

수학교육을 위한 그래프 컴포넌트의 설계 및 구현

신우창^o, 이순영, 김갑수

서경대학교, 서울교육대학교대학원 초등컴퓨터교육전공
weshin@imail.skuniv.ac.kr^o, lsy2013@hanmail.net, kskim@ns.snue.ac.kr

Design and Implementation of Graph Component for Mathematics Education

Woo-Chang Shin^o, Soon-Young Lee, kap-su kim
Seokyeong University^o,

Seoul National University of Education, Dept. of Computer Education

요 약

오늘날 사회 전반에 걸쳐 컴퓨터가 활용되고 있으며, 이로 인하여 각 분야의 생산성이 향상되고 서비스가 더욱 편리하고 신속해졌다. 이러한 정보화 사회를 맞이하여 교육에 있어서도 컴퓨터를 이용한 수학교육이 많은 기대와 관심을 받고 있으나, 아직까지도 수학교육에 있어서 컴퓨터의 활용은 빈약한 수준이다. 이는 수학교육에 있어서 학생들의 컴퓨터와 상호작용을 통한 능동적인 수업참여를 지원해줄 다양하고 효과적인 수학교육 프로그램과 콘텐츠들이 부족하기 때문이다. 다양하고 효과적인 수학교육 콘텐츠를 작성하기 위해서는 각 교육내용에 적합한 형태의 콘텐츠를 제작할 수 있도록 특화된 교육 프로그램들을 개발하는 것이 필요하며, 이를 지원하기 위한 전문기능의 개발 라이브러리가 요구된다.

본 논문에서는 대수계산 기능을 포함한 그래프 컴포넌트를 설계하고 구현한다. 본 컴포넌트를 활용함으로써, 다양한 함수와 기하 도형을 화면에 표현하는 기능이 필요한 수학교육 프로그램과 교육 콘텐츠를 손쉽게 제작할 수 있다.¹⁾

1. 서론

오늘날 사회 전반에 걸쳐 컴퓨터가 활용되고 있으며, 이로 인하여 각 분야의 생산성이 향상되고 서비스가 더욱 편리하고 신속해졌다. 이러한 정보화 사회를 맞이하여 교육에 있어서도 컴퓨터를 이용한 수학교육이 많은 기대와 관심을 받고 있다.

제 7차 수학교육과정에서 컴퓨터, 계산기, 구체적 조작물을 교수학습에 적극적으로 활용할 것을 강조하고 있으며[2], 미국 평교사 협의회(NCTM)에서는 컴퓨터 기술이 수학교육에 있어서 필수적인 도구임을 언급하고 적극 활용할 것을 권장하고 있다[5]. 실제로 미국에

서는 수학회와 각 대학기관들이 중심이 되어 수학교육에 있어서 컴퓨터를 활용하는 방안에 대하여 꾸준히 연구하고 있으며, 많은 중고등학교에서 대수나 기하 교육과정에 컴퓨터를 활용하고 있다.

본 논문에서는 대수계산 기능을 포함한 그래프 컴포넌트를 설계·구현한다. 그래프 컴포넌트는 중고등학교 수학교과과정에 나오는 함수들과 여러 기하 도형들을 컴퓨터 화면에 표현하는 기능을 제공하기 때문에, 이를 활용함으로써 다양한 수학교육 프로그램과 교육 콘텐츠를 쉽게 제작할 수 있다. 2절에서는 함수나 방정식 표현을 위해 필요한 대수계산 기능에 대하여 살펴보고 3절에서는 그래프 컴포넌트의 요구사항 분석과 설계에 대하여 기술한

1) < 본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2003-000-10449-0)지원으로 수행되었음. >

다. 구현된 그래프 컴포넌트의 활용모습을 보기 위하여 간단한 그래프 뷰어 프로그램을 만들었으며, 이를 이용한 모습은 4절에서 볼 수 있다. 5절에서는 그래프 컴포넌트를 설계하고 구현하는 과정에서 예상치 못했던 여러 문제점들을 기술한다. 마지막 6절에서 평가와 향후 과제에 대하여 살펴보고 마무리를 짓는다.

