

시물레이션을 이용한 주가연계상품(ELS)의 성과 추정

민재형, 구기동

서강대학교 경영대학

jaemin@ccs.sogang.ac.kr, gukidong@sogang.ac.kr

Abstract

본 연구에서는 너아웃 옵션(Knock-out option)이 내재된 주가연계상품(ELS)의 성과를 시물레이션을 이용하여 추정한다. 옵션과 기초자산을 결합하여 구성되는 ELS는 상품개발 시점에서 그 수익구조가 결정되며, 실현수익률은 미래의 시장흐름에 의하여 결정된다. 현재 ELS는 옵션가격의 결정, 수익구조의 결정, 그리고 수익률 추정이라는 개별 과정이 각각 옵션발행자, 상품개발자, 고객관리자 등에 의하여 별도로 이루어지고 있는 실정이다. 본 연구에서는 이러한 개별 과정을 통합한 시물레이션 모형을 구축한 후, 이 모형의 결과(옵션가격, 수익구조, 실현수익률)를 기존 관행의 결과와 비교하여 본 연구에서 제안한 시물레이션 모형의 유용성을 제안한다. 분석 대상은 국내 장외파생상품 및 ELS의 기준이 되는 KOSPI 200 지수로 1990년 1월 3일부터 2002년 12월 30일까지의 1일 자료를 이용한다.

I. 서론

장외파생상품이 국내에 도입되면서 이를 이용한 금융상품이 활발히 개발되고 있다[1]. ELS(Equity-Linked Securities)는 옵션을 기초로 하는 포트폴리오 인슈어런스(option based portfolio insurance) 전략의 일종으로[8] 옵션과 기초자산(CD, 정기예금, 채권 등)을 결합하여 구성하며, 상품개발 시점에서 수익구조(pay-off)가 결정된다. 여기서 수익구조는 사전에 투자자의 성향, 목표시장, 내부자원 등을 고려하여 구성한 포트폴리오의 시물레이션 결과를 이용하여 결정한다.

ELS는 운용자산의 형태나 원금보존 여부에 따라 다양한 형태의 구조를 가지게 된다. 옵션을 기초로 하는 ELS는 이용 가능한 옵션구조에 따라서 다양한 유형으로 분류할 수 있는데[1,9,14], 국내 시장에서는 Knock-out 옵션이 가장 많이 발행되어 ELS 구성에 이용되고 있다[1].

ELS의 개발을 위해서는 옵션가격의 결정, 수익구조의 결정, 그리고 성과추정이라는 세 가지 주요 과정이 필요한데, 현재 이 세 가지 과정은 개별적으로 수행되고 있다. 이와 같은 과정의 분리 수행은 상품개발자 측면에서는 효과적인 상품구성을 어렵게 하고, 투자자 측면에서는 상품의 이해를 어렵게 하는 단점이 있다. 시물레이션 모형은 이렇게 분리되어 수행되는 과정을 통합할 수 있는 장점을 갖고 있는데, 이러한 시물레이션 기법이 ELS 개발 과정에 활용된다면, 상품개발자는 개발시마다 반복되는 복잡한 과정을 되풀이할 필요가 없고, 사용자는 상품의

특성을 쉽게 이해할 수 있는 장점을 가져올 수 있다. 또한 대부분 금융상품의 가격결정이나 수익구조 결정이 시물레이션을 필요로 하고 있어 표준화된 시물레이션 과정은 많은 부분에서 응용이 가능하다.

본 연구에서는 Knock-out 옵션을 이용한 ELS를 대상으로 하는 시물레이션 모형을 개발하여 옵션가격 결정, 수익구조 결정, 그리고 성과추정 과정의 결과를 기존에 수행되어온 관행(개별 단위 방식)의 결과와 비교하여 시물레이션 모형의 유용성을 제시한다. 시물레이션 모형의 결과와 기존 방식에 의한 결과가 동일하다면 본 연구에서 제안한 시물레이션 모형은 금융상품의 개발 관련자나 투자자 등에게 유용한 의사결정도구로서 활용될 수 있을 것이다.

