KOSPI200 선물 시장의 증거금 수준에 대한 연구
Analysis of the margin level in the KOSPI200 futures market

김준, 최인찬
고려대학교 산업시스템정보공학과

Abstract

When the margin level is set relatively low, margin violation probability increases and the default probability of the futures market rises. On the other hand, if the margin level is set high, the margin violation probability decreases, but the futures market becomes less attractive to hedgers as the investor's opportunity cost increases. In this paper, we investigate whether the movement of KOSPI200(Korea Composite Stock Price Index 200) futures daily prices can be modeled with the extreme value theory. Base on this investigation, we examine the validity of the margin level set by the extreme value theory. Computational results are presented to compare the extreme value distribution and the empirical distribution of margin violation in KOSPI200. Some observations and implications drawn from the computational experiment are also discussed.

1. 서론

선물 시장에서 증거금은 선물거래자들이 예치해야 하는 최소 금액으로 선물가격 변동에 따른 거래자의 파산 위험에 대비하기 위한 것이다. 즉, 증거금은 선물가격의 상승 또는 하락이 발생하였을 때, 미결제 약정을 가지고 있는 고객의 계약 이행을 위한 담보역할을 하게 된다. 증거금이 적게 설정된다면 고객의 파산 가능성이 증가하여 시장의 안정성을 저해하는 요인이 될 것이다. 한편, 많은 증거금의 설정은 거래자들의 유동성을 저해하여 기회비용을 증가시키며, 이는 선물시장에 대한 참여를 제한하는 요인으로 작용할 수 있다. 따라서 선물 시장 관리자 입장에서 시장 안정성과 거래자들의 비용 증가를 고려하여 적절한 증거금을 설정하는 것은 매우 중요하다.

증거금을 설정하는 방식에 대한 연구는 경제적 모형을 이용하는 방법과 통계적 이론을 이용하는 방법들이 제시되었다(Hunter(1986), Duffie(1989)). Figlewski(1984)는 증거금 위반확률을 고객계좌가 유지증거금 이하가 되는 초기 증거금 위반확률과 고객의 계좌예치 금액이 0보다 작아지는 확률로 구분하고, 선물가격 변화를 확률과정(stochastic process)으로 모형화하여 초기 증거금 위반확률을 도출하고 있다. 또한 Warshawsky(1989)는 실제 선물가격변화의 시계열을 사용하여 증거금을 설정하는 방식을 제안하고 있다. 한편 Booth(1997), Longin(1996,1999)는 극단적인 상황을 고려하는 극단치이론(Extreme Value Theory)을 적용하여, 각각 핀란드 주가지수 선물시장과 미국 상품 선물 시장에서의 증거금 설정방안을 제안하고 있다.

KOSPI200(Korea Composite Stock Price Index 200)에 대한 우리나라 유지증거금 수준은 증권거래소에서 2일간의 종가수익률을 정규분포로 가정하고 수익률 변동의 95%를 커버할 수 있는 수준의 두 배로 이루어진다. 증거금 부족 현상은 선물가격의 급격한 변동으로 인해 발생하게 된다. 그러나 정규분포와 같이 보편적인 방법으로 추정된 분포는 극단적인 상황을 반영하기 어렵다고 알려져 있다. (Warshawsky (1989))

본 연구에서는 KOSPI200 선물거래에서의 증거금 설정 방식에 대한 극단치이론 적용 가능성을 검토하고, 극단치이론이 조건을 달리한 상황에서도 적용이 가능한지를 실증적으로 분석한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 극단치이론을 소개하고, 3장에서는 극단치이론의 적용 가능성을 검토하고 경험분포를 이용한 결과와 비교 실험을 수행한다. 마지막으로 4장에서는 결론을 제시한다.

2. 극단치이론

극단치이론에 따르면(Gumbel(1958)), 장기간 관찰된 극단치의 분포는 일반적 자료의 분포와 독립적으로 결정된다. 따라서 극단 관측치의 확률계산을 위해서는 모 분포가 아닌 극단치의 분포를 구할 수 있는 통계적 이론이 이용된다.

n개의 i.i.d 확률변수 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 가운데 극단치 MAX 의 분포는 아래 $G(x)$에 분포 수렴한다.