2. 대수계산 기능

대수학(algebra)은 수학의 한 분야로 실체 수 대신에 문자를 사용해서 방정식을 푸는 방법을 연구하는 학문이다. 즉, 중학교 수학교육 과정에 나오는 일차방정식 ' $3x + 2 = 4$ ' 의 해를 구하는 문제와 같이 수식에서 임의의 문자를 사용하여 특정 숫자나 집합의 요소를 대신 표기하여 문제를 해결하는 것이다.

대수학은 중 고등 교과과정의 상당부분을 차지하고 있으며, 교과과정 상호간에 연계성이 강하기 때문에 학생들이 학습하는데 많은 어려움을 겪기도 한다. 이러한 강한 연계성은 컴퓨터를 활용한 체계적인 학습 진행의 필요성을 더욱 증가시킨다.

다양한 수학교육 프로그램들이 쉽게 대수계산 기능을 지원할 수 있도록 하기 위하여, 라이브러리 형태로 대수계산 엔진이 개발되었으며, 그래프 컴포넌트도 이를 활용한다[3].

2.1 변수와 함수

대수계산 엔진에서 사용되는 개체는 일반변수, 수식변수, 일반함수, 매개함수, 음함수 등이 있다. 일반변수는 단순한 숫자를 값으로 가지는 a, b, c 와 같은 변수이며, 수식변수는 ' $(100a + 200b)$ ' 와 같이 수식을 값으로 가지는 변수이다. 일반함수는 $f(x) = 'x^2 + 1'$ 와 같이 인자와 해당 인자를 포함한 수식으로 구성된다. 매개함수는 특정 매개변수를 이용하여 다차원의 값을 계산하는 함수를 나타내며, 음함수는 등호기호를 이용한 관계식을 의미한다.

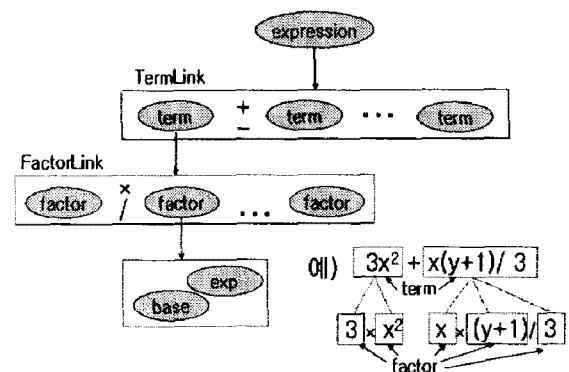
[표 1] 대수계산 기능에 이용되는 개체

개체 종류	선언 예
일반변수	$a = 100$
수식변수	$d = '(100a + 200b)'$
일반함수	$f(x) = 'ax^2 + 2x + 1'$
매개함수	$p = \text{param}(t, \text{from}, \text{to}, '2t+1', 't^2', 't+2')$
음함수	$q = 'x^2 + y^2 = 1'$

대수 수식을 다루기 위해서는 사용자가 등록한 수식들 간의 기본적인 연산기능을 지원하여야 한다. 예를 들면 수식 $f = 'x+1'$ 와 수식 $g = 'ax + 2'$ 가 있을 경우, 두 수식 간 사칙연산인 $f+g$, $f-g$, fg , f/g 를 다룰 수 있어야 한다. 즉, $f+g$ 결과로 ' $(a+1)x + 3$ ' 이 계산되어야 하며, fg 결과로 ' $ax^2 + (a+2)x + 2$ ' 가 계산될 수 있어야 한다.

2.2 수식 표현

대수계산엔진에서 수식은 term들의 덧셈/뺄셈으로 이루어지며 term들은 다시 factor들의 곱셈/나눗셈으로 표현된다. factor는 일반적으로 밑(base)과 지수(exponent)로 구성되는데 이들은 상수, 변수, 또 다른 수식이 될 수 있다.



