대한산업공학회/한국경영과학회 2004 춘계 학술대회
2004년 5월 21일 ~22일 전북대학교

분할해법을 이용한 다기간, 다단계 차량일정계획 문제에 관한 연구

A decomposition heursitic of a multi-period, multi-stage vehicle scheduling problem

강경환, 이병기, 이영훈
(optimal@yonsei.ac.kr, leebk94@yonsei.ac.kr, youngh@yonsei.ac.kr)
연세대학교 산업시스템공학과
서울시 서대문구 신촌동 134

Abstract

본 연구는 리드타임이 상이한 다단계의 공급사슬에서 수송비용과 재고비용을 최소화하는 다기간의 차량일정계획 수립에 관한 연구이다. 일반적인 공급사슬모형과 차량일정계획 문제를 통합한 모형으로서, 각 단계의 가용차량과 차량 용량이 제한된 제약조건하에서 비용을 최소화하는 차량일정을 구하는 문제이다. 본 연구에서는 이에 대한 최적화 수리모형과 2단계의 분할해법을 제시하였으며, 다양한 공급사슬모형에 대한 발견적 기법의 성능을 분석하였다.

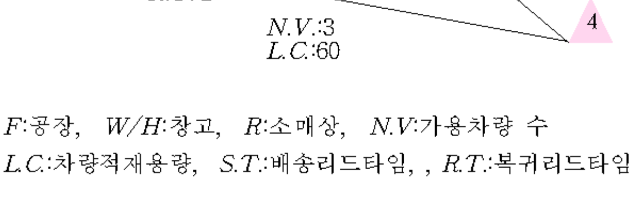
1. 서론

공급사슬은 고객의 서비스 수준을 만족시키면서 시스템의 전반적인 비용을 최소화할 수 있도록 제품이 적절한 수량으로 적합한 시간과 장소에 생산과 유통이 가능하게 하기 위하여 공급자, 제조자, 창고보관업자, 소매상들을 효율적으로 통합하는데 이용되는 일련의 접근법이다(Simchi-Levi *et al.,* 2003). 공급사슬에서의 궁극적 목적은 글로벌 최적화이나 공급사슬에서의 구성요소가 복잡하고 광범위하며 공급사슬멤버간의 상호 다른 이해관계를 가지고 있기 때문에, 어떠한 모형도 현실적인 모든 제약조건을 포함시켜 모든 분야의 의사결정을 하기는 어렵다. 따라서 대부분의 공급사슬모형은 광범위한 의사결정요소와 제한조건 중 주요 핵심요소를 도출하여 모형을 구축하고 해법을 제시해왔다.

Kim and Kim(1999)은 리드타임이 상이한 하나의 창고와 다수개의 소매상이 있고, 창고에서 적재용량이 동일한 제한된 수의 차량이 있는 상황에서 창고에서 소매상까지의 수량기반의 수송비용과 거리기반의 수송비용, 소매상의 재고비용을 최소화하는 최적화모형과 2단계 발견적 해법을 제시하였다. 이 연구에서는 차량의 적재용량이 상이한 모형과 다수개의 창고가 존재하는 모형, 제품의 종류가 상이한 모형을 향후 연구방향으로 제시하였다. Jayaraman and Pirkul(2001)은 다제품, 다단계 공급사슬에서 공장과 분배센터의 셋업 비용과 운영비용, 원재료 공급자로부터 고객까지의 제품 수송비용을 최소화하는 모델을 제시하였으며, Barbarosoglu and Ozgur (1999)는 다기간, 2단계 공급사슬에서 공장에서 발생하는 고정 및 변동 생산비와 수송비, 재고비와 함께 창고에서 발생하는 고정 및 변동 수송비와 재고비를 최소화하는 모형을 제시하였다. Vergar *et al.*(2002)은 다단계의 각 공급자들이 다제품을 생산하기 위한 효율적 자재흐름관리를 위해 수송비용과 셋업비용, 재고비용을 최소화하는 문제를 제시하였으며, Andersson and Marklund(2000)는 2단계 분배시스템을 대상으로 분산화된 재고정책수립에 관한 연구를 수행하였다.

