

비정상상태 복사열전달 해석을 위한 2차 상류스킴 및 QUICK 스킴의 유한체적복사해법 적용 연구

변도영[†], 이건호*, 김만영**

Transient Radiative Heat Transfer Using Finite Volume Method with 2-Order Upwind Scheme and QUICK Scheme

Doyoung Byun, Gun Ho Lee, Man Young Kim

Key Words : Transient Radiative Heat Transfer(비정상상태 복사열전달), Finite Volume Method(유한체적복사해법), Scheme(스킴), CPU Time(CPU 시간)

Abstract

Transient radiative heat transfer is analyzed in a one-dimensional slab using finite volume method (FVM). In this study, the step, 2nd order upwind, and QUICK schemes are used for incident diffuse radiation and collimated beam, respectively. The results for diffuse radiation show that all schemes applied in this study give good agreements with available published results. In case of collimated beam, however, the results show deviations from the analytical solutions. To successfully describe the propagations of collimated beam, shock capturing schemes such as TVD scheme are need to be developed.

기 호 설 명

a	: 이산화방정식의 계수
b	: 이산화방정식의 생성항
c	: 광속
D_{ci}^m	: 방향 가중치
I	: 복사강도, $W/(m^2 \cdot sr)$
I_b	: 흑체 복사강도, $W/(m^2 \cdot sr)$
\vec{r}	: 위치 벡터
S_r^m	: 생성항
T	: 온도, K

그리스 문자

β_0	: 소멸계수, $= \kappa_a + \sigma_s, m^{-1}$
ΔV	: 검사체적

$\Delta\Omega$: 검사각도
Φ	: 산란위상함수
θ	: 극각
κ_a	: 흡수계수, m^{-1}
σ_s	: 산란계수, m^{-1}

1. 서론

최근 몇년간 비정상상태 복사열전달(Transient radiative transfer)에 관한 해석이 주목을 받아왔다. 예를 들면, 레이저 산업은 현대 의학 기술이나 재료처리 기술과 접목하여 비약적인 발전을 하고 있어 이의 해석이 요구되고 있다. 탁한 매질에서의 쏫펄스 레이저(short-pulsed laser)^(1,2), 재료처리과정^(3,4)과 피부조직⁽⁵⁾에서의 펄스 레이저에 관한 연구가 진행되었다.

이와 같이 비정상상태 복사전달방정식(Transient radiative transfer equation(TRTE))을 해석하기 위하여 다양한 해석 방법들이 제시되었다. 몬테칼로법(Monte Carlo method(MCM))⁽⁶⁾은 대표적인 TRTE의

[†] 책임저자, 회원, 건국대학교 시스템통합기술센터

E-mail : dybyun@konkuk.ac.kr

TEL : (02) 450-4195, FAX : (02) 444-6614

* 건국대학교 기계공학과 대학원

** 전북대학교 항공우주공학과

해석 방법이다.^(7,8) Flock et al.⁽⁹⁾은 MCM 을 사용하여 TRTE 의 효과를 연구하였고, Jacques⁽¹⁰⁾ 또한 MCM 을 사용하여 생체조직에서 나노시간 시간 단위에서의 복사열전달 과정을 시험하였다. Hsu⁽¹¹⁾ 는 TRTE 에 관하여 난반사와 평행입사광의 영향 등에 관하여 연구하였으며 이 결과들은 Tan 과 Hsu⁽¹²⁾의 해석해와 잘 일치한다.

Wu⁽¹³⁾는 적분식(Integral Equation(IE) formulation) 을 이용하여 등방성 산란에 관하여 해석하였고, Wu 와 Wu⁽¹⁴⁾는 삼차원에서의 흡수, 비등방산란의 영향에 관하여 연구하였다.

한편 구분중좌법(Discrete-Ordinates Method) 또한 TRTE 를 해석하는데 사용되었다. Sakami et al.⁽¹⁵⁾는 DOM 을 사용하여 비정상 복사열전달 문제를 1 차원으로 해석하였다. 또한 Sakami et al.⁽¹⁶⁾는 DOM 을 사용하여 사각형 내부에서 평행입사광에 관한 TRTE 를 해석하였고, 생체조직을 통과하는 초펄스 레이저(short-pulsed laser)⁽¹⁷⁾에 관하여 해석하였다 .