[그림 1] 수식 구성요소와 구조

대수계산 기능에서 이용되는 수는 기본적으로 복소수로서 '실수 + 허수' 형태로 구성되며 사칙연산뿐만 아니라 절대값함수(abs), 지수함수(exp), 로그함수(log) 등과 같은 여러 연산에도 적용된다. 단, 삼각함수, 로그함수 등과

같이 허수부분이 의미가 없는 함수에서는 허수가 0이 아닐 경우 예외상황 에러를 발생한다. 숫자 값의 정확도는 16자리까지 가능한 double 자료형을 사용하고 있으며 내부적으로 분수형태의 숫자를 표현하고 있지 않다. 이용 가능한 상수와 함수는 다음과 같다.

[표 2] 대수계산 기능에서 이용 가능한 상수와 함수

상수 명	내용
PI	값 = 3.14159265
E	자연수 값 = 2.71828182
I	복소수에서 허수부분을 나타내는 I
함수 명	내용
sqrt	제곱근을 구하는 함수
log	밑이 10인 로그함수
ln	밑이 E인 자연로그
abs	절대값 함수
exp	지수함수, 예) exp(2,3)→8
fact	factorial 함수, 예) fact(x)→x!
sigma	매개변수를 이용하여 합을 구하는 함수, 예) sigma(x,1,10,x+2)→∑(x+2)
sin, cos, tan, sinh, cosh, tanh, sec, cosec, cot	삼각함수들

2.3 대수계산 기능

1) 정규화

'2ax+2a', 'a(2x+2)', '2a(x+1)' 은 동일한 내용이지만 서로 다른 표현행태를 가지고 있다. 이렇게 하나의 수식이 여러 형태로 표현이 된다면 수식의 상호 비교가 힘들어지고, 수식표현의 일관성을 유지하기 힘들다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 수식 형태의 표준화가 필요하다. 표준화된 수식형태를 수식의 일반형이라고 말하며, 임의의 수식을 일반형으로 변환하는 연산을 정규화(normalization)라고 말한다.

2) 수식 확장 및 치환

두 개의 함수 $f(x) = 'x+1'$, $g(x) = '2x'$ 가 있을 때, 두 함수의 합성함수 $g(f(x))$ 를 $h(x)$

라고 가정하자($h(x) = 'g(f(x))'$). $h(x)$ 의 수식을 $g(x)$ 수식에 포함되어 있는 심볼 x 를 $f(x)$ 수식 'x+1' 로 치환해야 하며 그 결과로 '2(x+1)' 이 된다. 이렇게 함수나 수식변수를 포함하고 있는 특정 수식을 일반변수 수준으로 수식을 치환하는 것을 수식확장이라고 말한다.

3) 인수분해

인수분해는 수식을 '합들의 곱'(product of sum) 형태로 변환하는 기능이다. 수식 내에 여러 변수가 있을 경우에는 각 변수 별로 (alphabet순으로) 인수분해 연산을 수행한다. 인수분해 연산의 기본 기법으로 공통인자 추출과 조립제법 두 가지를 사용한다.

4) 미분

특정 변수에 대하여 주어진 함수의 도함수를 구하는 기능이다. 대수계산엔진은 고등학교 과정에 나오는 미분공식들과 기본적인 미분 규칙을 이용하여 미분을 수행한다.

5) 적분

특정 변수에 대하여 주어진 함수의 부정적분을 구하는 기능이다. 미분기능과 같이 부정적분 기능 역시 고등학교 교과과정에 나오는 적분공식들과 기본적인 적분 규칙을 이용하여 부정적분을 수행한다.

6) 단일방정식 해 구하기

이 기능은 주어진 단일 방정식을 만족하는 특정 변수의 값을 구하는 연산이다. 방정식에는 일반방정식과 지수방정식, 로그방정식, 분수방정식 등 여러 종류의 방정식이 존재하는데, 현재 일반방정식에서 해 구하기 기능이 구현되어 있다.

7) 연립방정식 해 구하기

2개 이상의 미지수를 포함하는 2개 이상의 방정식의 쌍이 주어지고, 미지수가 주어진 모

든 방정식을 동시에 만족할 것이 요구되어 있을 때, 이 방정식의 쌍을 연립방정식이라 한다. 각 방정식을 동시에 만족시키는 미지수의 값의 쌍을 주어진 연립방정식의 해 또는 근이라 하고, 이것을 구하는 것을 연립방정식을 푼다고 한다. n개의 미지수의 해를 구하기 위해서는 n개의 서로 다른 방정식이 필요하다. 즉, 방정식의 개수가 n개 미만이면 해는 무수히 존재하며, n+1개 이상이면 해는 존재하지 않는다.

