

## 변형계수의 변동특성을 고려한 지하구조물 확률유한요소 해석

나상민, 문현구  
한양대학교

### 1. 서론

지하구조물의 안정성평가를 위해서 현재까지 제시된 수치해석방법들은 유한요소법, 경계요소법, 유한차분법, 개별요소법 등을 들 수 있다. 이러한 수치해석 방법들을 사용하여 지하구조물의 거동 및 안정성 해석을 수행할 경우, 해석결과의 신뢰도는 입력으로 정의되는 암반물성치에 따라 크게 좌우된다. 하지만 암반물성치의 파악을 위해서 조사단계에서 수행하고있는 각종 현장시험과 실내시험은 많은 비용이 요구되어지기 때문에 설계단계에서 활용가능한 암반물성 자료는 대체적으로 부족한편이라 할 수있다. 또한 기존의 해석방법의 특성상 암반물성을 결정론적 값(constant value)으로 정의하여야 하는데 결정론적 값으로 명확하게 암반물성을 정의하는 것은 한계가 있다. 또한 정밀한 시험 및 조사에 의하여 결정된 암반물성 자료라 하더라도 암반이 가지고 있는 물리적, 구조적 불확실성으로 인하여 해석에 필요한 입력자료에는 항상 불확실성이 존재하며, 이러한 입력자료의 불확실성은 구조응답의 불확실성을 유발하게 된다.

지하구조물 설계자는 변형계수(deformation modulus,  $E_m$ )를 현장시험과 실내시험을 통하여 얻게 되는데 이때 얻어지는 변형계수는 암반의 특성에 따라 평균과 분산을 가지는 값이다. 기존의 결정론적(deterministic) 해석에서는 변형계수의 변동특성에 대한 고려를 안전측을 고려한 평균값을 설계치(design value)로 이용하는 방법을 사용하고 있다. 하지만 실제 변형계수의 분산특성을 파악하고 이에 대한 적절한 고려를 하기 위해서는 변형계수를 확률변수로 표현한 확률유한요소 해석이 필요하다. 본 연구에서는 변형계수를 확률변수로 표현하여 확률유한요소 해석을 한 경우와 설계치를 이용한 결정론적 해석을 한 경우를 최대변위와 파괴확률적 측면에서 비교 검토하고자 한다.

### 2. 확률유한요소법

확률유한요소법은 우리가 생각할 수 있는 구조계 내외의 임의성이 특정한 확률적 특성을 가진다는 가정에서 출발한다. 이러한 가정되어지는 확률적인 특성들이 구조계의 응답에 영향을 미치므로 이들을 통계학적 특성치(평균, 표준편차 등)로 나타내어 우리가 얻고자 하는 구조계의 응답변화도(response variability)에 대한 확률통계학적인 결과들을 얻게 된다.

본 연구에서는 확률유한요소법에서 구조계의 불확실성을 고려하기 위한 방법으로 확률변수의 변동계수가 비교적 크더라도 해의 정확성이 높으며, 확률장에 대한 개별적 이산화

(discretization)를 필요로 하지 않아 확률적 해석시 결정론적 유한요소해석에서 사용된 유한 요소망을 수정 없이 사용할 수 있다는 장점이 있는 가중적분법(weighted integral method)을 사용하였으며 구체적 가중적분법에 대한 이론은 참고문헌(Takada, 1990, Deodatis, 1991, 최창근, 노혁천, 1993, 나상민, 문현구, 2003)으로 대체하고자 한다.

### 3. 지하구조물 안정성 분석

경전선 및 부산신항 배후철도 제O공구 자료(현대건설(주), 2003a, 현대건설(주), 2003b)를 이용하여 터널설계 문제에 변형계수의 분산특성을 고려한 확률유한요소 해석을 수행하였다. Table 1은 당현장에서 현장시험 결과 및 경험식들을 이용하여 계산된 암반등급별 변형계수 값을 나타내고 있다.