앞서 살펴본 것과 같이 TRTE 를 해석하는 방법에는 적분식법, 몬테칼로법, 구분중좌법 등 여러가지가 있다. 그리고 구분중좌법과 유사한 방법으로서 비직교좌표계 적용 가능성, 전산유체역학과의 호환성, 해의 정확도, 비교적 짧은 계산시간 등의 장점을 가지고 있는 유한체적복사해법(Finite - Volume method (FVM))⁽¹⁸⁻²⁰⁾도 최근에 비정상상태 복사열전달 해석에 적용되었다. Chai^(23,24)는 FVM 을 이용하여 1 차원 및 2 차원 형상에서 비정상 복사 열전달을 해석하였다. 흡수, 비등방성 산란을 하는 매질에 대한 해석을 수행하였다.

이와 같이 현재까지 TRTE 에 대한 다양한 접근방법과 연구가 있었다. 그러나 비정상상태 복사 열전달 해석에서는 DOM 또는 FVM 을 이용할 경우 적용하는 스킵이 매우 중요하다. 특히 레이저와 같은 평행광이 입사하는 문제의 경우에는 스킵에 따라 해의 정확도와 계산 비용 면에 있어서 큰 차이가 날 수 있다. 그럼에도 불구하고 현재까지 활용되고 있는 여러가지 스킵들을 비교 분석한 연구가 수행되지 않고 있다.

따라서 본 연구에서는 비정상 복사 전달 방정식을 유한체적복사해법을 이용하여 해석하는데 있어서 중요한 요인이 되는 여러가지 스킵들을 비교 분석하고자 한다.

2. 이론 해석

2.1 비정상 복사전달방정식

경로 \vec{s} 의 임의의 지점 \vec{r} 에서 흡수, 방사, 산란하는 회체 매질에서의 복사 강도를 나타내는 지배 방정식은 다음과 같다.⁽¹⁸⁻²²⁾

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I(\vec{r}, \vec{s}, t)}{\partial t} + \frac{\partial I(\vec{r}, \vec{s}, t)}{\partial s} = -\beta_0 I(\vec{r}, \vec{s}, t) + \kappa_a I_b(\vec{r}, t)$$

$$+ \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}', t) \Phi(\vec{s}' \rightarrow \vec{s}) d\Omega' \quad (1)$$

여기에서 c 는 광속이며, κ_a 와 σ_s 는 흡수계수와 산란계수이고, $\beta_0 = \kappa_a + \sigma_s$ 는 소멸 계수이다. $\Phi(\vec{s}' \rightarrow \vec{s})$ 는 \vec{s}' 방향으로 들어와서 \vec{s} 으로 산란되는 산란위상함수이다. 식 (1)의 우측 항에서 첫 번째 항은 흡수와 산란으로 인한 복사강도의 소멸항이고, 나머지 두 항은 방사와 산란으로 인해 복사강도가 증가하는 것을 나타낸다. 식 (1)을 다음과 같이 나타내고 이산화한다.

$$\frac{\partial I^m}{\partial t} + \frac{\partial I^m}{\partial s} = -\beta_0^m I^m + S_r^m \quad (2)$$

윗첨자 m 은 포톤이 날아가는 각 방향을 나타내며 여기서, 소멸계수 β_0^m 과 S_r^m 은 다음과 같다.

$$S_r^m = \kappa I_b + \frac{\sigma}{4\pi} \sum_{l=1, l \neq m}^N I^l \Phi^{ml} \Delta\Omega^m \quad (3a)$$

$$\beta_0^m = \kappa + \alpha - \frac{\sigma}{4\pi} \Phi^{mm} \Delta\Omega^m \quad (3b)$$

2.2 TRTE 의 이산화

TRTE 는 Fig. 1 에서 보는 바와 같이 식 (2)를 시간 간격 Δt 와 제어각, 제어체적에 걸쳐 적분함으로써 이산화할 수 있다. 식을 간결하게 나타내기 위해 윗첨자 m 을 생략하여 표기하기로 한다. 다음이 식 (2)를 적분한 식이다.

$$\int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta z} \int_{\Delta t} \frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} dt dz d\Omega + \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta z} \frac{\partial I}{\partial s} dz d\Omega dt = \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta z} (-\beta_0 I + S_r) dz d\Omega dt \quad (4)$$

식 (4)를 일련의 이산화 과정을 거친 후 다음과 같은 이산화된 TRTE 를 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{c} (I_p - I_p^0) \frac{\Delta z}{\Delta t} \Lambda \Omega + D_{cz} (I_e - I_w) = (-\beta_0 I_p + S_r) \Lambda z \Lambda \Omega \quad (5)$$

D_{cz} 는 방향 가중치이며 다음과 같다

$$D_{cz} = \int_{\Delta\Omega} (s \times n_z) d\Omega \quad (6)$$

식 (5)는 $D_{cz} > 0$ 인 경우를 이산화한 것이며 $D_{cz} < 0$ 인 경우도 같은 방법으로 이산화할 수 있다.