3. 요구사항 분석 및 설계

그래프 컴포넌트의 기본적인 개발 목적은 수학교육 프로그램을 개발할 때 교육내용과 관련된 함수와 기하도형을 화면에 표현하는 기능을 제공하는 것이다. 이를 위하여 컴포넌트가 제공해야 될 기능들에 대한 목록과 해당 기능들을 제공하는 방식에 대한 조사가 선행되었다.

3.1 기능 분석

[표 3] 그래프 컴포넌트와 관련된 중학교 수학 교과 과정 내용

수학 교과 과정 내용	
중학교 기하 I	-점, 선분, 직선, 곡선 그리기 -각그리기 -평면도형그리기(삼각형, 사각형, 다각형, 원, 부채꼴) -입체도형그리기(다면체, 각뿔, 각뿔대, 각기둥, 회전체) -삼각형의 작도 -삼각형의 오심 -도형의 합동 -도형의 닮음 -한붓그리기 -오일러지수
중학교 기하 II	-각의 계산 -도형의 미지의 각 계산 -도형의 미지의 길이 계산 -원의 성질을 이용한 길이의 계산 -넓이의 계산 -부피의 계산
고등	-방정식(일차, 이차, 삼차, 고차, 지

학교	수, 로그) 그래프 표현 -연립방정식 그래프 표현 -부등식 그래프 표현 -일차변환의 그래프 표현 -함수 그래프 표현 -접선 방정식 -함수와 직선의 위치관계 -합성함수 그래프 표현 -역함수 그래프 표현 -함수 이동 및 변환 -두 점 사이의 거리 -원, 타원, 쌍곡선, 포물선 방정식 그래프 표현 -도형의 이동 -공간좌표 및 공간도형 표현 -공간벡터의 그래프 표현
----	--

[표 3]에서 보이는 바와 같이 중학교 수학교과 과정에서는 기본적인 평면도형과 입체도형의 화면표현이 필요하며, 고등학교 교과과정에서는 다양한 함수(삼각, 지수, 로그, ...)들과 방정식(원, 타원, 쌍곡선, 포물선, 고차, ...)의 화면표현이 필요하다.

위 표에 기반하여 본 연구에서는 그래프 컴포넌트에서 표현해야 할 개체들을 다음과 같이 분류하였다.

[표 4] 그래프 컴포넌트에서 표현되는 개체 목록

개체 종류	개체
2차원 평면 개체	점, 선, 화살선, 원, 타원, 부채꼴, 도넛 형태, 삼각형, 사각형, 다각형, 문자열
3차원 공간 개체	직선, 다각형, 구, 원통, 원뿔, 4/6/8/12/20면체, 정육면체, 도넛(torus), 문자열
일반함수	일차/이차/고차 함수, 지수함수, 로그함수, 삼각함수
음함수	X함수, Y함수, 원, 타원, 쌍곡선, 포물선
매개함수	매개함수

2차원 개체들과 3차원 개체들은 그래프 컴포넌트 자체적으로 생성하고 관리하는데 비하여, 일반함수/ 음함수/ 매개함수 개체들에 대한 처리는 대수계산 엔진을 이용한다. 예를 들

어 등호기호가 포함된 음함수의 경우 대수계산 엔진에서 현 고등교육과정에 나타나는 다음 6가지 종류를 지원한다.

[표 5] 지원되는 음함수 종류

음함수 종류	음함수 기본형
X 함수	$Y = f(x)$
Y 함수	$X = f(y)$
원 방정식	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
타원 방정식	$(x-a)^2/c^2 + (y-b)^2/d^2 = 1$
포물선 방정식	$(y-b)^2 = 4p(x-a)$
쌍곡선 방정식	$(x-a)^2/c^2 - (y-b)^2/d^2 = 1$

특정 방정식이 입력되면 그 방정식이 위에 기술된 6가지 중에서 어떤 형태에 포함되는지 자동으로 분석되며 음함수 기본형 형태로 재구성할 수 있다. 즉, 임의의 타원방정식이 입력되면 해당 타원방정식의 중심점과 장축, 단축의 길이를 쉽게 알 수 있다.