Table 1에서 보듯이 현장시험으로 측정된 변형계수의 편차는 매우 큰 것으로 나타나 있다. 따라서 실제 터널설계에서 변형계수의 결정은 현장시험과 여러 연구자들이 제안한 경험식들을 바탕으로 그 값을 결정하고 있다. 본 연구에서는 실제 설계에 적용된 변형계수의 설계치의 변동계수(coefficient of variation, COV)를 10%, 20%, 30%로 변화시키는 분석을 수행하였다. 또한 터널설계에 사용된 설계치는 안전측에 대한 고려가 이루어진 변형계수 값이므로 암반의 변형계수 값을 낮게 평가한 것이라 하겠다. 따라서 암반의 변형계수를 경험식들을 이용한 변형계수와 현장시험에 의해 조사된 변형계수의 산술평균으로 이용할 경우에 대한 분석을 수행하였다. 변형계수의 변동계수가 가질 수 있는 범위를 검토한 것이 Table 2로 문헌에서 조사된 변형계수의 평균 및 표준편차에 대한 자료이다.

Table 1. Summary of  $E_m$  for RMR values (after 현대건설(주), 2003a). (Unit: GPa)

| Rock class        |           | I          | II        | III       | IV        | V        |
|-------------------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|----------|
|                   |           | RMR=100-81 | RMR=80-61 | RMR=60-41 | RMR=40-21 | RMR < 20 |
| Empirical         | Nicholson | ~29.9      | 29.9~9.3  | 9.3~2.9   | 2.9~0.9   | -        |
|                   | Mitri     | ~59.4      | 59.4~24.5 | 24.5~10.1 | 10.1~4.1  | -        |
|                   | RQD       | ~49.0      | 49.0~7.1  | 7.1~0.5   | 0.5~0.005 | -        |
|                   | Pereira   | ~58.4      | 58.4~18.5 | 18.5~5.8  | 5.8~1.8   | -        |
|                   | Aydan     | ~54.2      | 54.2~19.9 | 19.9~4.9  | 4.9~0.5   | -        |
| Goodman jack test |           | ~15.1      | 30.1~13.2 | 24.5~8.6  | 19.6~1.0  | -        |
| Design value      |           | 19.6       | 14.7      | 9.8       | 2.5       | 0.25     |

Table 2. Summary of mean and standard deviation of  $E_m$ .

|                         | Mean(GPa) | Standard deviation(GPa) | COV(%) | Rock type     |
|-------------------------|-----------|-------------------------|--------|---------------|
| Kim and Gao (1995)      | 19.76     | 9.88                    | 50.0   | basalt        |
|                         | 9.98      | 4.90                    | 49.1   | basalt        |
| Gokceoglu et al. (2003) | 6.74      | 6.9                     | 102.3  | quartzdiorite |
|                         | 13.5      | 5.8                     | 43.0   | limestone     |
|                         | 1.11      | 1.1                     | 99.1   | marlstone     |
| 현대건설(주) (2003a)         | 24.124    | 8.414                   | 34.9   | hard rock     |

Table 2에서 Gokceoglu 등(2003)의 자료에서 변동계수의 값이 100%를 넘는 경우가 나타나고 있는데 이는 암반등급별로 변형계수의 평균 및 표준편차를 구한 것이 아니라 암반 전체에 대한 변형계수의 평균 및 표준편차를 구한 자료이기 때문으로 판단된다. Table 3은 현대건설(주)(2003a)에서 제시된 RMR 기준과 RQD 기준의 암반등급별 변형계수의 값을 이용하여 변형계수의 변동계수를 나타낸 것이다. Table 3에서 보듯이 1, 2등급의 암반에서는 변형계수의 변동계수가 약 36%~55%의 값을 갖는데 비하여 3등급의 암반에서는 약 141%~154%의 값을 가짐을 볼 수 있다. 이는 1, 2등급의 암반에서보다 3등급의 암반에서 변형계수의 변동계수가 상당히 커짐을 보여주고 있다.