II. Knock-out 옵션과 시물레이션

2.1 옵션의 수익구조와 성과추정

ELS의 수익구조는 내재된 옵션과 기초자산을 분석함으로써 파악할 수 있는데[8], 여러 가지 형태의 옵션을 사용할 경우 다양한 전략을 구사하는 금융상품의 구성이 가능하다. 정규옵션(vanilla option) 가격[5,6]은 블랙-숄즈 모형에 의하여 기초자산의 현물가격(S_0), 옵션의 행사가격(X), 만기일까지의 잔여기간(t), 기초자산가격의 변동성(σ^2), 배당(q), 무위험 이자율(r)을 기초로 산출된다. 국내에서 발행이 가장 활발한 베리어 옵션(barrier option)[1,13]은 일반적인 정규옵션에 베리어 조건을 고려하여 가격을 결정한다. 베리어 가격이 설정되어 옵션의 만기 이전에도 기초자산의 가격이 베리어 가격과 같아지거나 초과할 경우 옵션이 생성되거나 소멸되며, 권리의 행사로 보상금을 지급하는 경우 이를 리베이트(rebate)라고 한다. 리베이트는 기초자산의 가격이 베리어에 도달하면 수익자체가 소멸되거나 리베이트만을 취하며, Knock-in 옵션과 Knock-out 옵션으로 구별된다. 상승형 Knock-out 옵션의 가격(C_{uo})은 정규옵션 가격에 Knock-out 조건을 첨부하여 결정된다[11].

$$C_{uo} = C - \{S_0 N(x_1) e^{-qT} - X e^{-rT} N(x_1 - \sigma\sqrt{T}) - S_0 e^{-qT} (H/S_0)^{2\lambda} [N(-y) - N(-y_1)] + X e^{-rT} (H/S_0)^{2\lambda-2} [N(-y + \sigma\sqrt{T}) - N(-y_1 + \sigma\sqrt{T})]\} \quad \langle \text{식 1} \rangle$$

where, H = Barrier Price

$$\lambda = \frac{r - q + \sigma^2 / 2}{\sigma^2}$$

$$x_1 = \frac{\ln(S_0 / H)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}$$

$$y = \frac{\ln[H^2 / (S_0 X)]}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln(H / S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}$$

즉, Knock-out 옵션의 가격은 정규옵션 가격에서 베리어 가격을 공제하여 결정한다. 정규옵션은 기초자산 가격의 변동으로 손익이 급격히 확대되는 현상을 발생시키지만, Knock-out 옵션은 일정 변동 후에는 옵션가치가 소멸되기 때문에 손익을 제한할 수 있다. 또한 권리의 소멸로 인한 수익률 하락은 리베이트 제공 시 일정수준 극복이 가능하지만 옵션발행 가격은 상승하게 된다.

ELS는 옵션이 결정된 상태에서 다른 투자자산과 결합하여 전체적인 포트폴리오의 수익구조를 결정한다. 투자원금은 기초자산에 대부분이 투자되고 일부가 연계옵션에 투자되는데, 이때의 투자비율은 미래의 수익에 대한 투자자의 기대치에 따라서 결정된다 [9]. 즉, ELS의 수익(E_r)은 Knock-out 옵션의 수익(Cu_o)과 기초자산의 투자수익률(P_0)로 구성된다.

$$E_r = Cu_o + P_0 \quad \langle \text{식 2} \rangle$$

따라서 사전에 수익구조가 확정되는 ELS는 기초자산의 투자에 따른 수익확보와 만기까지의 기간에 발생하는 옵션의 행사에 의존하게 된다. 포트폴리오 수익률은 사전에 투자된 비율과 시장수익률에 의하여 수익과 이자가 결정되고, 옵션 투자 수익률은 만기까지의 옵션 행사 여부에 따라 달라지게 된다. 옵션이 행사되면 수익구조에 의하여 수익률이 상승할 수 있지만 행사되지 못하면 기초자산의 수익률로 제한된다.