[표 4]에 나열된 개체들을 화면상에 표현하기 위해서는 2차원 좌표계와 3차원 좌표계 둘다 지원하여야 하며, 각 개체들의 이동과 회전, 크기조절과 같은 연산도 지원하여야 한다. 또한 학습 흥미를 높이기 위하여 개체들의 이동과 회전, 크기 변화 시에 애니메이션 효과 지원이 바람직하며, 화면 좌표계에 관련된 다양한 환경 설정(영역 설정, 눈금자 설정, 관찰 위치와 각도 지정, 광원 위치와 각도 지정, 배경 색, ...) 기능 역시 필요하다.

3.2 기능 제공 방식

그래프 컴포넌트의 활용성을 높이고, 향후 기능 개선에 따른 컴포넌트 버전 호환성 문제를 해결하기 위하여 본 연구에서는 그래프 컴포넌트 기능제공을 함수 방식이 아닌 스크립트 언어 방식으로 제공한다. 즉, 그래프 컴포넌트의 각 기능별로 여러 개의 함수들을 만들어 놓는 것이 아니라, 단 하나의 함수 execute(char *cmdStr) 만 외부에서 이용할 수 있도록 한다. 외부 프로그램에서 그래프 컴포넌트에 특정 기능을 요구할 때는 execute 함수의 인자로 해당 기능의 스크립트 명령문장을 넘

겨주면 된다. 이러한 스크립트언어 방식은 그래프 컴포넌트 이용방법을 사용자가 쉽게 익힐 수 있게 만들며, 외부 프로그램과의 연결강도(coupling)를 줄임으로써 컴포넌트 관리가 편리하다. 또한 화면 표현에 대한 지정을 일반 프로그램 코드가 아닌 문자열 데이터로 표현 가능해지기 때문에 그래프 컴포넌트의 유연성을 증가시킬 수 있는 장점이 있다. 컴포넌트 버전 호환성 측면에서는 인터페이스가 버전에 따라 달라지지 않기 때문에 동작 불능과 같은 문제를 발생시키지 않는다.

3.3 스크립트 언어

그래프 컴포넌트에서 사용되는 스크립트 언어의 명령어는 [표 6]과 같이 6가지로 분류된다. "속성변경" 명령어는 좌표계 설정과 여러 가지 환경을 설정하는데 사용되며, "변수지정" 명령어는 일반변수와 수식변수를 생성하는데 이용된다. "개체지정" 명령어는 일반함수, 음함수, 매개변수 함수 같은 함수 개체나 2차원/3차원 도형 개체를 생성하는데 활용된다. "개체연산" 명령어는 특정 개체를 지정하여 위치를 이동하거나, 회전하거나, 확대/축소 할 때 사용된다. 여러 개체들을 한 단위로 취급하는 그룹 개체를 생성하고 해제하기 위해서는 "그룹연산" 명령어를 이용하고, 기타 시스템에 관련된 제어를 하는데 사용되는 것이 "시스템연산" 명령어이다.

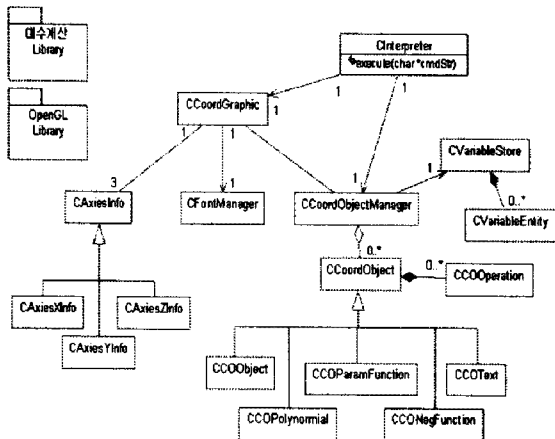
[표 6] 스크립트 언어

명령어 분류	명령어 문법
속성변경	"set <u>property</u> = <u>value</u> " (property = axes, grid, autoShow, mode3d, marker, color, range, viewAngle, aniStep, lineStyle, lineThick, light, fontSize, fontStyle, ani)
변수지정	"var <u>name</u> = <u>expression</u> "
개체지정	"function <u>name</u> = ' <u>xyz수식</u> '" "object <u>name</u> = <u>object_definition</u> "
개체연산	" <u>operation target</u> " (operation = show, hide, move, rotate, scale, restore, delete)
그룹연산	"group <u>name</u> = (<u>name1</u> , <u>name2</u> , ..., <u>nameN</u>)" "ungroup <u>name</u> "
시스템연산	"sleep <u>time</u> " "sound <u>soundname</u> "

