

레이저 도플러 원리를 이용한 유체 가속도 측정

전세종[†] · 홀거 노박^{*} · 캄 트로피아^{*} · 성형진[†]

Effect of fringe divergence in fluid acceleration measurement using LDA

Sejong Chun[†], Holger Nobach^{*}, Cam Tropea^{*}, Hyung Jin Sung[†]

Key Words : LDV (레이저 도플러 유속계), Fluid Acceleration (유체 가속도), Fringe Divergence (주름무늬 불간격을)

Abstract

The laser Doppler technique is well-established as a velocity measurement technique of high precision for flow velocity. Recently, the laser Doppler technique has also been used to measure acceleration of fluid particles. Acceleration is interesting from a fluid mechanics point of view, since the Navier Stokes equations, specifically the left-hand-side, are formulated in terms of fluid acceleration. Further, there are several avenues to estimating the dissipation rate using the acceleration. However such measurements place additional demands on the design of the optical system; in particular fringe non-uniformity must be held below about 0.0001 to avoid systematic errors. Relations expressing fringe divergence as a function of the optical parameters of the system have been given in the literature; however, direct use of these formulae to minimize fringe divergence lead either to very large measurement volumes or to extremely high intersection angles. This dilemma can be resolved by using an off-axis receiving arrangement, in which the measurement volume is truncated by a pinhole in front of the detection plane. In the present study an optical design study is performed for optimizing laser Doppler systems for fluid acceleration measurements. This is followed by laboratory validation using a round free jet and a stagnation flow, two flows in which either fluid acceleration has been previously measured or in which the acceleration is known analytically. A 90 degree off-axis receiving angle is used with a pinhole or a slit.

기호설명

A	라그랑지안 유체 가속도 [m/s ²]
D	제트 출구의 지름 [mm]
L	주름무늬 불간격을 [-]
L_x	횡방향 주름무늬 불간격을 [-]
L_z	종방향 주름무늬 불간격을 [-]
U	유속 [m/s]

a	공간 감소율 [-]
d	두 레이저 빔의 절반 거리 [mm]
f	전달렌즈의 초점 거리 [mm]
l_R	레이레이(Rayleigh) 길이 [mm]
r_o	전달렌즈 이전 레이저 빔의 반지름 [mm]
r_w	전달렌즈 이후 레이저 빔의 반지름 [mm]
x_o	가상 원점 [mm]
\hat{x}	레이저 빔 수직 방향 무차원 좌표축 [-]
z_o	빔 최소 지름의 위치 [mm]
\hat{z}	레이저 빔 진행 방향 무차원 좌표축 [-]
δx	주름무늬 간격 [μ m]
δx_o	측정공간 중심의 주름무늬 간격 [μ m]

[†] 한국과학기술원 기계공학과 기계기술연구소

E-mail : johncsj@kaist.ac.kr

TEL : (042) 869-5009 FAX : (042) 869-5027

^{*} 독일 다름슈타트공대 유체역학/공기역학 연구소

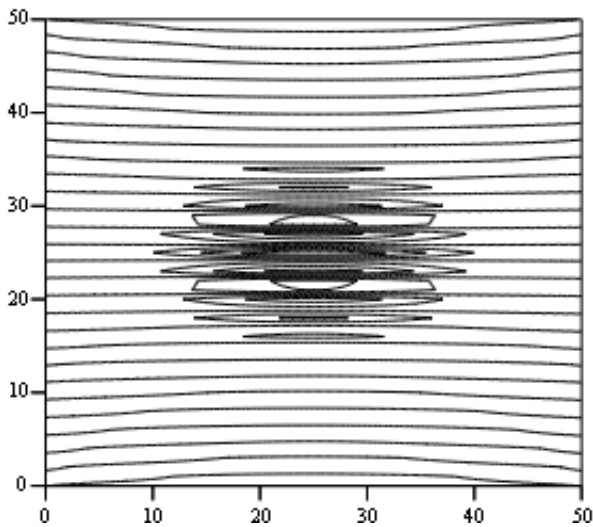
E-mail : holger.nobach@nambis.de

TEL : (049) 6151-16 3654 FAX : (049) 6151-16 4754

λ 레이저 빔의 파장 [nm]
 Θ 교차각 [°]