$$G(x) = exp[-(1-\tau^{max}x)^{1/\tau^{max}}]$$

위 식에 표준화된 극단치 $(MAX-\beta)/\alpha$를 대입하면 다음과 같은 일반화된 극단치 분포(Generalized extreme value distribution)를 얻게 된다. (Jenkinson, 1955)

$$F(MAX) = exp\left[-(1-\tau^{max}\frac{MAX-\beta}{\alpha})^{1/\tau^{max}}\right] \quad (1)$$

이때, 모수 τ는 꼬리지수(tail index)라고 불리며 분포의 형태를 결정한다. α는 분포의 분산에 영향을 주는 산포모수(dispersion parameter)이고, β는 평균에

영향을 주는 위치모수(location parameter)이다. 극단치이론은 모 변수의 분포에 상관없이 극단치의 극한분포는 같은 분포가 되며, 표준화된 모수로 구별 가능하다.

2.1 모수 추정절차

모수추정의 첫 단계는 확률변수 중 극단치를 구하는 것이다. nN개의 관측치 $R_1, R_2, ..., R_{Nn}$ 가운데 초기 n개의 관측치중에서 극단치를 구하고, 다음 n개에 대해서도 동일하게 적용한다. 즉,

$$MAX_1 = max(R_1, R_2, ..., R_n)$$
$$MAX_2 = max(R_{n+1}, R_{n+2}, ..., R_{2n})$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$MAX_N = max(R_{(N-1)n+1}, R_{(N-1)n+2}, ..., R_{Nn})$$

이들 N개의 극단 관측치를 오름차순으로 정렬하여 다음과 같은 순서화된 통계량(ordered statistics)을 얻을 수 있다.

$$MAX_1' \le MAX_2' \le ... \le MAX_{N-1}' \le MAX_N'$$

이중 m번째 극단치의 누적확률밀도함수 $F(MAX_m')$는 평균이 $m/(N+1)$인 0과 1사이의 확률변수가 된다. 따라서 순서화된 극단치 MAX_m'를 (1) 식에 대입하여 기대값을 구하면 다음과 같다.

$$E[F(MAX_m')] = \frac{m}{N+1} \overset{as}{=} \exp\left[-\left(1-\tau^{\max}\frac{MAX_m'-\beta}{\alpha}\right)^{1/\tau^{\max}}\right]$$

위 식의 양변에 두 번 자연로그를 취하면 아래와 같은 회귀 방정식을 얻을 수 있다.

$$-ln\left[-ln\left(\frac{m}{N+1}\right)\right] \overset{as}{=}$$
$$\frac{1}{\tau^{\max}} ln\alpha^{\max} - \frac{1}{\tau^{\max}} \ln\left[\alpha^{\max} - \tau^{\max}(MAX_m' - \beta^{\max})\right] + u_m^{\max}$$
....(2)

위 회귀방정식과 비선형 최소 자승법을 이용하여 $\alpha^{\max}, \beta^{\max}, \tau^{\max}$ 세 모수를 추정할 수 있다. 양의 극단치와 동일하게 음의 극단치에 대해서도 적용 가능하며, 음의 극단치를 이용한 회귀방정식은 다음과 같다.

$$-ln\left[-ln\left(\frac{N+1-m}{N+1}\right)\right] \overset{as}{=}$$
$$\frac{1}{\tau^{\min}} ln\alpha^{\min} - \frac{1}{\tau^{\min}} \ln\left[\alpha^{\min} + \tau^{\min}(MIN_m' - \beta^{\max})\right] + u_m^{\max}$$
....(3)

3. 실험자료 및 결과

3.1. 실험 자료

본 연구에서 사용하는 증거금 위반확률은 Longin(1999)에서 사용한, 선물가격의 수익률이 증거금 수준보다 클 확률로 정의한다. 따라서 매도와 매수에 대한 각각의 증거금 위반확률과 일별 수익률은 다음과 같이 정의 된다.

p^{short} : 매도 시 증거금 위반확률
p^{long} : 매수 시 증거금 위반 확률
ML^{short}: 매도 시 증거금 수준
ML^{long} : 매수 시 증거금 수준
P_t : t일의 종가, R_t : t일의 수익률

$$R_t = 100ln(P_t/P_{t-1})$$

$$p^{short} = Pr(R > ML^{short}) \tag{4}$$

$$p^{long} = Pr(R < -ML^{long}) \tag{5}$$

R은 지불유예기간을 하루로 가정한 수익률이고, 기간에 따라 달라지므로 기간에 독립인 로그수익률을 사용한다. 실험에 사용하는 수익률은 1996년 5월 처음 KOSPI200 선물 시장이 개장된 이후 2002년 12월까지 1769일간의 자료로 한다.