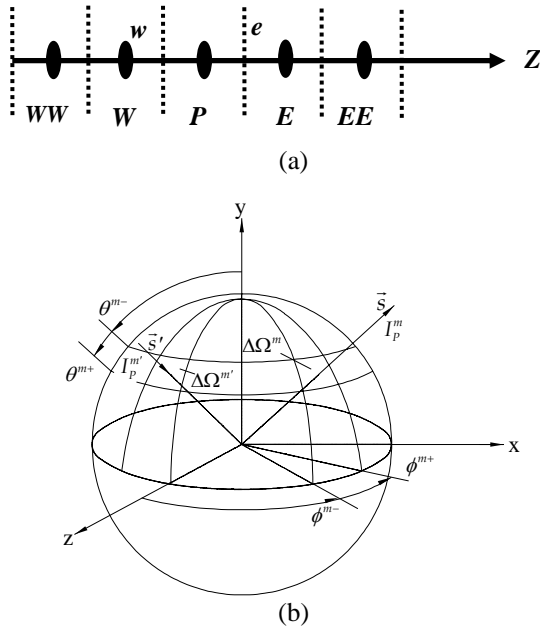


Fig. 1 (a) One-dimensional control volume
(b) Schematic of solid angle and scattering angle

2.3 스킴

본 연구에서도 보통의 복사열전달 해석과 유동 해석에 사용되는 3 가지 스킴에 대하여 분석하였다. 그림 1(a)에서 보이는 제어체적의 경계 면에서의 값을 계산할 때 적당한 스킴을 선택할 수 있다

1 차 상류 스킴 (First-Order Upwind Scheme)⁽²⁵⁾

식 (5)의 두 번째 항에서 경계 면에서의 값 I_e, I_w 는 상류 쪽 격자 점에서의 값과 같다, 즉

$$I_e D_{cz} = I_p \max(D_{cz}, 0) - I_E \max(-D_{cz}, 0) \quad (7a)$$

$$I_w D_{cz} = I_W \max(D_{cz}, 0) - I_P \max(-D_{cz}, 0) \quad (7b)$$

방향 가중치에 값에 따라 상류의 방향이 바뀐다. 식 (7a), (7b)를 식 (5) 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$a_p I_p = a_w I_w + a_e I_e + b \quad (8a)$$

$$a_p = |D_{cz}| + \beta \Lambda z \Lambda \Omega + \frac{1}{c} \frac{\Lambda z}{\Lambda t} \Lambda \Omega \quad (8b)$$

$$a_w = \max(D_{cz}, 0) \quad (8c)$$

$$a_e = \max(-D_{cz}, 0) \quad (8d)$$

$$b = S_{M,p} \Lambda z \Lambda \Omega + \frac{1}{c} I_p^0 \frac{\Lambda z}{\Lambda t} \Lambda \Omega \quad (8e)$$

2 차 상류스킴 (Second-Order Upwind Scheme)

2 차 상류스킴에서⁽²⁵⁾는 경계면 값이 다음과 같다.

$$I_e D_{cz} = [I_p + \frac{1}{2}(I_p - I_w)] \max(D_{cz}, 0) - [I_E + \frac{1}{2}(I_E - I_{EE})] \max(-D_{cz}, 0) \quad (9a)$$

$$I_w D_{cz} = [I_w + \frac{1}{2}(I_w - I_{WW})] \max(D_{cz}, 0) - [I_P + \frac{1}{2}(I_P - I_E)] \max(-D_{cz}, 0) \quad (9b)$$