3.4 컴포넌트 설계

[그림 2]는 그래프 컴포넌트의 설계단계에서의 클래스 다이어그램을 보여준다. 컴포넌트 외부에서는 CInterpreter 개체의 execute 함수만 접근 가능하다. 주요 클래스들의 역할은 다음과 같다.

- 1) CInterpreter: 외부에서 입력된 스크립트 언어를 해석하고 실행한다.
- 2) CCoordGraphic: OpenGL 라이브러리를 이용하여 화면제어를 담당한다.
- 3) CCoordObjectManager: 컴포넌트 내부의 개체들을 관리하는 역할을 수행한다.
- 4) CVariableStore: 변수, 수식, 함수에 사용된 변수 이름을 관리한다.
- 5) CCoordObject: 컴포넌트 내부의 개체를 표현한다.
 - CCOObject: 2차원 평면 도형과 3차원 공간 도형을 표현
 - CCOPolynomial: 다항식 개체 표현
 - CCOParamFunction: 매개함수 개체 표현
 - CCONegFunction: 음함수 개체 표현
 - CCOText: 문자열 개체 표현



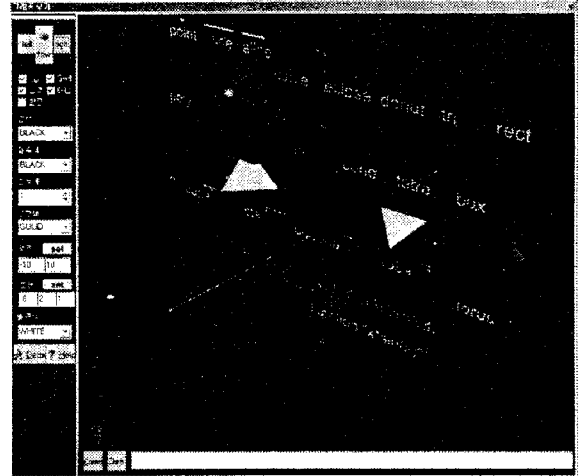
[그림 2] 그래프 컴포넌트 클래스 다이어그램

4. 구현 및 활용 모습

본 연구의 그래프 컴포넌트는 C++ 언어로 작성되었으며, 학생들이 일반적으로 접하는 컴

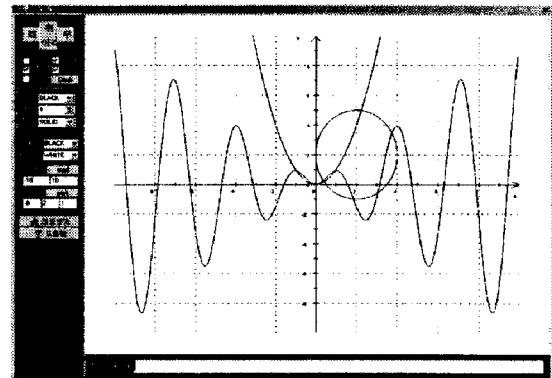
퓨터환경이 윈도우 운영체제임을 감안하여 윈도우 프로그램 개발환경에서 사용할 수 있는 ActiveX 컴포넌트 형태로 개발되었다.

[그림 3]은 그래프 컴포넌트를 이용하여 개발된 그래프 뷰어(Viewer) 프로그램의 모습을 보여준다. 화면의 왼쪽 편에서 좌표계 설정이나 색상, 선 굵기와 종류 등을 설정하며, 화면 하단에 스크립트 언어를 입력한다.