1. 서론

레이저 도플러 유속계는 1970년대부터 유속을 측정하는 고정밀 측정기술로서 발달하여 왔다. 레이저 도플러 유속계는 유체 입자의 가속도를 측정하는 기술로서도 사용되어 왔다⁽¹⁾. 유체 가속도는 나비에 스톡스 방정식에서 좌변항이 유체 가속도로 표현되므로, 유체 역학의 관점에서 매우 흥미로운 물리량이다. 유체 가속도를 이용하여 난류 소산 에너지를 측정하려는 시도 역시 흥미롭다⁽²⁾. 그러나, 그러한 측정 방식에는 광학계 설계의 부가적인 요소를 추가할 필요가 있다. 레이저 도플러 유속계의 측정 공간에서 주름무늬 불간격을 0.0001보다 작아야, 측정 오차를 줄일 수 있다. 주름무늬 불간격을 계산하는 공식은 광학 파라미터의 함수로서 기존 문헌에 잘 나타나 있다^(3,4). 그러나, 주름 무늬 불간격을 줄이기 위해 기존 공식을 쓰면, 측정 공간이 거대해지거나 두 레이저 빔의 교차각이 증가하게 된다⁽¹⁾. 핀홀이나 슬릿을 이용하여 측정 공간의 일부를 제거하면 이러한 단점들을 해결할 수 있다. 본 연구에서는 유체 가속도 측정을 위한 레이저 도플러 유속계의 광학계 설계에 초점을 맞추어 논의가 진행된다. 원형 자유 흐름 제트 유동과 층돌 제트 유동에 대해 본 연구에서 사용된 광학설계가 올바른지 검토하게 된다.



I_{Ψ} Plot

Fig. 1 Example of fringe divergence⁽⁵⁾

2. 주름무늬 불간격을

2.1. 주름무늬 불간격의 정의

주름무늬 불간격(fringe divergence)은 측정 공간(measurement volume)의 중심에서 측정한 주름무늬 간격(fringe spacing)과 임의의 위치에서 측정한 주름무늬 간격의 상대적인 비율이다.

$$L = (\delta x - \delta x_o) / \delta x_o \quad (1)$$

단, L 은 주름무늬 불간격율, δx 는 주름무늬 간격, δx_o 은 측정공간의 중심에서 측정한 주름무늬 간격이다. δx 는 종방향 변화와 횡방향 변화의 두 가지로 나뉜다⁽³⁾.

$$\delta x_z = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Theta}{2}} \left[\frac{1 - \hat{z} \left(\cos \frac{\Theta}{2} \right)^2 \left(\frac{r_o}{d} \right) \left(\frac{z_o - f}{l_R} \right)}{1 + \hat{z}^2 \left(\cos \frac{\Theta}{2} \right)^4 \left(\frac{r_o}{d} \right)^2 \frac{1}{1 - \hat{z} \left(\cos \frac{\Theta}{2} \right)^2 \left(\frac{r_o}{d} \right) \left(\frac{z_o - f}{l_R} \right)}} \right] \quad (2)$$

식 (2)는 주름무늬 간격의 종방향 변화를 기술한 식으로서 λ 는 파장, Θ 는 교차각, r_o 는 레이저 빔의 반지름, d 는 두 레이저 빔의 절반 거리, z_o 는 빔 최소 지름(beam waist)의 위치, f 는 초점 거리, l_R 는 레일레이 길이(Rayleigh length), \hat{z} 는 무차원화된 좌표축으로서 $-1 \leq \hat{z} \leq 1$ 이다. 이상적인 광학 설계에서 식(2)는 다음과 같다.

$$\delta x_{z,ideal} = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Theta}{2}} \left[1 + \hat{z}^2 \left(\cos \frac{\Theta}{2} \right)^4 \left(\frac{r_o}{d} \right)^2 \right] \quad (3)$$

δx 의 횡방향 변화는 다음과 같이 기술된다.

$$\delta x_x = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Theta}{2}} \left[1 - \hat{x} \left(\cos \frac{\Theta}{2} \right)^5 \frac{r_o}{d} \frac{z_o - f}{l_R} \right] \quad (4)$$

