성을 고려한 연속방정식은 식 (3)과 같다.

$$\Delta q = A\frac{d\Delta y}{dt} + \frac{V}{\beta}\frac{d\Delta p_l}{dt} \quad (3)$$

여기서, A는 피스톤 단면적, t는 시간, V는 체적, y는 피스톤 변위, β는 유압 작동유의 체적탄성계수이다.

또한 부하의 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M\frac{d^2\Delta y}{dt} + B\frac{d\Delta y}{dt} + k_s \Delta y = A\Delta p_l \quad (4)$$

여기서, M은 부하질량, B는 감쇠계수, k_s는 스프링 계수이다.

식 (2)~(4)로부터, 서보밸브의 스풀 변위 x_v로부터 피스톤 변위 y까지의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{Y(s)}{X_v(s)} = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5)$$

$$a_0 = \frac{k_s \beta k_c}{MV},\ a_1 = \frac{k_s}{M} + \frac{\beta A^2}{MV},\ a_2 = \frac{\beta k_c}{V},\ b_0 = \frac{A\beta k_q}{MV}$$

여기서, s는 라플라스 연산자, 대문자 X_v, Y는 스풀 변위 x_v, 피스톤 변위 y의 라플라스 변환을 나타낸다.

서보밸브의 동특성을 1차지연요소로 근사하면,

$$G_{sv}(s) = \frac{X_v(s)}{I(s)} = \frac{K_{sv}}{T_v s + 1} \quad (6)$$

이다. K_{sv}는 서보 증폭기의 이득, T_v는 서보밸브의 시정수(time constant), I는 전류 i의 라플라스 변환이다.

식 (5)와 (6)로부터, 인가전류 i로부터 부하변위 y까지의 플랜트의 실제 모델(true plant) $\tilde{G}(s)$ 는 식(7)로 표시할 수 있다.

$$\tilde{G}(s) = \frac{Y(s)}{I(s)} = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}\frac{K_{sv}}{T_v s + 1} \quad (7)$$

제어계 설계에서는 식 (7)의 실제 플랜트 모델을 사용하기보다는 식 (8)의 설계용 공칭모델(nominal model) $G(s)$를 많이 사용한다. 이것은 식 (7)에서 작동유의 압축성과 서보밸브의 동특성을 무시하고, 전기 · 유압 위치 서보계의 지배적인 인자만을 모델링한 것이며, 실용적으로 많이 사용한다.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{I(s)} = \frac{\bar{b}_0}{s^2 + \bar{a}_1 s + \bar{a}_0}$$
$$\bar{a}_0 = \frac{k_s}{M},\ \bar{a}_1 = \frac{A^2}{Mk_{c0}},\ \bar{b}_0 = \frac{AK_{sv}k_{q0}}{Mk_{c0}} \quad (8)$$

여기서, 서보밸브의 유량이득 k_{q0}와 유량-압력계수 k_{c0}는 임의의 동작점에 대한 k_q와 k_c의 값이다.

표 1은 시스템 모델에 사용한 파라미터 값을 나타낸다.

Table 1 System parameter

A	2.155×10^{-3}	m^2	M	32.278	kg
β	1.5	GPa	V	2.867×10^{-4}	m^3
k_s	3.5×10^{6}	N/m	P_s	7	MPa
k_{q0}	3.0×10^{-2}	$(m^3/s)/A$	T_v	0.001	s
k_{c0}	3.5×10^{-11}	$(m^3/s)/Pa$	K_{sv}	2	m/A
B	1000	N · s/m	-	-	

3. H∞제어기 설계

본 연구에서는 H∞제어에서 곱셈형식의 모델 불확실성을 고려한 혼합감도문제(mixed sensitivity problem)[1], [2]를 적용하여 제어기를 설계하고 그 성능에 대하여 검토한다.

3.1 일반화 플랜트의 선정

H∞제어기 설계를 위해, Fig.2와 같이 일반화 플랜트를 구성하였다. 여기서, w는 외란, n은 잡음, u는 제어입력이다. 관측 잡음을 도입하여, 표준 H∞제어의 가정들을 만족하도록 일반화 플랜트를 설계하였다.