현재까지의 대부분의 연구에서는 물류관리와 차량일정계획 문제를 별도로 취급한 연구가 많았으며, 물량의 흐름과 재고량이 결정되면 차량은 항시 운행이 가능한 것으로 보았다. 또한 리드타임이 동일한 것으로 가정하거나, 마지막 단계인 소매상에서의 재고비용은 고려하지 않은 연구가 많았다.

본 연구는 리드타임이 상이한 다기간, 다단계 공급사슬에서 단일제품을 대상으로 완제품의 배송량, 재고량을 판단하는 물류관리적 측면과 각 단계의 적재용량과 가용차량수가 제한된 상황에서 물류관리를 효율적으로 가능하게 하는 차량일정계획의 2가지 측면을 고려한 연구이다.



F:공장, *W/H*:창고, *R*:소매상, *N.V*:가용차량 수
L.C.:차량적재용량, *S.T.*:배송리드타임, , *R.T.*:복귀리드타임

그림 1 공급사슬 구성

<그림 1>과 같이 리드타임이 상이한 다수개의 공장과 창고, 소매상으로 이루어진 공급사슬에서 공장과 창고에서는 제품을 하위단계로 배송함으로서 물량에 대한 수송비용과 차량 셋업 비용이 발생하고, 창고와 소매상에서는 제품을 보관함으로서

재고비용이 발생된다. 예로 소매상 1은 기간 1,2,3, 4,5에 걸쳐 (0,10,10,20,0), 소매상 2는 (0,0,20,10,30, 0), 소매상 3은 (0,0,20,10,0), 소매상 4는 (0,0,30,10,2 0)의 수요량이 발생한다고 가정한다. <그림 2>는 실현가능한 차량의 일정계획을 나타낸 것으로 공장에서는 차량 1을 이용하여 창고 1에 1일차에 60의 물량을 배송하며, 3일차에 20의 물량을 배송한다. 차량 1이 복귀하는 2일차, 4일차는 차량 1을 이용한 물량 배송이 불가하다. 창고 2는 리드타임이 2일이기 때문에 1,2일차에 걸쳐 차량 2,3을 이용하여 각각 60의 물량을 배송하고 3,4일차에 걸쳐 차량이 복귀한다. 창고 1에서는 2일차부터 동일한 방법으로 소매상에 대한 배송이 가능하다. 공장 및 창고 1에서 각 일자별로 사용된 차량수는 (3,3,3,3,0), (0, 2,2,3,3)으로 가용한 차량수 3대를 초과하지 않으며 적재용량 또한 제약조건을 만족한다..

	1일	2일	3일	4일	5일
F→W/H1	60		20		
F→W/H2	60				
	60				

W/1→R1		30		10	
W/1→R2		30			
W/1→R3				10	
W/1→R4					

그림 2 실현가능한 차량일정계획

본 논문의 구성은 2장에서는 최적화 수리모형을 제시하고, 3장에서는 발견적 기법을, 4장에서는 발견적 기법의 성능을 평가하며, 5장에서는 결론과 향후 연구과제를 제시한다.

2. 수리모형

2.1 가정

수리적 모형은 다수개의 공장과 창고, 소매상으로 이루어진 공급사슬을 대상으로 각 단계의 리드타임은 상이하며, 공장과 창고에서 가용한 차량수와 차량의 적재용량은 제한된다. 각 차량은 물량 배송후 복귀간에는 물량 배송이 불가하며, 소매상의 수요는 각 기간별로 알려져있고 단일제품을 대상으로 한다. 공장과 창고에서의 생산 및 보관 능력은 제한이 없다. 공급사슬에서 발생되는 비용은 각 단계사이의 물량배송에 따른 수송비용과 차량 셋업비용, 창고와 소매상에서 발생하는 재고비용이다.

2.2 기호의 정의

<결정 변수>

$X_{i,j,k,t}$: 기간 t에서 차량 k를 이용하여 공장 i에서 창고 j까지 배송이 이루어지면 1, 그렇지 않으면 0.

$Y_{j,l,k',t}$: 기간 t에서 차량 k'를 이용하여 공장 j에서 소매상 l까지 배송이 이루어지면 1, 그렇지 않으면 0.

$QW_{i,j,k,t}$: 기간 t에서 차량 k를 이용하여 공장 i에서 창고 j까지의 배송량.

$QL_{j,l,k',t}$: 기간 t에서 차량 k'를 이용하여 창고 j에서 소매상 l까지의 배송량.