Rubinstein[12]은 옵션투자의 성과($C_t - C$)를 두 가지 요인으로 분리할 수 있다고 주장하였다. 즉, 옵션투자 이익은 투자 시점의 기준자산(underlying asset)을 기초로 초기에 잘못 결정된 옵션가격(mispricing)에 의한 이익($V - C$)과 기준자산의 변화에서 얻는 이익($C_t - V$)으로 구분된다는 것이다.

$$C_t - C = (V - C) + (C_t - V) \quad \langle \text{식 3} \rangle$$

Where, C_t = 옵션의 시장가격
 C = 기준자산에 의한 옵션발행가격
 t = 경과기간
 V = 발행시 진실된 옵션가치

두 가지 성과 요인을 구체적으로 살펴보면 잘못된 변동성 추정에 의한 이익(volatility profit), 뛰어난 옵션가격 결정에 의한 이익(formula profit), 그리고 기준자산에서 발생하는 이익(asset profit)과 순수한 옵션이익(pure option profit)으로 분해할 수 있다. 여기서 옵션의 가격은 정확히 계산하기 힘들기 때문에 시장에서 계산된 옵션가격(market formula), 진

실된 옵션가격(true formula), 성과요인 추정과정에 이용되는 벤치마크 옵션가격(benchmark formula)으로 나누어 성과를 분석해 볼 수 있다. 따라서 옵션투자 이익은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_t - C = (C(s) - C) + (V - C(s)) + (S_t - S(r/d)^t) + (C_t - V - [S_t - S(r/d)^t]) \quad \langle \text{식 4} \rangle$$

Where $C(s)$ = 변동성이 s인 벤치마크 옵션가격
 S = 옵션발행시의 기준자산의 가치
 S_t = t시점후의 기준자산 가치
 r = 무위험 이자율(연간)
 d = 배당률(연간)

옵션의 가격 결정[12]이 효율적일 경우 변동성에 의한 이익과 우수한 옵션가격결정에 의한 이익은 0이 된다.

2.2 시뮬레이션 모형

수익률이 정규분포일 때 베리어 옵션의 가격은 시뮬레이션을 이용하여 계산할 수 있다[11]. 옵션가격의 결정, 수익구조의 결정, 그리고 수익률 추정을 위해 @RISK을 이용하여 1000회의 시뮬레이션을 실시하였다.

우선, 옵션가격은 옵션 발행시 제시되는 가격결정에 필요한 요인을 고려하여 향후 만기까지의 지수를 예측하여 구하게 된다.

[표 1] Knock-out 옵션 가격결정 시뮬레이션

최초기준가격	100.00	
행사가격	100.00	
Barrier 가격	130.00	
연간변동률	31.29%	
Rebate	7.20%	
참여율	60.00%	
무위험이자율	4.6%	
기간(연,월)	1	
	할인현금흐름	7.33%
	만기시 현금흐름	0.00%
	최대 가격	0.00%

다음으로 포트폴리오 구성을 위해서 옵션가격 결정모형에서 계산된 옵션가격을 이용하여 투자비중을 결정하였다. 이때 옵션에 대한 투자비중은 옵션행사에 참여하는 비율(참여율)에 따라서 달라지게 된다.

[표 2] ELS 수익구조 구성

자산	이자율	투자수익률
채권	4.60%	90.60%
콜론	4.25%	5.00%
채권+콜론		95.60%
워런트		4.40%
합계		100.00%

마지막으로 수익률 추정을 위해 발행된 옵션의 행

사가 만기까지의 주가지수에 의존하고 있어 과거 자료에 의한 역사적 분포를 구한 후 시뮬레이션을 실시하였다. ELS의 수익구조는 사전에 결정되기 때문에 수익률 달성 가능성은 사전에 추정할 수 있다.

III. 실증분석

3.1 연구모형과 분석자료

분석대상은 이색옵션에 투자하는 Knock-out ELS 상품이다. 본 연구에서 제안한 방법의 유용성을 분석하기 위해 옵션가격 결정, ELS 수익구조 구축, 성과예측 과정을 통합한 시뮬레이션 모형을 구축하고 실험하였으며, 그 결과를 전통적인 관행, 즉, 개별 과정이 분리된 상태의 결과와 비교하였다. 시뮬레이션 자료는 옵션 및 ELS 행사의 기준이 되는 KOSPI 200 지수로 1990년 1월 3일부터 2002년 12월 30일까지의 1일 자료를 이용하였다. 변동성은 일간 수익률을 연율화한 역사적 변동성으로 연 31.29%를 이용하였으며, 무위험 이자율은 국고채수익률인 4.6%, 콜금리는 4.25%를 이용하였다.