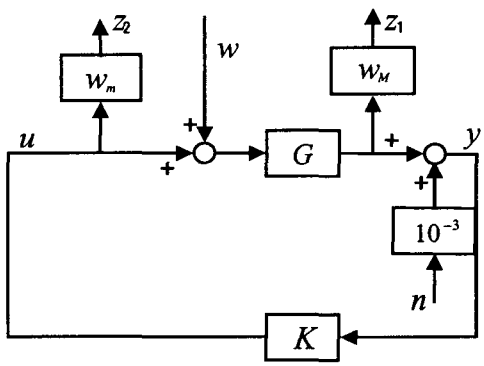

Fig. 2 General plant model for disturbance rejection

3.2 제어계의 주파수 응답 특성

Fig. 1에 도시한 전기 · 유압 위치 제어계의 실제 플랜트 모델(true plant model)인 식(7)과 설계용 공칭모델(nominal plant model)인 식(8)을 사용하여 제어기를 설계한다. 제어기 설계에서는 시스템 파라미터 변동에 따른 오차와 플랜트 모델의 저차원화에 따른 오차를 고려하여야 한다.

Fig.3은 실제 플랜트 모델과 설계용 공칭모델의 전달함수

에 대한 주파수 응답을 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이, 이득과 위상이 저주파수 영역에서는 실제 플랜트 모델과 공칭모델의 차이는 거의 없으며, 이득 피크점 이상의 고주파 영역에서는 모델링 오차가 나타난다. 이것은 설계용 공칭모델에서 작동유의 압축성과 서보밸브의 동특성의 영향을 생략하였기 때문에 나타나는 것이다.

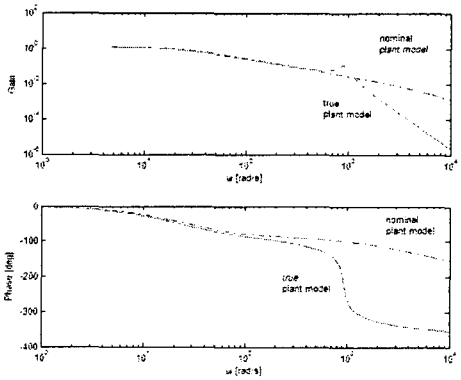

Fig. 3 Bode plot for true and nominal plant model

3.3 곱셈형식의 모델 불확실성의 검토

H∞제어계 설계에서, 실제 플랜트 모델 $\tilde{G}(s)$와 공칭모델 *G(s)*에 대한 곱셈형식의 모델 불확실성은 식 (9)로 표시되며, Fig. 4에 식 (7)과 (8)의 곱셈적 모델링 오차의 주파수 응답 특성을 제시하였다. 곱셈형식의 불확실성 *Δm(s)*의 피크점은 실제모델의 이득의 피크에서 주파수에 대응한다. 압축성이나 서보밸브 동특성을 생략하여 저차원화한 경우, 곱셈적 불확실성의 크기는 고주파수영역에서 현저하게 나타난다.

$$\Delta m(jw) = \frac{\tilde{G}(jw) - G(jw)}{G(jw)} \tag{9}$$

3.4 가중함수의 선정

H∞제어문제는 최적 H∞제어와 표준 H∞제어 문제로 구분하며, 여기서는 표준 H∞제어문제를 고려하여 제어기 설계에 대해 검토한다. Fig. 2에 도시한 일반화 플랜트의 폐루프 전달함수 $T_m(s)$에 곱셈적 불확실성 $\Delta m(s)$에 대하여 강인한 안정성을 확보하기 위해서는, 저이득 이론(small gain theorem)을 적용하면 식 (10)을 얻을 수 있다.

$$\|\Delta_m(s) T_m(s) < 1\| \tag{10}$$

그러나 곱셈적 불확실성 $\Delta m(s)$을 정확하게 모델링하는 것이 어렵기 때문에 가중함수 W_m을 사용하여 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{\sigma}\{\Delta_m(jw)\} < |W_m(jw)| \quad \|W_m \cdot T_m\| < 1 \tag{11}$$

식 (11)에서 $\bar{\sigma}$는 $\Delta m(s)$의 최대 특이값이며, 식 (11)이 성립하면, 식 (10)은 항상 만족하게 된다. 따라서 Fig. 2에서 외란 *w*에서 출력 z_2까지 전달함수가 $W_m T_m$이 되도록 일반화 플랜트를 고려하여 그 H∞ 놈(H∞ norm)이 1 미만이 되도록 하면, 식 (11)을 만족하는 제어기 *K*를 구할 수 있다. 실제 가중함수의 선정에는 시행착오가 필요하다. 제어기의 성능을 평가해 가면서 가중함수를 조정해가면서 설계를 반복한다.