Table 3. Summary of COV of  $E_m$  with respect to RMR and RQD.

| Classification | Class | Mean(GPa) | Standard deviation(GPa) | COV(%) |
|----------------|-------|-----------|-------------------------|--------|
| RMR            | I     | 43.679    | 22.330                  | 51.1   |
|                | II    | 28.792    | 15.926                  | 55.3   |
|                | III   | 5.940     | 8.394                   | 141.3  |
| RQD            | I     | 45.307    | 16.289                  | 36     |
|                | II    | 21.486    | 8.512                   | 39.6   |
|                | III   | 2.731     | 4.200                   | 153.8  |

Fig. 1은 본 연구에서 해석한 지역의 지반모델과 해석단면의 터널단면 및 지보패턴도로 해석단면의 좌우경계는 수평변위 구속조건, 하부경계는 수직변위 구속조건을 사용하였다. 본 연구에서는 지보에 대한 고려는 하지 않았고, 축압계수는 1로 가정하였다. Table 4는 해석에 사용된 암반의 물성을 나타내고 있다. 경험식들과 현장시험 자료의 산술평균을 이용한 해석에서 토사 및 풍화암에 대한 경험식 및 현장시험 자료가 없으므로 설계치를 이용한 해석에서 사용된 설계치 물성을 동일하게 사용하였다. 이때 변형계수의 변동계수는 Table 1과 Table 2의 결과를 종합하여 50%로 하였으며, 변형계수의 상관길이는 조사자료가 없어 나경용(1999)의 결과를 참조하여 5m로 하였다.

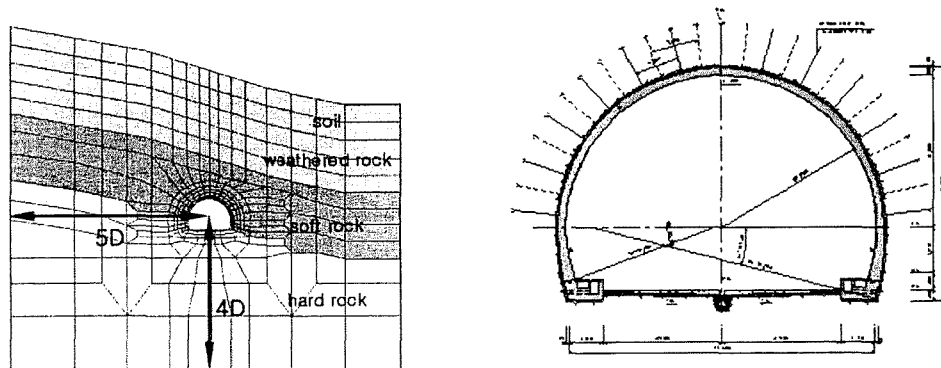


Fig. 1. Finite element model and support system for a railway tunnel in Korea.

Table 4. Rock mass properties of the railway tunnel.

| Rock type         | $E_m$<br>(design value,<br>GPa) | $E_m$<br>(empirical and<br>experimental, GPa) | $\nu$ | $c$<br>(kPa) | $\phi$ ( $^\circ$ ) | unit<br>weight<br>( $\text{kN/m}^3$ ) |
|-------------------|---------------------------------|---|-------|--------------|---------------------|---------------------------------------|
| soil              | 0.05                            | 0.05  | 0.30  | 1            | 35                  | 20                                    |
| weathered<br>rock | 0.25                            | 0.25  | 0.35  | 30           | 35                  | 22                                    |
| soft rock         | 2.5                             | 5.267   | 0.28  | 300          | 35                  | 25                                    |
| hard rock         | 10.0                            | 13.141  | 0.24  | 800          | 35                  | 26                                    |

\*  $\nu$  : Poission's ratio,  $c$  : cohesion,  $\phi$  : internal friction angle

### 3.1 설계치를 이용한 해석

#### 1) 최대변위 분석

설계치를 이용한 해석에서 터널의 천단변위는 4.002mm, 내공변위는 3.001mm로 해석되었다. 실제 설계에서 해석된 분석결과(천단변위: 4.289mm, 내공변위: 1.716mm)와 비교할 때 모델링상의 차이를 감안하면 동일한 결과를 보인다고 하겠다. 해석된 변위의 응답변화도를 이용하여 신뢰수준별 최대 천단변위를 Table 5에 나타내었다. 변형계수의 상관길이가 5m일 경우 99% 신뢰수준에서 약 1.28배 즉, 약 5.12mm의 천단변위가 발생할 가능성을 나타내고 있다.