[표 3] 옵션 가격 결정

발행사	발행일	최대 수익률	참여율	한계지수율	리베이트율	기준지수	한계지수	옵션가격	
								이론가	시뮬레이션
A	2003-03-14	14.49%	73.18%	19.80%	14.49%	68.51	82.07	0.26	0.27
B	2003-04-07	17.99%	60.00%	30.00%	7.20%	74.63	97.02	1.02	0.83
C	2003-04-07	23.99%	40.00%	60.00%	9.00%	74.63	119.41	5.00	3.90
D	2003-04-08	9.00%	30.00%	30.00%	9.00%	74.83	97.28	1.02	0.75
E	2003-04-08	26.49%	53.00%	50.00%	5.30%	74.83	112.25	3.58	3.15
F	2003-04-09	23.99%	80.00%	30.00%	7.40%	72.45	94.19	0.99	0.80
G	2003-04-09	22.49%	45.00%	50.00%	8.50%	72.45	108.68	3.47	2.35
H	2003-04-09	7.00%	35.00%	20.00%	7.00%	72.45	86.94	0.28	0.28
I	2003-04-09	11.99%	40.00%	30.00%	8.00%	72.45	94.19	0.99	0.74
J	2003-04-16	7.00%	35.00%	20.00%	10.00%	79.26	95.11	0.31	0.30

시뮬레이션의 분석 대상인 옵션은 2003년 4월에 발행된 만기 1년의 Knock-out 옵션이 포함된 원본 보존형이며, 채권, Call 및 Knock-out 옵션만으로 자산을 구성하였다.

분석에 사용된 Knock-out ELS 상품을 예로 들면, 2003년 4월 7일에 발행된 한계지수율 30%, 리베이트율 7.20%, KOSPI 200 기준 지수 74.63인 Knock-out ELS 상품의 수익률은 만기지수가 기준 지수 대비 0%이상~30%미만인 경우 연수익률 최고 17.99%(29.99%*60%), 만기지수가 기준지수 대비 +30%이상인 경우에는 연수익률 7.02% 수준을 추구하게 된다. 그리고 만기지수가 기준지수 대비 0%이하인 경우에는 원금만을 받게 된다.

ELS에 대한 시뮬레이션 과정은 세 단계로 나눌 수 있다. 첫 번째 단계는 옵션가격을 결정하는 단계로, 시뮬레이션에 의하여 가격을 산출하고, 이를 기준에 이용하는 이론 가격과 비교하였다. 두 번째 단계는 수익구조를 결정하는 단계로, Knock-out 옵션과 채권, 주식 등의 기초자산을 결합하여 이론 가격과 시뮬레이션 가격을 이용하여 개별 포트폴리오를 구성한 후 이를 비교하였다. 마지막으로 ELS의 수익구조가 만기 시점에서 달성 가능한지의 여부를 추정하기 위해 과거 자료의 수익률 분석과 몬테칼로

시뮬레이션 결과를 비교하였다.

3.2 시뮬레이션 결과

옵션을 기초로 한 ELS 상품은 사전에 투자해야 할 옵션의 가치가 결정되기 때문에 다른 투자 전략에 비하여 시뮬레이션 과정이 다소 복잡하며, 옵션의 가치가 지나치게 높을 경우에는 포트폴리오의 운용이 불가능할 수도 있다.

우선, 옵션가격의 결정 결과를 보면, 기존 방식에서 사용하는 이론가격과 시뮬레이션 결과(표 3)간에 일부 약간의 차이를 보이고는 있지만 대체로 유사한 결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

다음으로, ELS는 사전에 그 수익구조가 결정되기 때문에 옵션과 기초자산에 대한 투자비중의 결정이 중요하다. 예를 들어, 원금보존형의 경우, 기초자산에 변동성이 큰 자산을 포함시킬 경우 원금 보존이 어렵기 때문에 유동성자산, 채권 및 옵션으로 투자 자산을 제한하게 된다. 원금보존을 위한 투자비중은 앞서 계산된 옵션가격을 이용하여 결정한다. [표 4]를 보면, 계산된 옵션의 이론가격과 시뮬레이션 가격이 비슷하기 때문에 서로 비슷한 포트폴리오 구성 비율을 보여주고 있다.