Fig. 2에서 외란 억압에 관한 가중함수 W_M은 정수로 하였다. 제어기의 차수(order)는 공칭모델의 차수와 가중함수의 차수를 합한 것이 되는데, 가중함수는 사양을 만족하는 범위에서 가능한 차수가 낮은 것을 선택하는 것이 좋다. 또한 W_M은 곱셈형식의 불확실성 *Δm(s)*을 감싸도록 정하였다. W_M과 *Δm*의 주파수 특성을 Fig. 4에 나타낸다.

$$w_M = 2 \tag{12}$$

$$w_m = \frac{1.5s(s+147)}{(s+20)(s+1000)} \times \frac{(s^2+1020s+7.225\times10^5)}{(s^2+186s+8.65\times10^5)} \tag{13}$$

식 (11)을 만족하기 위해, Fig.4에서 볼 수 있듯이 가중함수 W_M은 곱셈적 불확실성 *Δm*을 완전히 감싸고 있다. 그러나 파라미터가 변하면 완전히 감싸지 못하여 식(11)을 만족하지 못할 수도 있기 때문에 설계한 제어기를 실제모델에 적용하여 강인안정성을 한번 검증하여 보는 것이 좋다.

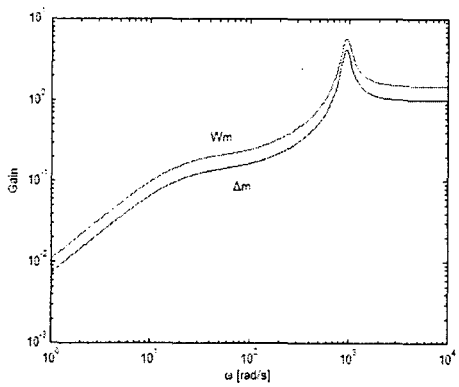

Fig. 4 Frequency characteristics of weighting function Wm and multiplicative uncertainty Δm

3.5 외란 억압 제어 및 강인 안정성 검토

Fig. 2의 일반화 플랜트에서, 외부입력 w에서 제어량 z_1까지 H_∞ 놈을 최소화하는 H_∞ 제어는 w를 실제 외란, z_1을 외란을 억제하려는 제어량으로 선택하면 외란 억압제어가 된다. 이러한 외란 제거 문제는 가능한 작은 값 γ에 대해 다음 식을 만족하는 제어기 K를 구하는 문제로 정식화할 수 있다.

$$\|(I-GK)^{-1}G\|_\infty < \gamma \qquad (14)$$

이것은 H_∞ 놈의 정의에서, w에서 z_1까지 전달함수의 이득(gain)을 모든 주파수 대역에 걸쳐 γ이하로 억제하는 것을 의미하며, 이것은 매우 어려운 조건이다. 실제 문제에서 이 조건은 대부분 불필요하고 외란 w의 주파수 스펙트럼이 큰 주파수 대역에서만 $(I-GK)^{-1}G$의 이득을 충분히 작게 하면 충분하다. 따라서 작게 하고 싶은 주파수 대역에서만 충분히 큰 이득을 가진 가중함수 W_M을 도입하면, 식 (14)는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\|W_M R\| < \gamma \qquad (15)$$

식 (15)에서 $R=(I-GK)^{-1}G$이다. 즉, 식 (15)에서 가능한 작은 기준값 γ에 대해 성립하도록 설계한다.

Fig. 2에서 강인한 안정성은 외란 억압제어와 공통의 외란 w를 사용하여, z_2까지 H_∞ 놈을 1미만으로 하면, 식 (11)을 만족하여 강인한 안정성을 확보할 수 있다.