3.2. 실험 방법

증거금 위반확률은 수익률에만 영향을 받으므로 수익률 분포의 형태가 가장 중요한 문제가 된다. 먼저, Booth(1997)가 제안한 극단치 이론이 KOSPI 200 선물시장에도 적용 가능한지 실험을 통해 알아보고, 다음으로, 극단치 분포가 여러 가지 조건 속에서도 동일하게 경험분포와 유사한 형태를 나타내는지 다른 분포와의 계산 실험 비교를 통해 살펴보았다. 이때 비교대상 분포는 정규분포와 코시분포로 하였다. 정규분포는 현재 우리나라 선물시장 증거금 설정에 적용되고 있는 분포이며, 코시분포가 꼬리부분의 확률이 큰 경우를 비교적 잘 예측하는 이유로, 이들 분포를 비교 대상 분포로 하였다.

극단치분포에서 극단치는 일정기간 동안의 일별 수익률 중 최저수익률과 최고수익률로 설정하였다. 이 경우, 극단치를 선택하는 기간에 따라 극단치가 달라지므로, 극단치 선택 기간이 먼저 결정되어져야 하는데, 실험에서는 5일(1주일), 20일(1달), 60일(1분기)로 다르게 설정한 기간 중 가장 적합한 기간을 계산실험을 통해 결정하였다.

국내시장의 극단치이론의 적용타당성 실험은 분포, 실험의 기간, 선물수익률 선택방법의 세 가지 인자로 하는 삼원배치법을 사용하였다. 실험 기간은 1년, 4년, 7년으로 구분하고, 선물이 3,6,9,12월물 네가지 상품이 동시에 시장에서 거래가 되어지므로, 선물수익률의 시계열을 형성하기 위해서 다음의 세 가지 방법을 사용하였다(Geiss(1955)).

1) 만기효과를 고려한 최근월물 수익률(만기가 가까워지면 가격변동이 클 수 있다).
2) 만기효과를 고려하지 않은 최근월물 수익률.
3) 거래량에 가중치를 부과한 수익률.

이때 비교대상이 되는 결과치는 경험분포와 각 분포의 차의 제곱 합을 사용하였다.

3.3. 실험결과

3.3.1. 극단치이론의 KOSPI200선물시장 적용

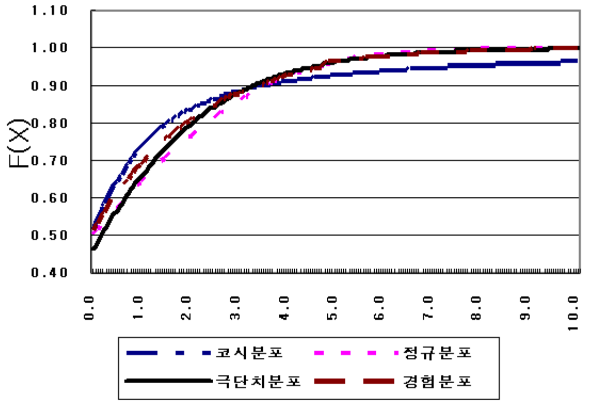
우리나라 KOSPI200선물 시장 데이터를 이용하여 Booth(1997)가 핀란드 주가지수 선물시장에 적용하였던 가정과 동일한 아래 가정하에서 실험을 수행하였다.

1) 극단치 선택기간 5일.
2) 만기효과를 고려한 최근월물.
3) 양의 극단치는 양수, 음의 극단치는 음수만을 사용한다.

[표 1]극단치이론의 모수 추정결과

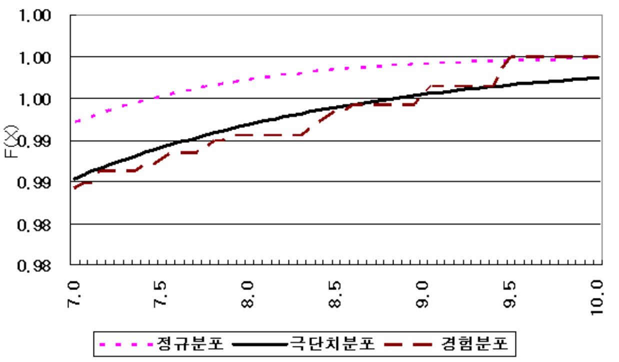
	표본수	산포모수 (α)	위치모수 (β)	꼬리지수 (τ)
음의 극단치	357	1.744	-2.312	0.041
		(0.017)	(0.014)	(0.006)
양의 극단치	361	1.680	2.161	-0.010
		(0.015)	(0.012)	(0.006)