[그림 3] 그래프 컴포넌트를 이용한 그래프 뷰어 프로그램

다음 [그림 4]는 2차원 좌표계에서 이차함수 $f_1(x) = x^2$ 와 타원방정식 $(x-2)^2/4 - (y-2)^2/9 = 1$ 그리고, 매개변수 함수 $f_3(t) = \text{param}(t, -10, 10, 't', '2*t*\sin(t)*\cos(t)', 'cos(t)')$ 를 스크립트 언어를 이용하여 그래프 컴포넌트 내에 생성하고 이를 화면에 표현한 모습을 보여준다.



[그림 4] 여러 함수와 방정식 그리기

좌표계의 설정 변화나 개체의 이동, 확대/축소, 회전과 같은 개체 연산 실행 시에 애니메이션 효과를 지정할 수 있다. 애니메이션 효과에 소요되는 시간과 장면 수를 지정함으로써 그래프 컴포넌트 화면에 보이는 개체들의 움직임을 조정한다.

5. 그래프 컴포넌트 구현의 문제점

그래프 컴포넌트를 설계하고 구현하는 과정에서 초기에 예상하지 못했던 여러 가지 문제점들을 발견하게 되었다. 이들 문제점들은 아직 해결되지 못한 상태이며 차후 개발 때 고려되어야 될 부분이다.

1) 가상 좌표계로 인한 화면의 계단 현상

현재 그래프 컴포넌트에서 사용하는 좌표계는 일반 컴퓨터 화면의 좌표계와 다른 가상 좌표계이다. 즉, 좌표값이 정수로만 표현되는 화면 좌표계와 달리 (x, y, z) 모두 실수로 표현되기 때문에 수학교과 과정에서 범용적으로 사용할 수 있는 장점이 있다. 그러나, 실제 화면에 출력될 때는 정수의 화면 좌표계로 변환이 필요하고, 이 변환과정에서 발생하는 정보의 손실과 픽셀(pixel)의 중복으로 인하여 글자나 도형의 화면 출력 품질이 떨어지게 된다.

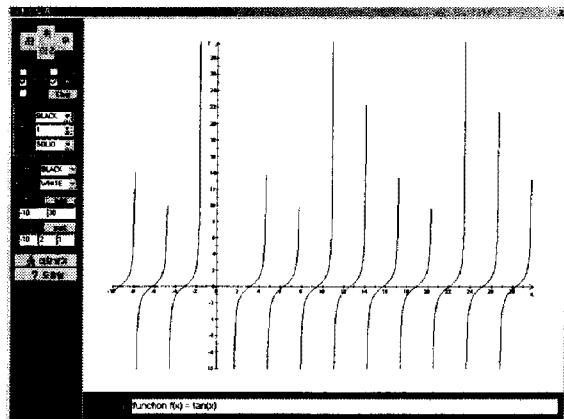
2) 화면상의 사용자 입력의 어려움

그래프 컴포넌트 화면 위에서 사용자가 특정 개체를 마우스로 선택하였을 경우에, 선택된 개체를 찾아내는 것이 단순하지 않다. 2차원 정수의 화면 좌표계에서 입력받은 위치정보 $(x1, y1)$ 을 가지고 해당 픽셀을 차지하는 특정 개체를 찾아내고, 이 개체에서 $(x1, y1)$ 에 대응하는 가상좌표계의 3차원 좌표값을 계산해야 되기 때문이다. 이러한 계산과 더불어 사용자 입력정보를, 그래프 컴포넌트를 이용하는 프로그램 코드에 전달하는 메커니즘도 역시 필요하다.