단, \hat{x} 는 무차원화된 좌표축으로 $-1 \leq \hat{x} \leq 1$ 이다. 이상적인 광학 설계에서 식 (4)는 다음과 같다.

$$\delta x_{x,ideal} = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Theta}{2}} \quad (5)$$

식 (1)에 주어진 주름무늬 불간격율의 정의를 쓰면, L 의 종방향 변화는 L_z 로서 다음과 같다.

$$L_z = (\delta x_{z,ideal} - \delta x_{z,ideal,o}) / \delta x_{z,ideal,o} = \hat{z}^2 \left(\cos \frac{\Theta}{2} \right)^4 \left(\frac{r_o}{d} \right)^2 \quad (6)$$

L 의 횡방향 변화는 L_x 로서 다음과 같다.

$$L_x = (\delta x_{x,ideal} - \delta x_{x,ideal,o}) / \delta x_{x,ideal,o} = 0 \quad (7)$$

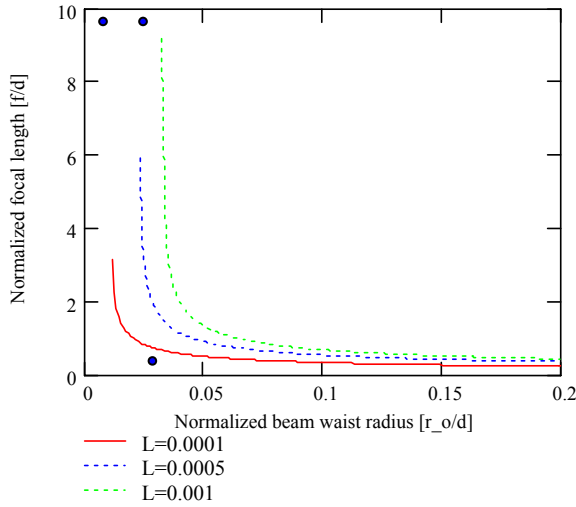


Fig. 2 Design curve for fringe divergence

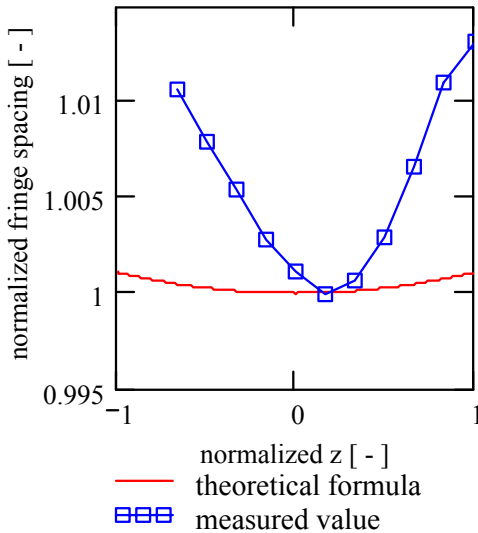


Fig. 3 Fringe divergence at case 3

Table 1 Design points for transmitting optics

Case	f/d	r_o/d	f (mm)	r_o (mm)	L_x	L_z
1	10	0.00667	300	0.2	0.40×10^{-8}	0.44×10^{-4}
2	0.0667	0.0333	20	1	0.25×10^{-2}	0.11×10^{-2}
3	10	0.0333	300	1	0.10×10^{-4}	0.10×10^{-2}

L 의 횡방향 변화는 이론적으로 0 이므로, 이후 논의에서는 L_z 를 주로 언급하기로 한다.

2.2. 광학계 설계

L_z 는 $\hat{z} = 0$ 에 대해 대칭적이고, 주름무늬 불간격율에 대해 지배적인 영향을 끼친다. 유체 가속도의 측정에서 L_z 는 0.0001 보다 작아야 하므로, 다음과 같은 설계 공식을 유도할 수 있다.

$$f/d \leq \frac{1}{\tan\left(\cos^{-1}\left(\frac{L_z^{0.25}}{(r_o/d)^{0.5}}\right)\right)} \quad (7)$$

그림 2는 식 (7)의 광학 설계 제한 조건에 대응하는 설계 곡선들을 제시한다. 그림 2의 실선 이하 부분은 $L_z < 0.0001$ 의 설계 조건을 의미한다. 그림 2의 점들은 설계치를 의미하고, 표 1에 정리되어 있다.