Table 5. The ratio of maximum roof displacement to expected roof displacement using design values.

| $CD_{E_m}$ | $COV_{E_m}$ | Confidence level |      |      |
|------------|-------------|------------------|------|------|
|            |             | 90%              | 95%  | 99%  |
| 1m         | 10%         | 1.02             | 1.02 | 1.03 |
|            | 20%         | 1.03             | 1.04 | 1.06 |
|            | 30%         | 1.05             | 1.06 | 1.09 |
| 5m         | 10%         | 1.05             | 1.07 | 1.10 |
|            | 20%         | 1.10             | 1.13 | 1.19 |
|            | 30%         | 1.16             | 1.20 | 1.28 |
| 300m       | 10%         | 1.12             | 1.16 | 1.22 |
|            | 20%         | 1.24             | 1.31 | 1.44 |
|            | 30%         | 1.37             | 1.47 | 1.66 |

\*  $CD_{E_m}$  : correlation distance of  $E_m$ ,  $COV_{E_m}$  : coefficient of variation of  $E_m$

## 2) 파괴확률 분석

설계치를 이용한 분석에서 공동 주위의 안전율 분포를 구한 것이 Fig. 2이다. 공동상부와 공동 우측하부에서 국부적으로 안전율 1미만의 요소가 관찰되고 있다. 이는 참고문헌(현대건설(주), 2003b)에도 나타나 있는 부분이다. Fig. 3은 변형계수의 상관길이가 5m일 경우에 대한 safety index( $\beta$ )의 분포를 나타낸 것이다.  $\beta$ 가 0이라는 것은 파괴확률 50%가 됨을 나타내는 것으로 0이하가 되면 안전율이 1보다 작아지는 경우가 된다. 또한  $\beta$ 가 3일 경우는 파괴확률이 약 0.1%가 된다.  $\beta$ 가 0보다 작은 영역이 터널주위에서 나타나고 있음을 그림상에서 볼 수 있는데 이는 결정론적 해석에서 안전율 1미만의 요소들이 터널주위에 발생한 것이 반영된 것이다.  $COV_{Em}$ 이 증가하면서  $\beta$ 가 점차적으로 넓은 영역으로 분포됨을 볼 수 있고 이는 같은 지점에서의 파괴확률이 점차 커짐을 나타낸다.

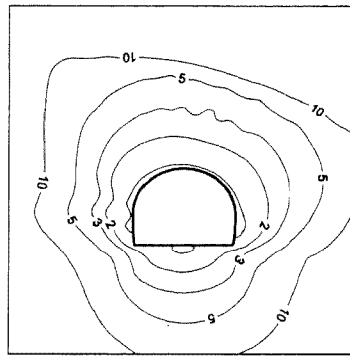


Fig. 2. Distribution of factor of safety using design values.

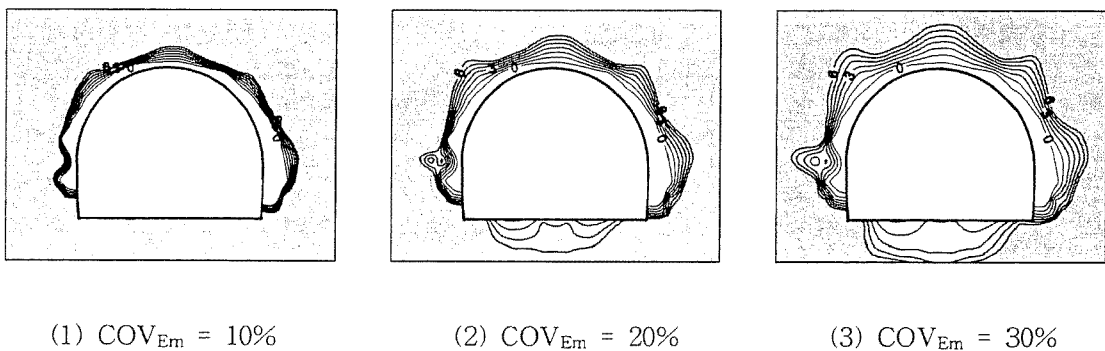


Fig. 3. Distribution of safety index for three different  $COV_{Em}$ s.