$IW_{j,t}$: 기간 t에서 창고 j의 재고량.

$IL_{l,t}$: 기간 t에서 소매상 l의 재고량.

<상수 변수>

$C^S_{i,j,t}$: 기간 t의 공장 i부터 창고 j까지 차량셋업비용.

$C^Q_{i,j,t}$: 기간 t의 공장 i부터 창고 j까지 단위물량당 수송비용.

$C^S_{j,l,t}$: 기간 t의 창고 j부터 소매상 l까지 차량셋업비용.

$C^Q_{j,l,t}$: 기간 t의 창고 j부터 소매상 l까지 단위물량당 수송비용.

$H_{j,t}$: 기간 t에서 창고 j의 단위 재고비용.

$H_{l,t}$: 기간 t에서 소매상 l의 단위 재고비용.

FV : 공장의 가용 차량수,

FVC : 공장차량의 적재용량

WV : 창고의 가용 차량수

WVC : 창고차량의 적재용량

$ORDER_{l,t}$: 기간 t의 소매상 l의 수요량

$\tau_{i,j}$: 공장 i에서 창고 j의 배송 및 복귀 리드타임

$\tau_{j,l}$: 창고 j에서 소매상 l의 배송 및 복귀 리드타임

2.3 최적화 수리모형

$$Min \sum_{j,t} H_{j,t} IW_{j,t} + \sum_{i,j,k,t} C^S_{i,j,t} X_{i,j,k,t} + \sum_{i,j,k,t} C^Q_{i,j,t} QW_{i,j,k,t}$$

$$+ \sum_{l,t} H_{l,t} IL_{l,t} + \sum_{j,l,k',t} C^S_{j,l,t} Y_{j,l,k',t} + \sum_{j,l,k',t} C^Q_{j,l,t} QL_{j,l,k',t}$$

$s.t$

$$\sum_{j} X_{i,j,k,t} \leqq 1 \qquad \forall i,j,k \qquad (1)$$

$$\sum_{l} Y_{j,l,k',t} \leqq 1 \qquad \forall j,l,k' \qquad (2)$$

$$IW_{j,t-1} + \sum_{i,k} QW_{i,j,k,t} = IW_{j,t} + \sum_{l,k'} QL_{j,l,k',t+\tau_{j,l}} \quad \forall j,t \quad (3)$$

$$IL_{l,t-1} + \sum_{j,k'} QL_{j,l,k',t} = ORDER_{l,t} + IL_{l,t} \quad \forall l,t \qquad (4)$$

$$\sum_{k,j} X_{i,j,k,t} \leqq FV \qquad \forall i,t \qquad (5)$$

$$\sum_{k',l} Y_{j,l,k',t} \leqq WV \qquad \forall j,t \qquad (6)$$

$$X_{i,j,k,t} + \sum_{j'} \sum_{t+1}^{t+2\tau_{i,j}-1} Y_{i,j',k,t+1-\tau_{i,j}} \leqq 1 \qquad \forall i,j,k \qquad (7)$$

$$Y_{j,l,k',t} + \sum_{l'} \sum_{t+1}^{t+2\tau_{j,l}-1} Y_{j,l',k',t+1-\tau_{j,l}} \leqq 1 \qquad \forall j,l,k' \qquad (8)$$

$$IL_{l,t-1} + \sum_{j,k'} QL_{j,l,k',t} \geq ORDER_{l,t} \qquad \forall l,t \qquad (9)$$

$$IW_{j,t-1} + \sum_{i,k} QW_{i,j,k,t} \geqq \sum_{l,k'} QL_{j,l,k',t+\tau_{j,l}} \quad \forall j,t \qquad (10)$$

$$QW_{i,j,k,t} \leqq FVC \times X_{i,j,k,t+1-\tau_{i,j}} \quad \forall i,j,k,t \; (11)$$

$$QL_{j,l,k',t} \leqq WVC \times Y_{j,l,k',t+1-\tau_{j,l}} \quad \forall j,l,k',t \; (12)$$

$$X_{i,j,k,t}, \;\; Y_{j,l,k',t} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j,l,k,k',t$$