L_z 는 계산상의 문제는 없었으나, L_x 는 정확한 계산을 위해 기존 문헌에 제시된 공식을 사용하였다⁽³⁾.

$$\delta\alpha_{x,z} = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Theta}{2}} \left[1 + \frac{\left(\frac{x_1 z_1}{z_1^2 + l_{R1}^2} - \frac{x_2 z_2}{z_2^2 + l_{R2}^2} \right)}{2 \tan \frac{\Theta}{2} - \left(\frac{x_1 z_1}{z_1^2 + l_{R1}^2} - \frac{x_2 z_2}{z_2^2 + l_{R2}^2} \right)} \right] \quad (8)$$

단, x_i 와 z_i ($i=1, 2$)는 두 레이저 빔을 기술하기 위한 국소 좌표계이다. l_{Ri} 는 각각의 레이저 빔에 대응하는 레일레이 거리이다.

표 1에 제시된 ‘경우 1’은 측정 공간의 크기가 커서 더 이상 점 측정으로 가정할 수 없는 경우이다. 광학 렌즈(transmitting lens)를 지나기 전의 레이저 빔의 반지름이 너무 작아서, 광학 렌즈를 지나면 레이저 빔의 반지름이 증가한다⁽⁵⁾. 식 (9)는 광학 렌즈를 지나기 전과 후의 레이저 빔의 반지름 변화를 설명한다.

$$r_w = \frac{\lambda f}{\pi r_o} \quad (9)$$

단, r_o 는 광학 렌즈를 지나기 이전의 레이저 빔의 반지름이고, r_w 는 광학 렌즈를 지난 이후의 레이저 빔의 반지름이다. $r_w = 0.245\text{mm}$ 는 다른 두 경우와 비교하면 상대적으로 큰 값이다. 그러므로, 다른 두 경우에 비해 큰 공간 측정으로서 인식된다. ‘경우 2’는 큰 교차각을 가진 경우이다. Θ 가 크면, 주름무늬 불간격율 공식의 가정을 벗어나게 되어 L_x 등의 계산이 맞지 않게 된다. ‘경우 3’은 보다 일반적인 광학 설계 데이터로서 $L_z < 0.001$ 의 설계 조건을 제시한다. 비록 주름무늬 불간격율의 제한 조건이 완화되었지만, 광증폭기 등의 광학계(receiver)를 90도의 편축을 이루고 슬릿이나 핀홀을 설치하여, $L_z > 0.0001$ 인 측정 영역을 제거하면, L_x 와 L_z 가 작으면서도 제한 조건을 충족시키는 광학 설계가 된다.

주름무늬 불간격을 $L_z < 0.0001$ 이하로 조절하기 위해 슬릿이나 핀홀의 크기를 식 (6)으로 부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\hat{z}_{\max} = \frac{\sqrt{L_z}}{\left(\cos \left(\arctan \left(\frac{d}{f} \right) \right) \right)^2 \left(\frac{r_o}{d} \right)} \quad (10)$$

$L_z = 0.0001$ 로 놓으면, LDA 측정의 유효 구간은 $-0.15 \text{ mm} \leq z \leq 0.15 \text{ mm}$ 가 된다. 2 배 배율의 광학계(receiving optics)를 설치하면, 요구되는 슬릿과 핀홀의 폭은 0.15mm 이하이다.