[표 1]은 (2),(3)식을 추정한 결과를 보여준다. 각 모수는 0.01%의 유의수준으로 추정된 결과이며, 괄호안의 숫자는 표준오차를 나타낸다. 이 표에서 볼 수 있듯이 실험결과, 우리나라 KOSPI200 선물의 가격변화 역시 극단치분포함수로 설명 되어질 수 있다는 점을 알 수 있다.



[그림 1] 양의 극단치의 누적확률 밀도함수

[그림 1]은 로그수익률이 0~5까지는 세가지 분포(극단치, 정규, 코시)중 특별히 경험분포와 유사한 형태로 나타나는 분포가 없는 것을 보인다. 하지만, 그 이후 부분에서는 코시분포의 꼬리부분 확률이 크게 나타난다. [그림 2]는 끝부분에서의 정규와 극단치분포의 상세 비교를 도시하고 있다.



[그림 2] 양의 극단치의 누적확률 밀도함수2

[그림 2]에서 볼 수 있듯이 꼬리부분(7이상)은 경험분포와 극단치분포가 유사하다. 경험적으로 나타난 적이 있는 범위에서는 극단치분포가 경험분포를 비슷하게 추정해 나가지만, 나타난 적이 없는 부분에서는 바로 누적확률밀도가 1로 올라가게 된다. 따라서, [그림 2]는 경험분포로는 표현되지 못하는 미 실현 부분을 예측할 때, 극단치이론을 사용하는 것이 타당하다는 것을 보여준다. 음의 극단치 경우도 [그림 1]과 [그림 2]와 비슷한 형태로 나타난다.

수익률의 누적확률 밀도함수를 이용하여 (4),(5)식의 증거금 위반 확률을 구하면 다음과 같다.

$$p^{short} = Pr(R > ML^{short}) = 1 - F(ML^{short})$$

$$p^{long} = Pr(R < -ML^{long}) = F(-ML^{long})$$

[표 2]는 위 식을 이용하여, 분포별 증거금 위반 확률에 대한 증거금 수준을 구한 결과이다.

[표 2] 각 분포별 증거금수준

증거금 위반 확률	매도			매수		
	정규	경험	극단치	정규	경험	극단치
0.1	3.63	3.39	3.22	3.51	3.41	3.34
0.05	4.66	4.75	4.42	4.51	4.99	4.51
0.04	4.96	4.84	4.80	4.80	5.08	4.87
0.03	5.33	5.41	5.28	5.15	5.36	5.32
0.02	5.82	6.43	5.96	5.63	6.21	5.95
0.01	6.59	7.43	7.12	6.37	7.18	6.99
0.005	7.30	8.53	8.27	7.06	7.37	7.98
0.004	7.52	9.02	8.64	7.27	7.47	8.29
0.003	7.79	9.45	9.12	7.53	7.55	8.69
0.002	8.16	9.50	9.79	7.89	10.11	9.24
0.001	8.76	9.53	10.93	8.47	10.53	10.15
0.0005	9.33	n.a.	12.07	9.02	n.a.	11.03
0.0001	10.54	n.a.	14.70	10.19	n.a.	12.95
						n.a.(not available)

3.3.2. 조건을 달리한 상황에서의 비교

3.3.1의 실험에서 극단치분포가 정규분포나 코시분포에 비해 경험분포를 잘 예측하는 것을 볼 수 있었다. 하지만, 이러한 실험결과는 Booth(1997)가 가정한 조건 하에서 얻어졌다. 조건을 다르게 설정한 상황에서도 동일한 결과를 얻을 것인지에 대한 실험을 위해서 먼저 극단치 기간을 선택하고, 이를 적용한 극단치분포를 사용하였다. 각 조건에서 경험분포와의 차의 제곱 합을 결과치로 하고, 값이 작을수록 경험분포와 유사하다고 본다.

[표 3] 극단치 기간에 따른 차이 분석

	5일	20일	60일
7년	0.19	6.51	19.34
4년	0.56	19.25	36.36
1년	0.82	23.57	37.10

[표 3]은 극단치 기간이 5일(1주일)일 때가 경험분포와 가장 유사하다고 보여주고 있다.