$$QW_{i,j,k,t}, \;\; QL_{j,l,k',t} \;\; \geqq 0 \quad \forall i,j,l,k,k',t$$

$$IW_{j,t}, \;\; IL_{l,t} \quad \geqq 0 \qquad \forall j,l,t$$

목적함수는 창고와 소매상의 재고비용과 공장과 창고, 소매상간의 수송비용, 차량의 셋업 비용을 최소화한다. 제약조건 (1),(2)는 매기간 공장과 창고에서 운용되는 차량은 창고와 소매상을 한번만 방문함을 의미하며, 제약조건 (3),(4)는 창고와 소매상을 기준으로 한 밸런스 등식이다. 제약조건 (5),(6)은 공장, 창고에서 운용되는 차량은 각 기간대별로 가용한 차량수를 초과할 수 없다. 제약조건 (7),(8)은 차량이 배송후 복귀간에는 물량을 이송할 수 없음을 의미하며, 제약조건 (9),(10)은 소매상의 수요량을 만족시키기 위한 조건이다. 제약조건 (11),(12)는 공장과 창고에서 배송되는 물량은 차량의 적재용량을 초과할 수 없다.

3. 발견적 기법

발견적 기법은 2단계의 분할해법을 제시한다. 1단계에서는 창고와 소매상의 물량흐름과 차량일정계획, 재고량을 결정한다. 1단계에서 결정된 각 기간별 창고에서 소매상으로의 물량은 창고의 각 기간별 공장에 대한 수요량으로 전환한다. 2단계에서는 전환된 창고의 수요량에 대해 공장에서의 물량흐름과 차량일정계획, 창고의 재고량을 결정한다.

1단계에서 각 기간별 창고에서의 소매상으로의 물량흐름과 차량의 일정계획, 재고량은 아래의 수리모형을 이용하여 결정한다.

$$Min \sum_{l,t} H_{l,t} IL_{l,t} + \sum_{j,l,k',t} C^{S}_{j,l,t} Y_{j,l,k',t} + \sum_{j,l,k',t} C^{Q}_{j,l,t} QL_{j,l,k',t}$$

$s.t$

원문제의 제약조건 (2),(4),(6),(8),(9),(12)

1단계의 수리모형에 대해 최적화된 결정은 문제의 크기가 커질수록 계산시간이 증가하며, 1단계에서의 최적화된 결정이 글로벌 최적화임을 보장해주지는 않는다. 따라서 제한된 시간에 의해 계산된 결정된 물량의 흐름이 2단계에서의 창고의 수요량으로 전환된다. 2단계에서의 각 기간별 공장에서 창고로의 물량흐름과 차량일정계획, 재고량은 아래의 수리모형을 이용하여 결정한다.

$$Min \sum_{j,t} H_{j,t} IW_{j,t} + \sum_{i,j,k,t} C^{S}_{i,j,t} X_{i,j,k,t} + \sum_{i,j,k,t} C^{Q}_{i,j,t} QW_{i,j,k,t}$$

$s.t$

원문제의 제약조건 (1),(5),(7),(11)

$$IW_{j,t-1} + \sum_{i,k} QW_{i,j,k,t} \geq ORDER_{j,t} \qquad \forall j,t \;\; (13)$$

$$IW_{j,t-1} + \sum_{i,k} QW_{i,j,k,t} - ORDER_{j,t} = IW_{j,t} \quad \forall j,t (14)$$

제약조건 (13)은 창고의 수요량 만족에 대한 제약조건이며, 제약조건 (14)는 공장과 창고의 밸런스 등식이다. 1단계와 마찬가지로 2단계 수리모형에 대해서도 제한된 시간내 결정된 물량의 흐름과 차량일정, 재고량을 원문제의 결정변수로 선정한다.

4. 실험 결과

<표 1>과 같이 공장은 1~3개, 창고는 1~6개, 소매상은 2~8개, 기간은 10일, 20일인 공급사슬모형을 대상으로 실험하였다. 이러한 공급사슬모형은 10개의 실험세트로 구분하였으며, 각 셋별로 20개의 예제를 대상으로 실험하였다. 실험은 CPLEX 8.1 라이브러리와 MS C++을 사용하여 구현하였으며, 작은 규모의 문제인 case 5를 제외하고는 계산시간 문제로 최적해를 구할 수 없었다. 따라서 발견적 기법의 성능은 하한값과 비교하였다.