3) 함수의 불연

속 구간 문제

일반적으로 함수 $f(x)$ 를 화면에 표현할 때는 x 축(혹은 y 축)을 기준으로 x 값(혹은 y 값)을 조금씩 증가시키면서 함수 값 $f(x)$ 을 계산하여 해당 함수 상의 점 $(x, f(x))$ 들을 서로 연결한다. 즉 $f(x) = x^2$ 의 경우 $(0, f(0)), (1, f(1)), \dots (n, f(n))$ 의 점들을 직선으로 연결하여 화면에 표시한다. 이 방법의 경우 x 의 증가값 (Δ) 이 너무 작을 경우엔 화면에 출력되는 속도가 느려지며, 증가값이 너무 클 경우에는 함수가 꺾은 선 그래프같이 보이게 되기 때문에 적당한 증가값을 결정하는 것이 중요한데, 적당한 증가값이 사용된다면 좋은 화면 모습을 빠른 시간 내에 보여준다. 그러나, 이 방법은 탄젠트(tangent) 함수와 같이 불연속 구간을 가지는 함수의 경우에는 문제를 발생시킨다. 즉, $(a, f(a))$ 점과 $(a+\Delta, f(a+\Delta))$ 점 사이에 불연속 구간이 있다면 두 점을 이어서는 안된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 그래프 컴포넌트에서는 두 점 사이에 불연속 구간이 있는지를 검사한 후, 불연속 구간이 있을 경우에는 두 점 사이를 연결하지 않는다. 그러나, 불연속 구간 검사를 통하여 불연속 구간 문제를 어느 정도 해결할 수는 있었으나, 고정된 증가값으로 인하여 불연속 구간을 포함하는 두 점 사이의 함수 표현이 매끄럽지 못하다. 다음 [그림 5]에서 탄젠트 함수의 각 구간별 그래프의 높이가 서로 다르게 화면에 표시되는 것을 볼 수 있다.



[그림 5] 불연속 구간과 고정된 증가값 때문에 발생하는 탄젠트 함수 표현의 문제

6. 결론

컴퓨터를 이용한 수학교육을 활성화 시키고 또 그 효과를 증대시키기 위해서는 각 교육내용에 적합한 형태의 콘텐츠를 제작할 수 있도록 특화된 다양한 교육 프로그램들이 필요하며 이를 지원하기 위한 전문기능의 라이브러리나 컴포넌트가 필요하다.

본 논문은 수학교육 관련 프로그램에 함수나 기하 도형을 화면에 표현하는 기능을 지원하는 그래프 컴포넌트를 설계하고 구현하였으며, 구현된 컴포넌트의 활용모습을 보이기 위하여 간단한 그래프 뷰어 프로그램을 개발하였다. 제시된 그래프 컴포넌트를 설계하고 구현하는 과정에서 초기에 예상하지 못했던 많은 문제점들이 발견되었으며 이들은 향후 연구과제에 포함될 것이다.

본 연구는 수학교육을 위한 다양한 프로그램과 콘텐츠 개발을 지원하는 "수학교육 프로그램개발 프레임워크" 연구의 한 부분이며 관련된 다른 연구과제는 다음과 같다.

- 대수 계산 엔진
- 교육 콘텐츠 작성기
- 교육 콘텐츠 실행기
- 교육 콘텐츠 라이브러리

다양한 함수와 기하 도형을 화면에 표현하는 기능을 수학교육 프로그램에게 컴포넌트 형태로 제공하는 그래프 컴포넌트는 다양한 수학교육 관련프로그램과 콘텐츠 개발에 쉽게 활용될 수 있으며, 컴퓨터 수학교육의 활성화에 이바지할 것으로 생각된다.

7. 참고문헌

- [1] 박진석, 신양재, "평면기하와 GSP", 경남대학교출판부, 1999
- [2] 소경희, 전은화, 제7차 교육과정에서의 정보기술 활용 방안 연구, 한국교육과정 평가원 연구보고 RRC 99-2, 1999.
- [3] 신우창, 이숙희, 김갑수, "수학교육을 위한 대수계산엔진 설계 및 구현", 한국정보과학회

논문지, 2004 (심사중)

[4] Brian R. Hunt, Ronald L. Lipsman & Jonathan M. Rosenberg, *A Guide to MATLAB: for Beginners and Experienced Users*, Cambridge University Press, 2001

[5] National Council of Teacher of Mathematics, *Principles and Standards for School Mathematics*, 2000

[6] Derek Richards, *Advanced Mathematical Methods with Maple*, Cambridge University Press, Dec 2001

[7] Stephen Wolfram, *The Mathematica Book (4Ed)*, Cambridge University Press, 1999

[8] LiveMath, *LiveMath Lessons*, <http://support.livemath.com/resources>, 2003

[9] Visual Calculus, <http://archives.math.utk.edu/visual.calculus>, 2003