Fig. 5에서 보듯이, 주파수 응답은 식 (11)을 잘 만족하므로 강인한 안정성을 가지는 것을 확인할 수 있으며, Fig.6은 식 (15)를 잘 만족하기 때문에 외란억제에 대해서도 강인한 것을 볼 수 있다. 결과적으로 본 연구에서 선정한 가중함수가 적절하다고 할 수 있다.

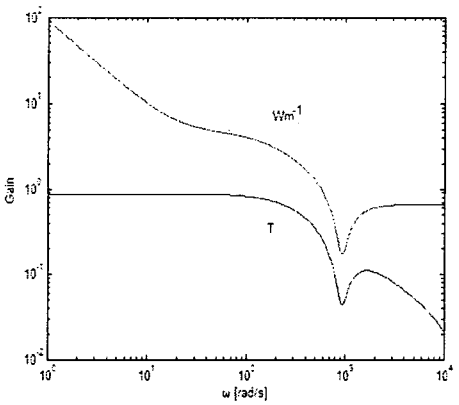

Fig. 5 Frequency characteristics of complementary sensitivity function T and weighting function Wm^{-1}

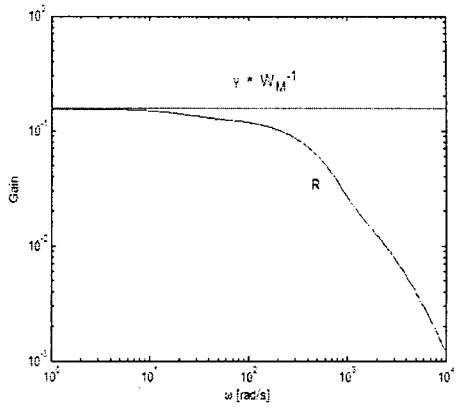

Fig. 6 Frequency characteristics of Equation (15)

3.6 H∞제어기 설계

H∞제어기는 Riccati 방정식에 기초한 γ-반복법을 적용하여 MATLAB에서 구하였다[3]. 즉, γ-반복법을 사용하여 γ가 가장 작은 값을 가질 때의 H∞제어기를 구하였다. 곱셈형식의 불확실성에 대한 제어기 설계에서, γ의 최소값은 0.3125이며 제어기의 전달함수는 식 (16), 주파수 응답은 Fig. 7과 같다. 그림에서 보면 시스템 주파수 응답의 공진 피크에 대응하는 1000rad/s 부근에서 이득이 급격하게 감소하다가 증가하는 것을 볼 수 있다.

$$K=\frac{-2830589342(s+20)(s+1000)}{(s+25.24)(s+1196)(s^2+1094s+9.986\times10^5)} \times\frac{(s+4809)^2(s^2+186s+8.649\times10^5)}{(s^2+1.736\times10^4 s+1.387\times10^8)} \qquad (16)$$

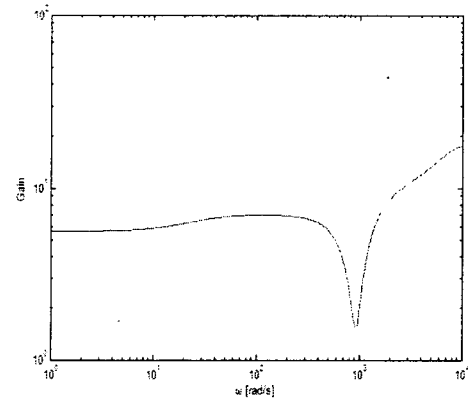

Fig. 7 Frequency characteristics of H∞ controller for multiplicative uncertainty

4. 제어기의 성능평가

표준 H∞ 문제에서 구한 제어기의 폐루프 계에 대한 제어 특성을 평가하기 위해, Fig. 8과 같은 피드백 제어계를 설정하고 외부입력 r에 대한 y의 목표값 응답과 제어대상의 입력단 외란 d에 대한 y의 외란응답에 대해 검토한다.