[표 4] 수익구조 결정 투자비중 (단위 : %)

옵션	이론가치		시뮬레이션	
	채권	옵션	채권	옵션
A	94.73	0.27	94.71	0.29
B	94.18	0.82	94.34	0.66
C	92.32	2.68	92.91	2.09
D	94.59	0.41	94.70	0.30
E	92.46	2.54	92.77	2.23
F	93.91	1.09	94.11	0.89
G	92.84	2.16	93.54	1.46
H	94.86	0.14	94.86	0.14
I	94.45	0.55	94.59	0.41
J	94.86	0.14	94.87	0.13

이러한 수익구조는 향후 옵션 행사여부와 기초 투자자산의 성과에 의하여 원금보존 또는 사전에 결정된 수익구조의 달성 여부가 결정된다. [표 4]에서 변동성이 작은 자산인 채권의 수익률은 투자자산의 만기 매칭을 통하여 확정시킬 수 있으므로 최종 수익률은 옵션의 행사에 의존하게 된다.

수익구조의 달성 가능성 분석을 위한 예상 성과의 추정을 위하여 분석자료의 1990년 1월 3일부터 1991년 1월 3일까지의 기간수익률을 계산한 후, 1일씩 이동하여 1년 후 발생하는 수익률의 누적확률

을 분석하였다. 만기 1년 수익률의 누적확률은 정규 분포를 형성하고 있었다. 과거 자료를 이용한 구간 누적수익률은 전체 분석자료 중에서 58%정도가 1년 후에 양(+)의 수익률을 기록하는 것으로 나타나 1년간 주식에 투자하면 양(+)의 수익을 실현할 확률이 다소 높음을 알 수 있다. 연수익률의 분포를 이용하여 산출한 수익률의 분포와 비교할 때 양(+)의 수익률을 가지는 비율에 대한 누적비율은 과거 자료를 이용하거나 시뮬레이션 결과로 성과를 추정할 경우 모두 비슷한 결과를 보여주고 있다.

[표 5] 연간 누적수익률[양(+) 이상]

수익률	과거자료	시뮬레이션
0%	58.28	58.74
10%	43.70	49.21
20%	35.84	38.98
30%	29.04	29.79
40%	18.93	22.53
50%	11.26	14.89
60%	6.60	9.31
70%이상	5.30	6.05
평균	0.27	-0.54
표준편차	38.03	38.49

분석에 사용한 Knock-out 옵션의 한계지수율이 대부분 발행시점대비 20%~60% 사이에 있어 투자자는 투자시점에서 38.98%의 성공률을 예측할 수 있음을 알 수 있다. 옵션의 한계지수율이 높아질수록 투자에 따른 성공률은 감소한다. 또한 전체적으로 양의 수익률을 달성할 가능성이 58%정도로 상당히 높은 것으로 분석된다.

시뮬레이션에서 분석한 상승형 Knock-out ELS의 성과는 2003년 4월에서 2004년 3월말까지를 기준으로 볼 때 추가상승의 영향으로 기준지수가 행사지수를 초과하는 현상을 보였다. 따라서 투자수익은 사전에 결정된 리베이트를 받은 것으로 분석된다. 또한 기준지수의 한계지수율 초과에 의한 투자성과는 잘못된 변동성 추정에 의한 이익(volatility profit)과 기준자산의 변동에 의한 이익(asset profit)에 의한 것으로 추정된다.

분석에 사용된 Knock-out ELS 상품은 원금의 보존을 위하여 기초자산의 듀레이션과 펀드만기를 일치시키고 있어 기초자산에 의한 이익은 나타나지 않고 있다. 또한 옵션의 이론가격과 시뮬레이션에 의한 옵션가격이 차이가 없기 때문에 두 가지 기준에 의한 투자 수익률도 동일할 것으로 추정된다.