표 1 실험 데이터 구성

	공장수	창고수	소매상수	기간
case 1	1	2	4	10
case 2	1	4	8	10
case 3	2	4	4	10
case 4	2	4	8	10
case 5	2	1	2	10
case 6	2	1	4	10
case 7	1	2	4	20
case 8	2	2	2	20
case 9	3	2	4	20
case 10	3	6	8	20

하한값과 상한값은 원문제를 30분의 시간제한하에 발견적 기법은 2단계의 분할문제를 3분간의 시간제한한에 CPLEX 8.1에 의해 계산된 값을 비교하였다.

표 2 실험 결과

	상한값	하한값	발견적 기법	Gap1)	Gap2)
case 1	261.99	255.36	288.59	0.03	0.11
case 2	505.92	498.57	556.92	0.01	0.10
case 3	252.80	249.75	264.32	0.01	0.05
case 4	504.49	497.44	514.64	0.01	0.03
case 5	134.24	134.24	134.62	0.00	0.00
case 6	259.12	258.18	260.98	0.00	0.01
case 7	793.05	749.49	847.55	0.05	0.11
case 8	381.15	379.32	391.94	0.00	0.03
case 9	790.29	758.63	795.09	0.04	0.05
case 10	1648.14	1475.90	1762.56	0.10	0.16

*Gap1): (상한값-하한값)/상한값
*Gap2): (발견적 기법-하한값)/발견적 기법

<표 2>는 발견적 기법의 성능으로서 작은 규모의 문제인 case 3,4,5,6,8에서는 계산시간 및 성능에서 우수한 값을 나타내었다. 그러나 큰 규모의 문제인 case 10에서는 성능이 좋지 않음을 알 수 있다. 2가지 측면에서 원인를 분석해보면 첫 번째는 발견적 기법이 가진 문제점으로서 문제의 규모가 커질수록 계산시간이 증가하며 성능 또한 좋지 못하다. 이는 1,2단계의 목적함수 값이 작아질수록 원문제의 목적함수 값이 일반적으로 작아짐이 실험결과 나타났으나, 적합한 시간내에 좋은 값을 제

시해주는 발견적 기법이 제시되지 못하였다. 두 번째는 하한값 역시 계산시간에 의존하여 값의 편차가 심하다. 계산시간을 짧게 하면 느슨한 하한값이 계산시간을 오래하면 최적해에 근접한 하한값이 도출됨으로서, 객관적인 발견적 기법의 성능평가가 제한되었다.

5. 결론

본 연구에서는 리드타임이 상이한 다단계의 공급사슬에서 물량배송에 따른 수송비용과 차량 셋업비용, 창고와 소매상에서 발생하는 재고비용을 최소화하기 위한 다기간 차량일정계획 문제에 관한 최적화 수리모형과 2단계의 발견적 기법을 제시하였다. 제안된 최적화 수리모형은 물류관리와 차량일정계획문제의 통합문제로서 의미를 부여할 수 있으나, 발견적 기법은 문제규모가 커질수록 계산시간과 성능면에서 문제점이 도출되었다. 또한 최적화 수리모형의 하한값에 대한 재검토가 필요하다. 향후 연구는 이러한 측면에서의 보완과 함께 각 단계에서의 생산과 보관능력이 제한된 문제에 대한 검토가 필요하다.

참고 문헌

Andersson, J. and Marklund, J.(2000), Decentralized inventory control in a two-level distribution system, *European Journal of Operational Research*, 127, 483-506.

Barbarosoglu, G. and Ozgur, D.(1999), Hierarchical design of and integrated production and 2-echelon distribution systems, *European Journal of Operational Research*, 118, 464-484.

Jayaraman, V. and Pirkul, H.(2001), Planning and coordination of production and distribution facilities for multiple commodity, *European Journal of Operational Research*, 133, 394-408.

Kim, J. and Kim, Y.(1999), A decomposition approach to a multi-period vehicle scheduling problem, *The International Journal of Management Science*, 27, 421-430.

Simchi-Levi, D., Kaminsky, P. and Simchi-Levi, E.(2003), Designing and managing the supply chain : concepts, strategy, and case study, *McGraw-Hill Higher Eduction.*

Vergara, F.E., Khouja, M. and Michalewicz, Z.(2002), An evolutionary algorithm for optimizing material flow in supply chains, *Computers & Industrial Engineering*, 43, 407-421.