그림 3 은 ‘경우 3’의 광학 설계에 대해 무차원화된 주름무늬 간격을 측정한 결과이다. 무차원화된 주름무늬 간격은 주름무늬 불간격과 동일하다. 그림 3 의 실선은 $f = 310\text{mm}$, $d = 30\text{mm}$, $r_o = 1\text{mm}$ 일 때 식 (6)을 계산한 결과이다. 심볼로 표시된 곡선은 회전하는 바늘 끝에 투명한 입자를 붙이고 일정한 속도로 측정공간을 통과시켜 측정한 무차원화된 속도로, 무차원화된 주름무늬 간격을 의미한다. 두 곡선은 10 배 이상의 차이를 보이는데, 그 이유에 대해 본 연구에서는 현재 연구 중이다. 분명한 점은 측정된 곡선이 이론식과 같이 이차 곡선의 커브를 보이고, $\hat{z} = 0$ 에 대해 대칭적이라는 점이다. 이는 레이저 빔의 최소 직경 (beam waist)의 위치가 측정공간 중심에 위치함을 의미한다. 본 연구에서는 주름무늬 불간격을 줄이기 위해 슬릿을 사용하였으며, 슬릿의 폭은 0.1 mm 로서, 2 배 배율의 광학계를 사용하여 주름무늬 불간격의 제한 조건을 만족시켰다.

3. 유체 가속도 측정

3.1. 원형 자유흐름 제트 유동장

레이저 도플러의 광학 셋업이 유효한지 확인하기 위하여, 원형 자유흐름 제트 유동에서 대칭축을 따라 유속과 유체 가속도를 측정하였다. 원형 제트 유동에 쓰인 제트 출구의 지름은 3mm 이다. 제트 출구에서 측정된 압력차는 25psi 이다. 레이놀즈 수는 $Re = 3200$ 이었다. 실험에는 슬릿이 사용되었으며 슬릿의 폭은 0.1mm 이다. 측정공간에서 0.05mm 의 구간을 관찰하였다. 유속과 유체 가속도는 상호 상관법에 기초한 반복 파라미터법을 사용하였다⁽¹⁾. 제트 유동의 가상 원점은 $x_o/D = -2.359$ 이었으며, 측정 구간은 $x/D = 17 \sim 45$ 이다. D 는 제트 출구의 지름이다.

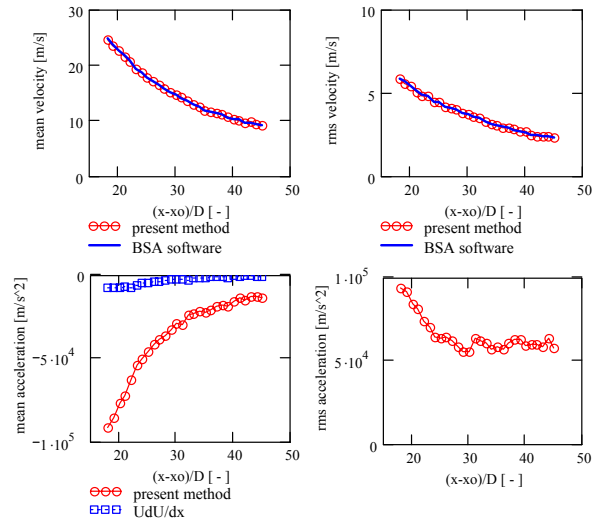


Fig. 4 The measured fluid velocity and acceleration

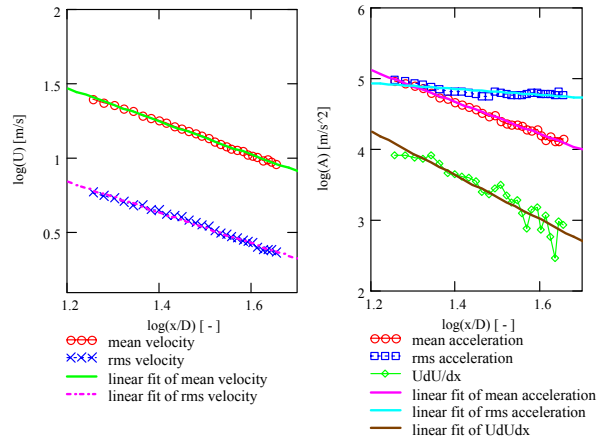


Fig. 5 Fall-off rate of the measured velocity and acceleration

그림 4 는 유속과 유체 가속도를 측정한 결과를 나타내었다. 그림 4 의 가로축은 축방향 좌표를, 세로축은 유속과 유체 가속도를 가리킨다. 평균 유속과 근제곱 유속은 전형적인 원형 자유 흐름 제트 유동을 보인다. 평균 유체 가속도와 근제곱 유체 가속도는 유속과는 다른 특성을 보인다. 평균 유체 가속도는 음의 값을 보이는데 이는 제트 출구로부터 유속이 지속적으로 감소하기 때문이다. 근제곱 유체 가속도도 후류에서 값이 감소하는 경향을 보여준다. 평균 유체 가속도와 평균 유속의 대류항인 UdU/dx 는 10 배 가까운 값의 차이를 나타내었다. 이는 주름무늬 불간격이 실험치가 이론치보다 10 배이상 크기 때문으로 생각된다.

