

## Level Set 방법을 이용한 바람과 해류의 수치해석 CFD Analysis of the Ocean and the Wind by Level Set Method

임승원<sup>1</sup>, 김종암<sup>2</sup>, 심재설<sup>3</sup>, 이동영<sup>4</sup>  
Seung-Won Ihm<sup>1</sup>, Chongam Kim<sup>2</sup>, Jae-Seol Shim<sup>3</sup> and Dong-Young Lee<sup>4</sup>

### 1. 서 론

전산유체역학을 이용한 유체 유동의 해석은 수치 해법과 컴퓨터의 성능 향상에 힘입어 빠르게 발전하고 있다. 전통적인 전산유체역학 분야에서는 액체 또는 기체의 단일한 상을 갖는 유동에 대한 해석이 주를 이루었다. 그러나 바람과 해류의 상호작용이 있는 해수면이나, 액체 속에서 떠오르는 기체의 운동, 선박의 프로펠러에서 압력강하로 발생하는 공동(cavitation) 현상 등을 수치적으로 모사하기 위해서는 액체와 기체의 상(phase)을 함께 표현할 수 있는 수치기법이 필요하다. 최근에 전산유체역학 분야에서는 기존의 단일한 상에 대한 연구를 토대로 이러한 이상유동(two-phase flow) 분야에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다.

서로 다른 상을 수치적으로 모사해주기 위해서는 각 상이 차지하고 있는 영역을 파악하여 밀도나 점성계수와 같이 두 상에서 서로 다른 물성치를 각각 부여 해주어야 한다. 또한 상의 경계면에서 적절한 경계조건을 부여해 줄 수 있어야 한다. 이러한 이상유동 해석을 위한 수치적인 방법에는 크게 경계면을 직접 추적하는 방법과 각 상에서 다른 특성을 지니는 내재적인 함수를 이용하는 방법이 있다. 본 연구에서는 상의 병합이나 분리, 다차원으로의 확장에서 장점이 있는 후자의 방법을 채택하였다. 내재적인 함수를 이용하는 방법으로 초기에 제안된 volume of fluid (VOF) 방법은 각 계산격자에서 한쪽 상이 차지하고 있는 부피

비를 이용한다(Hirt and Nichols 1981). 따라서 각 상은 0 또는 1의 값을 갖게 되며, 이 사이의 값을 갖는 부분은 상의 경계면이 된다. Osher et al.(1988)은 부피비 대신 경계면으로부터 부호를 갖는 거리함수를 도입한 Level Set 방법을 제안하였다. 이 방법은 상을 구분하는 내재적인 함수가 완만하므로 수치적으로 다루기 용이하며, 경계면의 형상 정보를 쉽게 구해낼 수 있다.

본 연구에서는 예제문제로 널리 채택되는 수중의 기포 거동 문제로 Level Set 방법의 장점을 알아보고, 이 후 구조물을 포함한 바람과 해류의 상호작용이 있는 자유면 문제를 해석하였다.

### 2. 지배 방정식

#### 2.1 유동장의 지배 방정식

비압축성 유체의 질량보존식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

그런데 식 (1)에는 시간에 대한 미분항이 없으므로 수치해를 구할 때 운동량 보존식과 함께 반복적인 방법(iterative approach)으로 해에 접근하기 위해서는 다음과 같이 가상 압축성법(pseudo compressibility method)을 도입한다.

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \beta \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

이제 가상의 시간  $t$ 에 대한 수렴해를 구하면 비압축성을 만족하는 압력  $p$ 를 구해내게 된다. 여기에서  $\beta$ 는 가상 압축성 계수로, 해의 수렴성에 영향을 준

1 서울대학교 기계항공공학부 박사과정  
2 서울대학교 기계항공공학부 부교수  
3 한국해양연구원 연안항만공학연구본부 책임연구원  
4 한국해양연구원 연안항만공학연구본부 책임연구원

다.

운동량 보존식은 다음과 같이 중력과 표면장력이 고려된 Navier-Stokes 방정식을 사용하였다.