IV. 요약 및 결론

현재 금융상품의 가격 및 구조결정은 대부분 개별적인 단위로 이루어지고 있으며, 각 과정이 서로 독립적으로 이루어지고 있기 때문에 상품구성에 따른 시간과 비용상의 문제점을 가지고 있다. 본 연구에서 제안한 시뮬레이션 모형은 개별적으로 수행되어 온 기존의 과정을 통합하여 단순화 할 수 있을 뿐만 아니라 기존의 방법과 동일한 결과를 줄 수 있다는 점에서 금융상품개발에 유용하게 사용될 수 있다.

본 연구에서는 Knock-out 옵션이 내재된 ELS를 대상으로 옵션가격 결정, 수익구조 결정, 성과추정에 대한 시뮬레이션 결과와 기존 방식에 의한 결과를 비교하였다. 연구 결과, 본 연구에서 제안한 시뮬레이션의 결과는 기존 관행의 결과와 동일한 것으로 나타났다. 이러한 결과는 이제까지 업계에서 상품개발을 위해 개별적으로 수행해 온 옵션가격 결정, 수익구조 결정, 수익률 추정 과정이 시뮬레이션 모형에 의하여 통합되어 일관된 상품개발과정을 도출할 수 있음을 의미한다.

향후 ELS는 국내시장에서 다양한 형태로 발전할 것으로 보인다. 주식이나 선물 등을 이용한 투자전략보다는 다양한 형태의 옵션을 기초로 한 전략이 다양한 투자자의 요구를 만족시킬 수 있기 때문이다. 또한 국내지수에 한정되어 있던 옵션도 해외 간접투자에 대한 수요의 증가와 함께 해외 지수(GSCI, MSCI 등)를 기초로 하는 상품이 등장하고, Crash Option이 발행되어 급격한 시장변동을 방어하는 대체수단으로 이용될 것으로 예상된다. 본 연구에서 제안한 시뮬레이션 모형은 이러한 다양한 ELS 상품 개발에도 활용될 수 있을 것이다.

Acknowledgement

이 논문은 2004년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

<참고문헌>

- [1] 김형태, 선정훈, 추가연계증권(ELS) 현황 분석과 활성화 방안, 한국증권연구원, 2003.5.
- [2] Banks, J., J. Carson, and B. Nelson, *Discrete Event System Simulation*, 3rd edit., Prentice-Hall, 2001
- [3] Basak, S., "A General Equilibrium Model of Portfolio Insurance," *The Review of Financial Studies*, Vol.8, No.4, 1995, pp.1059-1090.
- [4] Black, F. and R. Jones "Simplifying Portfolio Insurance," *The Journal of Portfolio Management*, 1987, pp.48-51.
- [5] Black, F. and M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81, 1973, pp.637-654.
- [6] Cox, J., S. A. Ross, and M. Rubenstein, "Option Pricing: Simplified Approach," *Journal of Financial Economics*, 7, Sep. 1979, pp.229-263.
- [7] Jacklin, C., A. Kledin, and P. Pfleiderer, "Underestimation of Portfolio Insurance and the Crash of October 1987," *The Review of Financial Studies*, Vol.5, No.1, 1992, pp.35-63.
- [8] Kat, H., *Structured Equity Derivative*, John Wiley & Sons, 2001.
- [9] Merrick, J., "Portfolio Insurance with Stock Index Futures," *Journal of Futures Markets*, Vol.8, No.4, 1988, pp.441-455.
- [10] Perold, A. and W. Sharpe, "Dynamic Strategies for Asset Allocation," *Financial Analyst Journal*, 1988, Jan.-Feb, pp.16-27.
- [11] Ross, S. M., *An Introduction to Mathematical Finance*, Cambridge University Press, 1999.
- [12] Rubinstein, M., "Derivative Performance Attribution," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 36, No.1, March 2001, pp.75-92.
- [13] Rubinstein, R. and E. Reiner, "Breaking down the Barriers," *Risk*, 4, Sep. 1991, pp.28-35.
- [14] O'Brien, T., "The mechanics of portfolio insurance," *The Journal of Portfolio Management*, Spring 1988, pp.40-47.
- [15] Winston, W., *Financial Models Using Simulation and Optimization*, 2nd edit., Palisade, 2000.