## 3.2 경험식과 현장시험 자료를 이용한 해석

Table 1에 나타난 경험식 중 RQD를 이용한 방법은 타 방법에 비하여 그 값이 현저하게 낮게 구해지므로 이를 제외한 4개의 경험식과 현장시험 결과의 산술평균을 변형계수의 평균값(Table 4)으로 사용한 해석을 수행하였다.

1) 최대변위 분석

해석결과 천단변위는 1.96mm 내공변위는 1.64mm가 발생하였다. 구해진 변위의 응답변화도를 이용하여 신뢰수준별 최대 천단변위에 대한 분석결과가 Table 6이다. 99% 신뢰수준에서 최대 약 1.48배 즉, 2.90mm정도의 천단변위가 발생할 가능성이 있는 것으로 분석되었다.

Table 6. The ratio of maximum roof displacement to expected roof displacement using empirical and experimental data.

| Confidence level                               | 90%  | 95%  | 99%  |
|--|------|------|------|
| COV <sub>Em</sub> =50%<br>CD <sub>Em</sub> =5m | 1.26 | 1.34 | 1.48 |

2) 파괴확률 분석

공동 주위의 안전율 분포를 구한 것이 Fig. 4이다. 설계치를 이용한 분석결과와 비교하여 안전율이 거의 같게 나타나고 있다. 이는 경험식과 현장시험 자료들의 평균값이 설계치에 비하여 크게 다르지 않기 때문이다. 설계치를 이용한 분석과 마찬가지로 터널 주변부에서 국부적인 파괴도 나타나고 있다. Fig. 5는 응력의 응답변화도를 이용하여 분석된 safety index의 분포를 나타낸 것이다. 설계치를 이용한 분석에 비하여 safety index의 분포가 상당히 넓게 나타나고 있다. 이는 해석에 사용된 변형계수의 변동계수가 50%이기 때문일 것이다. 따라서 안전측이 고려된 설계치를 이용한 해석보다 경험식과 현장시험 자료의 평균값을 이용한 해석에서 파괴확률이 크게 나타나고 있음을 알 수 있다.

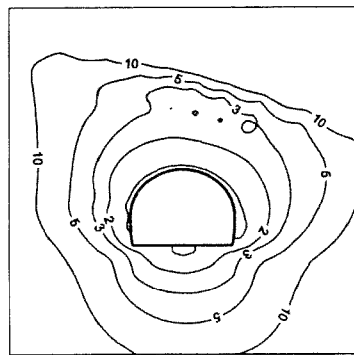


Fig. 4. Distribution of factor of safety using the average values of empirical and experimental data.

3.3 결과분석

터널설계 문제에 변위의 응답변화도를 이용한 최대 천단변위 분석과 응력의 응답변화도를 이용한 파괴확률 분석을 설계치를 이용한 경우와 경험식과 현장시험 자료를 이용한 경우에 대해 수행하였다. 두 가지 경우를 비교하면 천단변위 분석에서는 설계치를 이용한 분석이

변위량이 크게 분석되었으며, 파괴확률 분석에서는 경험식과 현장시험 자료를 이용한 분석이 파괴확률이 높게 분석되었다. 설계치와 경험식과 현장시험 자료의 평균값과의 차이가 크지 않아 변형계수의 변동계수가 50%인 경험식과 현장시험 자료를 이용한 분석이 안정성 측면에서 안 좋은 것으로 분석되었다. 이러한 결과로부터 변형계수의 평균값보다는 변형계수의 변동계수가 파괴확률에 더 많은 영향을 미침을 알 수 있다. 따라서 변형계수의 변동계수가 큰 지역에서는 이를 고려한 해석이 필요할 것으로 판단된다.