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + \tau \chi \delta \mathbf{n} \quad (3)$$

$\rho$ 는 밀도,  $\mu$ 는 점성계수로, 각 상에 따라 다른 값이 사용되며,  $\mathbf{g}$ 는 중력가속도 벡터이다. 표면장력 항에서  $\tau$ 는 표면장력 계수,  $\chi (= \nabla \cdot \mathbf{n})$ 는 상 경계면의 곡률,  $\mathbf{n}$ 은 경계면에 수직인 방향을 나타낸다.

## 2.2 Level Set 방법

Level Set 함수  $\phi$ 는 경계에서 0의 값을 갖고, 한쪽 상은 양의 거리함수, 다른쪽 상은 음의 거리함수를 부여한다. 상의 경계면은  $\phi$ 가 0의 값을 갖는 곳으로, 유동장의 속도를 따라 이동하므로 다음과 같이 Level Set 함수의 이동식을 구성할 수 있다(Sussman 1994).

$$\phi_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (4)$$

이제 식 (4)로 시간에 따른 경계면의 위치를 알 수 있고, 다음과 같이  $\phi$ 값에 따라 서로 다른 물성치를 부여할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) H_\epsilon(\phi) \\ \mu &= \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1) H_\epsilon(\phi) \end{aligned} \quad (5)$$

$$H_\epsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & \text{if } \phi < -\epsilon \\ \frac{\phi + \epsilon}{2\epsilon} + \frac{\sin(\pi\phi/\epsilon)}{2\pi} & \text{if } |\phi| \leq \epsilon \\ 1 & \text{if } \phi > \epsilon \end{cases}$$

부여된 물성치의 예를 Fig. 1에 도시하였다.

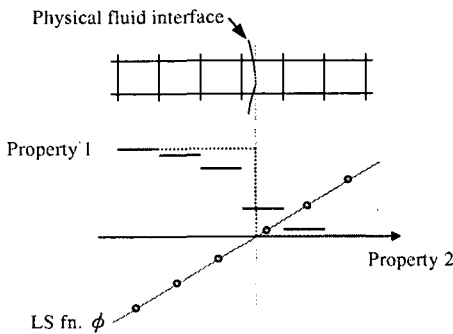


Fig. 1. Numerical property in Level Set approach

이는 수치적인 안정성을 위하여 적절한 경계두께  $2\epsilon$ 에서 물성치가 연속적으로 변화하도록 한 것이다. 표면장력 역시 이 두께 안에서 작용한다(Brackbill et al. 1992).

## 3. 수치해석 방법

유한체적법을 통해 식 (2)~(4)를 계산격자 내에서 적분하였다. 비점성 플럭스 항은 Osher의 플럭스 차이 분할기법을 3차의 MUSCL과 함께 사용하였다. 시간적분법은 Yoon의 LU-SGS 음적해법을 이용하였다. 또한 각 계산격자에서 빠르게 수렴해를 얻기 위해 국소 시간 전진법을 사용하였다(Ok 1993).

각 경계조건은 물리적인 타당성에 비추어 부여되었고, 상 경계의 표면장력은 식 (3)과 같이 생성항으로 처리되었다. 바람과 해류의 상호작용이 있는 문제에서는 유출류 경계에서 반사파를 최소화시키기 위하여 다음과 같은 sponge layer (absorbing beach)를 설정하였다(Barone 2003).

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + R(\mathbf{q}) = -\sigma(x)(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{ref}) \quad (6)$$

$$\sigma(x) = \sigma_0 \left[ \frac{x + L - x_0}{L} \right]^3, \quad x_0 - L \leq x \leq x_0$$

본 연구에서는 선형이론에서 예측된 파장의 길이로 sponge layer의 길이 L로 하였고, 강도  $\sigma_0$ 는 8로 설정하였다.

## 4. 수치해석 결과

먼저 다른 이상유동 연구자들의 결과와 비교를 위해 수중의 기포 상승 문제를 해석하였다. 이러한 문제에서는 유동 조건에 따른 기포의 형상과 상승속도 등이 주요 비교 대상이 된다. 이후 바람과 해류의 상호작용이 있는 문제에 대해 적용하고 해석 결과를 제시하였다.