그림 5 는 유속과 유체 가속도의 공간 감소를 측정하기 위해 로그 연산을 취한 결과이다. 그림 5 에서 심볼은 측정값을, 실선은 선형

Table 2 Design points for transmitting optics

	\bar{U}	U'	\bar{A}	A'	UdU/dx
fall-off rate	-1.118	-1.035	-2.232	-0.411	-3.106

회귀 곡선을 나타낸다. 그림 5로부터 제트 유동의 공간 감소율을 알 수 있다. 제트 유동의 공간 감소율은 다음과 같다.

$$\frac{U}{\bar{U}} \sim \left(\frac{x-x_o}{D}\right)^a \text{ or } \frac{A}{\bar{A}} \sim \left(\frac{x-x_o}{D}\right)^a \quad (11)$$

단, U 는 유체 가속도이고, A 는 라그랑지안 유체 가속도, $\bar{}$ 는 평균을 의미한다. 공간 감소율은 표 2에 정리되어 있다. 평균 유속과 근제곱 유속은 -1의 공간 감소율을 보이는데 이는 이론치와 일치한다⁽⁶⁾. 유속의 대류항은 UdU/dx 로 표현되며, 이론으로부터 -3의 공간 감소율을 보이는데 측정치는 이와 일치하였다. 평균 유체 가속도는 -2.232를 보이는데, 이론치인 -3보다는 작은 값이다.

본 실험만으로는 제트 유동에서 유체 가속도의 측정 결과를 잘 알 수 없으므로, 입구 압력 조건 10psi, 레이놀즈 수 $Re = 2000$, 측정영역 $x/D = 1 \sim 34$ 인 제트유동에 대하여도 측정하였다. 그림 6과 7에 유속과 유체 가속도를 나타내었다. UdU/dx 와 평균 유체 가속도를 그림 6에서 비교하면, $x/D = 5$ 이후로 두 그래프의 개형이 일치하지만 여전히 크기에 있어서는 여전히 10배 이상의 차이가 나타났다. 그림 7로부터 제트유동의 공간 감소율을 측정하여 표 3에 나타내었다. 평균 유체 가속도의 공간 감소율이 -2에 근접하여 -2.797인 UdU/dx 의 공간 감소율과 약 -1의 차이를 보이고 있다.

3.2 원형 충돌 제트 유동장

원형 충돌 제트 유동에서 중심축을 따라 유속과 유체 가속도를 측정하였다. 제트 유동으로는 원형 자유흐름 제트 유동과 동일한 유동을 사용하였다. $x/D = 5$ 에 원봉(rod)을 세로로 설치하여, $x/D = 1.67 \sim 4.33$ 의 유속과 유체 가속도를 측정하였다. 그림 8은 측정 결과를 보여준다. 그림 8의 가로축은 원봉 표면으로부터의 측방향 좌표이다. 평균 유속은 상용 소프트웨어(BSA software, Dantec, Inc.)의 결과와 잘 일치하지만, 근제곱 유속은 제트 출구로 갈수록 더 큰 값을 보였다. 평균 유체 가속도는 UdU/dx 와 그래프의 개형은 대체로 일치하였으나 크기는 일치하지 않았다.