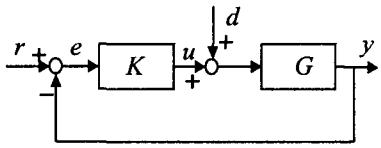

Fig. 8 Block diagram of feedback control system

Fig. 9, Fig. 10은 실제 플랜트와 설계용 공칭모델의 개루프 제어계(open loop control)의 스텝응답과 임펄스 외란응답이다. 이 때 목표값 응답시간은 약 0.15초이며, 외란에 대한 응답시간은 약 0.35초 정도이다.

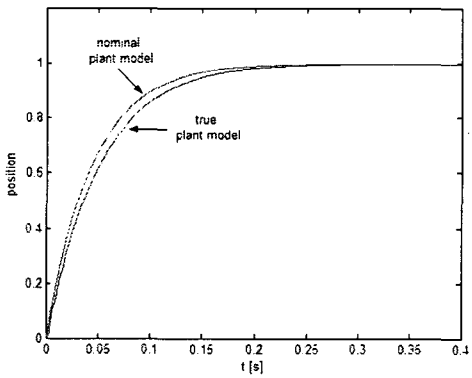

Fig. 9 Step response of open loop system

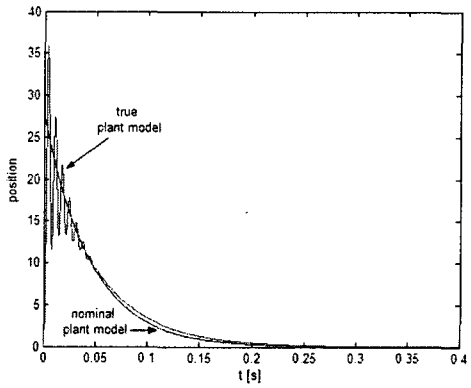

Fig. 10 Impulse response of open loop system

Fig. 11은 스텝입력에 대한 제어입력이며, Fig. 12는 유압 실린더의 피스톤 변위에 대한 공칭모델의 스텝응답으로써 약 0.02초 정도의 응답시간을 가지며 정상편차 없이 잘 만족하는 것을 볼 수 있다.

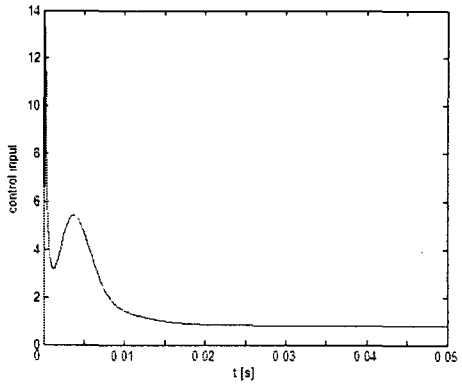

Fig. 11 Control input for step disturbance input

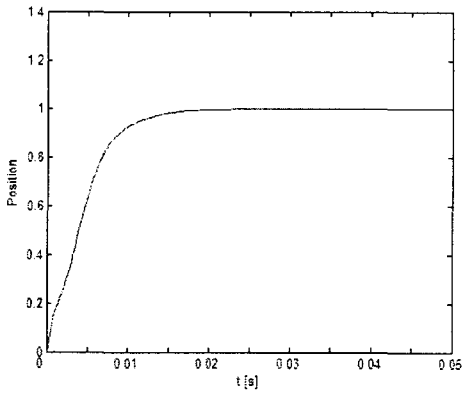

Fig. 12 Step response of nominal plant model

Fig. 13은 임펄스 입력에 대한 제어입력이며, Fig.14는 피스톤 변위에 대한 공칭모델의 임펄스 응답으로써 외란에 대한 강인성을 확인할 수 있다. 그림에서 보듯이 약 0.03초가 되면 0에 수렴하는 것을 볼 수 있다. 즉 외란이 잘 억제된다고 할 수 있다.

Fig. 15, Fig. 16은 실제 플랜트 모델에 대한 시간응답 특성이다. 이것은 모델링 오차에 대해서도 강인성을 가지는 가에 대한 특성이라 할 수 있다. 그림에서 보듯이 실제 플랜트의 모델에서도 목표값 응답시간이 약 0.02초가 되면 정상편차 없이 잘 만족하는 것을 볼 수 있다. 공칭모델과 거의 같다. 임펄스 응답, 즉 외란에 대한 응답에서는 공칭모델과 비교하여 수렴시간이 약 0.02~0.03초 정도 더 걸리는 것을 볼 수 있다.