### 4.1 Chang의 기포상승 문제

Chang et al.(1996)은 밀도가 같은 두 기포가 상승하며 병합하는 문제를 해석하였다. 아래쪽의 기포 상부는 위쪽 기포의 상부에 비해 낮은 압력이 형성되므로 떠오르며 합쳐지는 문제이다. 표면장력이 크지 않은 영역으로 skirt와 같은 현상을 보인다. 이 때 지배방정식은 Boussinesq 가정을 하였으며, 기포와 주위 유체의 밀도비는 1:10, 점성계수비는 1:2이다. Chang 등은 본 연구에서와 같은 Level Set 방법을 사용하였다.

Fig. 2에서 Chang의 결과와 본 연구의 결과가 기포의 형상, 병합하는 시간, 상승 속도 등에서 유사함을 알 수 있다.

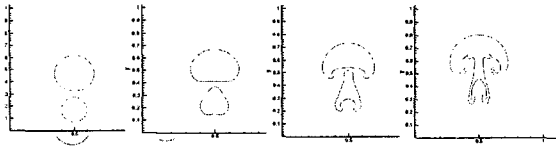


Fig. 2. Chang et al.(t = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4s)  
Present result (t = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4s)

#### 4.2 Unverdi의 기포상승 문제

Unverdi et al.(1992)은 다소 밀도비가 높은 문제를 해석하였다. 기포와 주위 유체의 밀도비는 1:40, 점성계수비는 1:27이며, 비교적 큰 표면장력이 작용하는 문제이다. Unverdi 등은 상 경계면을 직접 추적하는 방법을 사용하였으나, 이 방법은 상의 병합이나 분리를 모사하는 데에 어려움이 있는 것으로 알려져 있다. 이는 본 연구에서 수치해석한 결과와 함께 도시한 Fig. 3에서도 확인할 수 있다. 결과에서 Chang 등의 문제와 비교하여 표면장력 효과를 확인해 볼 수 있다.

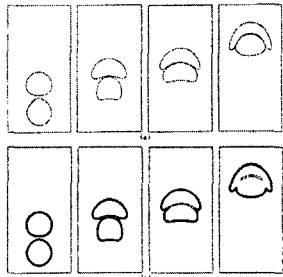


Fig. 3. Bubble shape - Unverdi et al.  
Present result at every 0.02 sec.

#### 4.3 바람과 해류의 이상유동 문제

바람과 해류의 이상유동 문제로 Liou(2001)가 해석한 문제의 개요를 Fig. 4에 도시하였다. 수중에 잠긴 hydrofoil로 유동의 변화가 생기고, 자유면에는 수면파가 발생한다. Hydrofoil의 길이를 1이라 할 때, 수면에서 익형까지의 깊이는 1.034이고, Froude수는 0.567

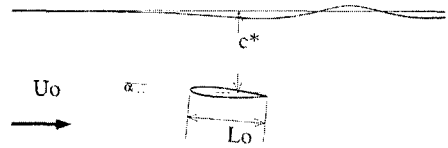


Fig. 4. Ocean and wind interaction with hydrofoil

이다. NACA0012 익형의 hydrofoil은 자유류와 받음각 5°를 갖는다.

Liou는 바람과 해류를 모두 고려하여 해석한 것이 아니라, 비정렬 적응격자를 이용하여 해류만 해석하며 자유류 경계조건에 따라 수면의 움직임을 모사하였다. 반면 본 연구에서는 이상유동 해석을 통하여 공기 부분의 상태 변화도 예측할 수 있도록 하였다. 계산된 압력분포를 Fig. 5에 도시하였다.

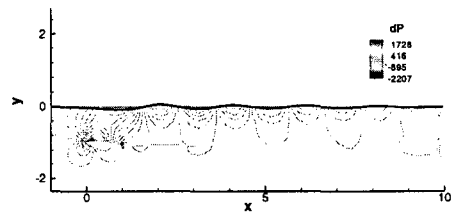


Fig. 5. Water wave and pressure contour

수치해의 타당성을 검증하기 위하여 수면파 형상에 대하여 실험치 및 Liou의 계산 결과와 함께 비교하여 Fig. 6에 제시하였다. 수면파의 파장은 선형이론으로부터  $\lambda = 2\pi Fr^2 = 2.02$ 이다. 본 연구에서 얻어진 파장의 길이는 약 2.01이었다.