극단치 분포에서 극단치 기간을 5일로 하고 실험기간, 대표치, 분포를 인자로 하는 삼원배치 실험을 실시하였다. 정규분포와 코시분포의 모수 추정을

위해서 매수와 매도 각각의 경우에 대해 대칭화(symmetrized)시킨 자료를 이용하였다. 이는, 극단치 분포에서 양의 극단치는 양 값, 음의 극단치는 음 값만을 이용했기 때문이다.

[표 4] 각 분포별 경험분포와의 차이(매도 경우)

		코시분포	정규분포	극단치분포
만기고려 최근월물	7년	1.14	0.44	0.19
	4년	1.66	0.14	0.56
	1년	1.80	0.34	0.82
최근월물	7년	1.24	0.34	0.10
	4년	1.53	0.18	0.86
	1년	1.85	0.26	0.99
가중치부과 수익률	7년	1.22	0.35	0.07
	4년	1.78	0.11	0.53
	1년	1.85	0.30	0.72

[표 5] 각 분포별 경험분포와의 차이(매수 경우)

		코시분포	정규분포	극단치분포
만기고려 최근월물	7년	1.23	0.34	0.04
	4년	1.45	0.30	0.38
	1년	1.65	0.46	1.02
최근월물	7년	1.23	0.25	0.04
	4년	1.38	0.31	0.42
	1년	1.83	0.26	0.90
가중치부과 수익률	7년	1.18	0.30	0.04
	4년	1.41	0.31	0.43
	1년	1.81	0.25	0.79

실험결과 인자들 중 선물 수익률의 종류는 결과에 영향을 주지 않고 실험기간과 분포가 영향을 주는 것으로 나타났다. 실험기간이 1년인 경우는 매년 실험한 결과의 평균값으로 나타냈고, 4년인 경우도 동일하게 실험 기간을 4년으로 구한 결과들의 평균으로 하였다. [표 4]는 실험기간이 짧아질수록 극단치분포보다 정규분포가 경험분포와 유사하다는 것을 보여주고 있다. 즉, 실험기간이 긴 경우에는 정규분포 및 코시분포에 비해 극단치분포가 경험분포를 잘 approximate 하는 반면에, 실험기간이 짧은 경우는 정규분포가 극단치분포보다 더 나은 추정 분포로 사용될 수 있다.

4. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 KOSPI200선물 시장에서도 극단치이론을 적용한 증거금 설정의 타당성을 검토해보았다. 극단치분포는 실험적으로 정규분포와 코시분포에 비해 경험분포를 잘 따르는 것으로 나타났다. 다만, 급격한 화폐가치 변화 등으로 인해 과거의 누적된 자료를 사용하지 못하는 경우에는, 즉 단기간의 새로운 자료만을 이용해야 하는 경우에는 극단치분포보다 정규분포가 증거금 설정에 더 유용할 수 있다는 결론을 실험을 통해 얻게 되었다. 끝으로, 우리나라 KOSPI200선물 시장에 보다 알맞은 형태로 극단치이론을 적용하기 위해서는 수익률뿐만이 아니라 결제시스템의 특성을 반영한 모형에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

참고문헌

Booth, G. G., Broussard, J. P., Martikainen, T. and Puttonen, V. (1997), Prudent Margin Levels in The Finnish Stock Index Market, *Management Science,* 43(8), 1177-1188.

Duffie, D. (1989), *Futures markets*, Prentice Hall , Engelwood Cliffs, NJ.

Figlewski, S. (1984), Margin and Market Integrity, *Journal of Futures Markets*, 4, 385-416

Gumbel, E. J. (1958), *Statistics of Extremes*, Columbia University Press, New York.

Hunter, W. C.(1986), Rational Margins on Futures Contracts, *Review of Research in Futures markets*, 5, 160-173.

Kinnison, R. R. (1985), *Applied Extreme Value Statistics*, Battelle Press, Columbus, OH.

Longin, F. M. (1996), The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns, *Journal of Business,* 69(3), 383-408

Longin, F. M. (1999), Optimal Margin Level In Futures markets, *Journal of Futures Markets*, 19(2), 127-152.

Warshawsky, M. J. (1989), The adequacy and consistency of Margin Requirements, *Review of Futures Research*, 8, 420-437