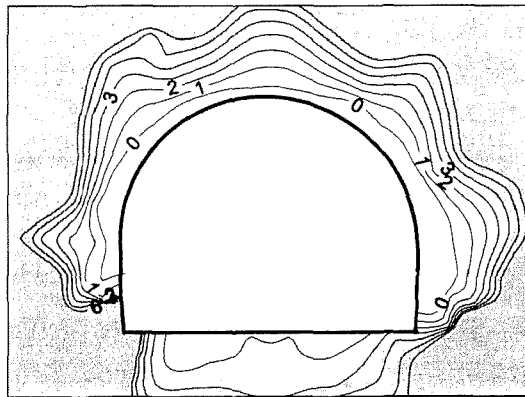


Fig. 5. Distribution of safety index with  $COV_{Em}$  of 50%.

#### 4. 결론

현재 암반공학 분야에서는 확률적 개념을 도입한 연구들이 활발히 이루어지는 단계에 있으며, 그 발전가능성은 상당하다고 할 수 있다. 확률적 개념에서의 파괴확률에 대한 검토와 더불어 신뢰도 해석을 수행하는 위험도 분석(risk analysis) 또한 앞으로 꾸준한 연구가 진행되리라 생각된다. 본 연구에서는 암반물성(변형계수)의 분산특성이 지하구조물의 거동에 미치는 영향 분석과 파괴확률에 미치는 영향 분석을 확률유한요소법을 이용하여 수행하였다.

터널설계 문제에 본 연구에서 개발한 프로그램을 이용한 분석을 수행하였다. 변형계수를 설계치를 이용한 경우와 경험식과 현장시험 자료의 평균값을 이용한 두 가지 경우에 대하여 해석을 수행한 결과 설계치에 의한 해석결과보다 경험식과 현장시험 자료의 평균값을 이용한 해석이 파괴확률 0.1% 영역의 분포가 더 넓게 나타났다. 이는 경험식과 현장시험 자료의 평균값을 이용한 해석에서 변형계수의 변동계수를 50%로 설정한 영향으로 파악된다. 즉 변형계수 평균값의 변동이 작을 경우에는 평균값의 변동보다 변형계수의 변동계수가 파괴확률에 미치는 영향이 더 큰 것을 나타낸다.

아직까지는 변형계수의 분포특성에 관한 연구결과가 충분치 못한 상태이다. 앞으로 암반물성의 분포함수 및 변동계수에 대한 조사자료가 충분히 확보된다면 지하구조물 안정성 해석시 암반물성의 분산특성을 고려한 지하구조물 거동 및 파괴확률에 대한 분석이 타당성을 가질 것이라 사료된다.

## 참고문헌

1. 나경웅, 1999, 지하구조체의 확률유한요소해석을 위한 응답면을 이용한 적응적 중요표본 추출기법, 박사학위논문, 연세대학교 대학원, p. 168.
2. 나상민, 문현구, 2003, 확률유한요소법을 이용한 확률적 변위분석, 한국암반공학회지, Vol. 13, No.5, pp.397~402.
3. 최창근, 노혁천, 1993, 사변형 요소를 이용한 추계론적 유한요소해석, 대한토목공학회논문집, 제13권, 제5호, pp. 29~37.
4. 현대건설(주), 2003a, 경전선 및 부산신항 배후철도 제O공구(삼량진~진영간) 복선전철 건설공사 지반조사보고서, 토목, p. 859.
5. 현대건설(주), 2003b, 경전선 및 부산신항 배후철도 제O공구(삼량진~진영간) 복선전철 건설공사 구조 및 수리계산서 XII, 토목(터널), p. 887.
6. Deodatis, G., 1991, Weighted Integral Method I : Stochastic Stiffness Matrix, J. Engng. Mech., Vol. 117, No. 8, pp. 1851~1864.
7. Deodatis, G., Wall, W., Shinozuka, M., 1991, Analysis of Two-dimensional Stochastic Systems by the Weighted Integral Method, Computational Stochastic Mechanics, elsevier, pp. 395-406
8. Gokceoglu, C., Sonmez, H., Kayabasi, A., 2003, Predicting deformation moduli of rock masses, Int. J. Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 40, pp. 701~710.
9. Kim, K., Gao, H., 1995, Probabilistic Approaches to Estimating Variation in the Mechanical Properties of Rock Masses, Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 32, No. 2, pp. 111~120.
10. Takada, T., 1989, Weighted Integral Method in Stochastic Finite Element Method, J. of Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 5, No. 3, pp. 146~156.