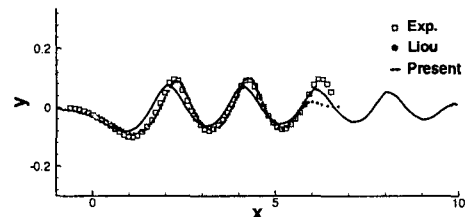


Fig. 6. Comparison of wave elevation

해석 결과 전체적인 파랑의 형태는 다른 결과와 유사하나, 수면파의 진폭이 다소 작게 나타났다. 이는 이상유동 해석의 안정성을 위하여 부여된 수치점성에 기인한 것으로 파악된다.

## 5. 결 론

최근 널리 사용되고 있는 Level Set 방법에 기반하여 이상유동을 해석하였다. 비압축성 유체의 지배방정식에 Level Set 함수에 따른 물성치를 부여하고, Level Set 함수의 이동식과 함께 풀어 이상유동장을 모사할 수 있었다. 일반좌표계에서 개발된 해석 코드는 점성력과 중력, 표면장력을 고려할 수 있도록 하였으며, 많은 연구자들이 예제문제로 해석하는 기포거동 문제를 통해 타당성을 입증하였다.

이후 수중의 익형 때문에 자유면에 파랑이 발생하는 이상유동 문제를 해석하였다. 자유면에 발생한 파랑으로 바람과 해류는 서로 압력과 속도에 영향을 주고받는 문제이다. 수면파의 형상을 실험치 및 다른 연구자의 단상유동 해석 결과와 비교하였으며, 대체적으로 잘 일치하였다. 또한 수면파의 파장은 선형이론을 통해 예측한 결과와 맞는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구를 통해 Level Set 방법을 기반으로 한 이상유동 해석 방법으로 바람과 해류의 상호작용이 있는 자유면 문제를 해석하였으며, 실험치 등과 비교하여 타당한 결과를 얻을 수 있었다.

## 감사의 글

본 연구는 한국해양연구원의 ‘이어도 기지 구조물의 대기 유동에 미치는 영향 분석과 해상풍 관측 평가 및 보정 방법 연구’ 사업의 지원으로 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

Barone, Matthew F. 2003. Receptivity of Compressible Mixing Layers. Ph.D. Thesis, Stanford Univ.

Brackbill, J. U., D. B. Kothe, and C. Zemach. 1992. A Continuum Method for Modeling Surface Tension. *J. Comp. Phys.*, 100, 335-354.

Chang, Y. C., T. Y. Hou, B. Merriam, and S. Osher. 1996. A Level Set Formulation of Eulerian Interface Capturing Methods for Incompressible Fluid Flow. *J. Comp. Phys.*, 124, 449-464.

Hirt, C. W. and B. D. Nichols. 1981. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *J. Comp. Phys.*, 39, 201-225.

Kim, C. S. 2001. Sensitivity Analysis for the Navier-Stokes Equations with Two-Equation Turbulence Models and Its Applications. Ph.D. Thesis, Seoul National Univ.

Liou, Biing-Horng. 2001. Calculation of Nonlinear Free Surface Waves with a Fully-Implicit Adaptive-Grid Method. Ph.D. Thesis, Princeton Univ.

Ok, Honam. 1993. Development of an Incompressible Navier-Stokes Solver and Its Application to the Calculation of Separated Flow. Ph.D. Thesis, Univ. of Washington.

Osher, S., James A. Sethian. 1988. Front Propagation with Curvature Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations. *J. Comp. Phys.*, 79, 12-49.

Sussman, Mark, Peter Smereka, and Stanley Osher. 1994. A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow. *J. Comp. Phys.*, 114, 146-159.

Unverdi, S. O., and G. Tryggvason. 1992. A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-fluid Flows. *J. Comp. Phys.*, 100, 25-37.