그러나 이는 설계사양에 충분히 만족한다. 즉 예기치 못한 외란에 대해서도 비교적 잘 억제하는 것을 볼 수 있다.

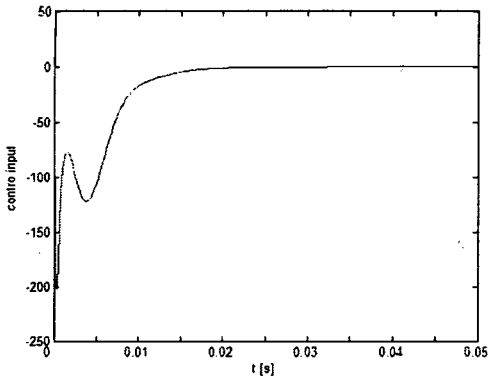

Fig. 13 Control input for impulse disturbance input

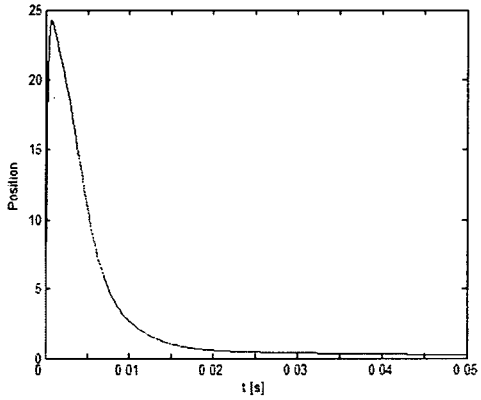

Fig. 14 Impulse response of nominal plant model

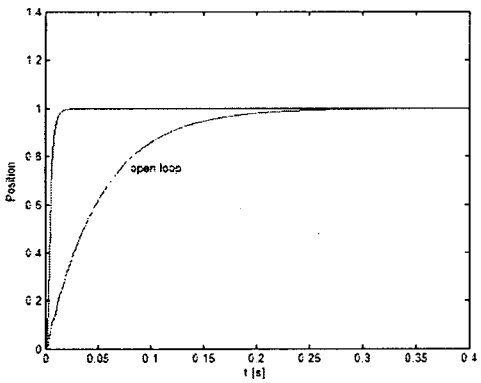

Fig. 15 Step response of true plant model

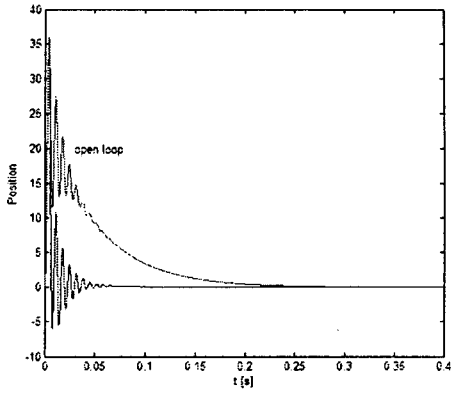

Fig. 16 Impulse response of true plant model

4. 결 론

본 연구에서는 전기 · 유압서보밸브를 이용한 유압실린더의 위치 제어계에 대해, H∞제어이론을 적용한 강인 제어계를 구성하고, 제어성능을 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다

(1)전기 · 유압서보밸브로 구동하는 유압실린더의 위치제어계에 대한 수학적 모델을 구하고, 곱셈형식과의 모델 불확실성을 수식화하여 검토하였다.

(2)H_∞제어 이론을 적용하여, 전기 · 유압 서보계의 모델링 오차에 따른 강인한 제어기 설계법을 제안하였고, 목표값 추종성과 외란억제능력에 대한 제어 성능을 검토하여 유효성과 타당성을 확인하였다.

참 고 문 헌

(1) Yokota Sinichi, 1995, On the Special Issue "Applications of state-of-the-art control theorems JHPS, Vol. 26, No. 7, pp831~pp834

(2) Muto Takayoshi, 1997, On the Special Issue "Super Application of Robust Control", JHPS, Vol. 28, No. 4, pp388~pp389

(3) S. Bahram, H. Michael, 1993, Control System Design Using MATLAB, International edition, Prentice-Hall