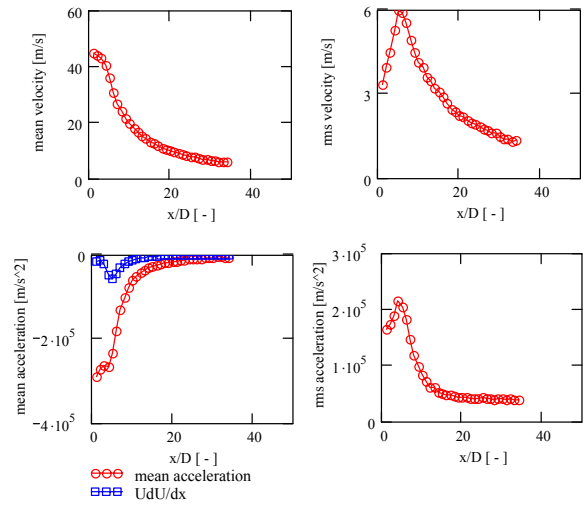


Fig. 6 The measured fluid velocity and acceleration

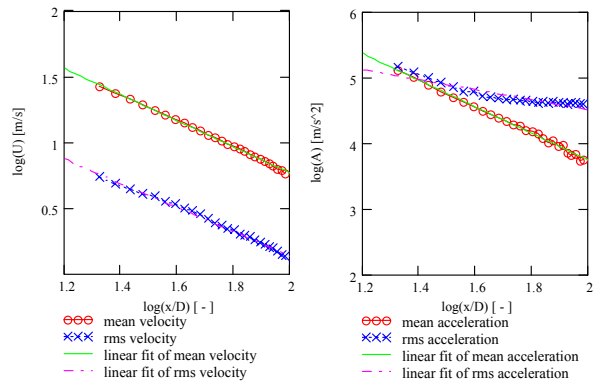


Fig. 7 Fall-off rate of the measured velocity and acceleration

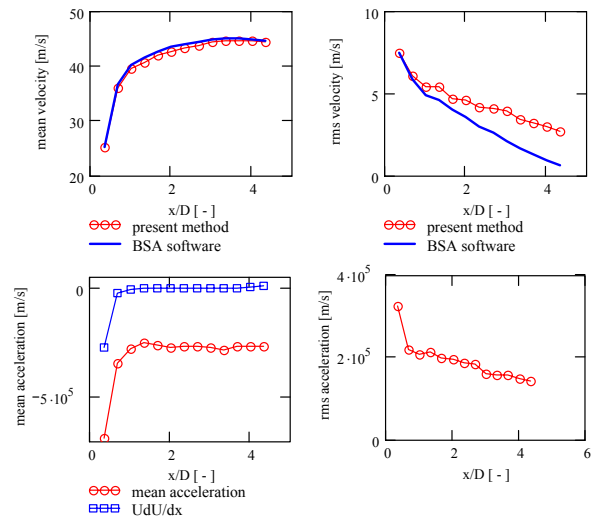


Fig. 8 The measured fluid velocity and acceleration

Table 3 Design points for transmitting optics

	\bar{U}	U'	\bar{A}	A'	UdU/dx
fall-off rate	-0.992	-0.914	-2.028	-0.762	-2.797

이는 본 연구에 사용한 측정 입자의 굴절율이 1.2~1.4 정도로서 전산란 모드(forward scattering mode)에서는 좋은 측정이 가능하지만, 본 연구와 같이 90 도 모드(90 degrees off-axis mode)에서는 산란광의 광도가 부족한 때문으로 생각된다. 이를 보완하기 위해, 자체 제작한 광학 장치(receiver)를 사용하여 측정 감도를 높였으나 정확한 측정으로까지는 이루지 못하였다. 슬릿과 핀홀을 써서 측정한 결과 원형 자유흐름 제트 유동의 경우 슬릿과 핀홀에 따라 공간 감소율이 다르게 나타났다.

3.3. 잡음 측정 파라미터

본 연구에는 잡음 측정 파라미터를 정의하여, 도플러 신호의 잡음 정도를 예측하였다.

$$a/b = \sigma_a^2 / \sigma_b^2 = (\sigma_b^2 + \sigma_N^2) / \sigma_b^2 = 1 + \sigma_N^2 / \sigma_b^2 \quad (12)$$

단, σ 는 측정 신호의 표준편차, 아래첨자 a , b 는 도플러 신호의 측정 길이, 아래첨자 N 은 랜덤 노이즈를 의미한다. 도플러 신호의 측정 길이 a 가 b 의 두 배라고 정의하면, 식 (12)의 a/b 는 1~4의 값을 보인다. 그림 9는 잡음 측정 파라미터의 측정 결과를 보여준다. 그림 9의 왼쪽에 도시된 그림은 원형 자유흐름 제트 유동에서 측정된 a/b 이다. $x/D = 20$ 이내인 영역은 $a/b \sim 3$ 으로, 측정 잡음이 적은 경우이다. $x/D = 20$ 이상인 영역은 $a/b \sim 4$ 로서 측정 잡음이 지배적이다. 공간 감소율은 $x/D = 20$ 이상인 영역에서 측정되었으며, 평균 유체 가속도의 공간감소율이 -2인 이유는 이 영역의 측정 잡음이 지배적이기 때문이다. 그림 9의 오른쪽에 도시된 그림은 원형 충돌 제트 유동에서 측정된 a/b 로서 $a/b \sim 3$ 이다. 측정 잡음이 적으므로, 그림 8에서처럼 평균 유체 가속도와 UdU/dx 의 그래프 개형이 일치하였다. 평균 유체 가속도와 UdU/dx 의 크기 척도(scale)가 일치하지 않은 것은 그림 3에서 지적된 바와 같이 레이저 도플러 계측 공간의 주름무늬 불간격율이 이론치보다 크게 측정되었기 때문이다.

4. 결론

본 연구에서는 레이저 도플러 유속계의 주름무늬 불균일성이 유체 가속도의 측정에 미치는 영향을 알아 보았다. 주름무늬 불균일성은 종방향 변화에 크게 영향을 받았고, 적절한 공식을 유도하여 이를 광학적 설계에 이용하였다. 레이저 도플러 유속계의 전달 광학계(transferring

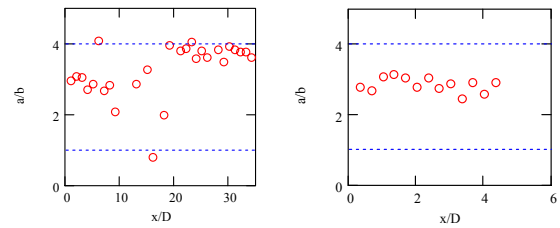


Fig. 9 Noise measurement parameter

optics)는 일반적인 설계치를 사용하였으나, 수용 광학계(receiving optics)는 슬릿을 사용함으로써 주름무늬 불균일성을 기준치 이하로 낮추었다. 본 연구의 측정 기술을 검토하기 위하여 원형 자유흐름 제트 유동과 원형 충돌 제트 유동에서 대칭축을 따라 유속과 유체 가속도를 측정하였다. 측정 결과 평균 유체 가속도의 공간 감소율은 이론적인 공간 감소율보다 작은 값이 측정되었고, 측정값은 UdU/dx 보다 10 배 이상이었다. 이는 측정 잡음과 주름무늬 불간격율의 영향이 지배적임을 의미한다. 이를 개선하기 위하여는 레이저 광원의 세기를 증가하거나 굴절율이 더 큰 측정 입자를 사용하여 측정 잡음을 감소시켜야 한다. 또한, 주름무늬 불간격율의 측정값을 이론값과 일치시키는 작업이 계속 진행되어야 한다.

후기

본 연구는 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연수지원에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

- (1) Lehmann, B., Nobach, H., Tropea, C., 2002, "Measurement of Acceleration Using the Laser Doppler Technique," Measurement Science Technology, Vol. 13, pp. 1367-1381
- (2) Mann, J., Søren, O., Andersen, J. S., 1999, "Experimental Study of Relative, Turbulent Diffusion," Risø-R-1026(EN), Report of Risø National Laboratory, Roskilde, Denmark
- (3) Miles, P. C., Witze, P. O., 1996, "Evaluation of the Gaussian Beam Model for Prediction of LDV Fringe Fields," Proceedings of 9th International Symposium on Application of Laser Technology to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, pp. 4011-4018
- (4) Miles, P. C., 1996, "Geometry of the Fringe Field Formed in the Intersection of Two Gaussian Beams," Applied Optics, 35, pp. 5887-5895
- (5) Albrecht, H. -E., Borys, M., Damaschke, N., Tropea, C., 2003, "Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques," Springer Verlag
- (6) Pope, S. B., 2000, "Turbulent Flows," Cambridge University Press, Cambridge