식 (9a), (9b)를 식(5)에 대입하여 정리하면,

$$a_p I_p = a_w I_w + a_e I_e + b \quad (10a)$$

$$a_p = |D_{cz}| + \beta \Lambda z \Lambda \Omega + \frac{1}{c} \frac{\Lambda z}{\Lambda t} \Lambda \Omega \quad (10b)$$

$$a_w = \max(D_{cz}, 0) \quad (10c)$$

$$a_e = \max(-D_{cz}, 0) \quad (10d)$$

$$b = -\frac{1}{2} |D_{cz}| I_p + a_e I_e + a_w I_w S_{M,p} \Lambda z \Lambda \Omega - \frac{1}{2} (a_e I_{EE} + a_w I_{WW}) + S_{M,p} \Lambda z \Lambda \Omega + \frac{1}{c} I_p^0 \frac{\Lambda z}{\Lambda t} \Lambda \Omega \quad (10e)$$

QUICK 스킴 (QUICK Scheme)

QUICK 스킴⁽²⁵⁾에서는 경계면 값을 다음과 같이 처리한다.

$$I_e D_{cz} = [I_p + (-\frac{1}{8} I_E - \frac{1}{4} I_p + \frac{3}{8} I_E)] \max(D_{cz}, 0) - [I_E + (-\frac{1}{8} I_{EE} - \frac{1}{4} I_E + \frac{3}{8} I_p)] \max(-D_{cz}, 0) \quad (11a)$$

$$I_w D_{cz} = [I_E + (-\frac{1}{8} I_{EE} - \frac{1}{4} I_E + \frac{3}{8} I_p)] \max(D_{cz}, 0) - [I_p + (-\frac{1}{8} I_E - \frac{1}{4} I_p + \frac{3}{8} I_w)] \max(-D_{cz}, 0) \quad (11b)$$

식(11a), (11b)를 식(5)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$a_p I_p = a_w I_w + a_e I_e + b \quad (12a)$$

$$a_p = |D_{cz}| + \beta \Lambda z \Lambda \Omega + \frac{1}{c} \frac{\Lambda z}{\Lambda t} \Lambda \Omega \quad (12b)$$

$$a_w = \max(D_{cz}, 0) \quad (12c)$$

$$a_e = \max(-D_{cz}, 0) \quad (12d)$$

$$b = \frac{5}{8} |D_{cz}| I_p - \frac{1}{8} \{3 \max(D_{cz}, 0) + \max(-D_{cz}, 0)\} I_E - \frac{1}{8} \{ \max(D_{cz}, 0) + 3 \max(-D_{cz}, 0) \} I_W - \frac{1}{8} \{ \max(-D_{cz}, 0) I_{EE} + \max(D_{cz}, 0) I_{WW} \} + S_{M,p} \Lambda z \Lambda \Omega + \frac{1}{c} I_p^0 \frac{\Lambda z}{\Lambda t} \Lambda \Omega \quad (12e)$$

이산화된 방정식은 매 시간단계에서 반복 계산된다. 수렴의 판정은 다음과 같은 기준으로 판단하였다.

$$\frac{|I_p - I_p^0|}{I_p} \leq \varepsilon \quad (13)$$

여기서 I_p^0 는 전 시간단계의 복사강도를 의미하며 ε 은 10^{-6} 으로 선택하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 코드 검증

본 연구에서 고려한 FVM 을 검증하기 위하여 적분식을 이용한 결과⁽¹²⁾와 비교하였다. Fig. 2 는 각각 난반사 복사의 경우 복사강도와 열유속을 나타낸다. 경계조건은 난반사와 흑체라고 가정하며 초기 온도는 0 K 로 두었다. 시간 t=0 에서 왼쪽 경계(z/L=0)에 π 만큼의 방사열을 가할 경우 복사 에너지가 전달되는 과정을 나타내었다. 이때 사용된 산란 알베도는 0.5 이고, 300 개의 제어체적과 40 개의 제어각을 이용하여 계산을 수행하였다. 시간이 지남에 따라 복사 강도는 증가하며 정상상태로 다가가는 것이 관찰된다. 그러나 벽 근처의 복사 유속은 시간이 지남에 따라 감소하는 것을 관찰할 수 있다. 이는 후방산란(back scattering) 때문이다. 그림에서 볼 수 있듯이 난반사 복사의 경우는 1 차 상류 스킴으로도 잘 예측할 수 있으며, 본 연구에서 사용되는 FVM 의 결과는 적분식을 이용한 결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

3.2 스킴들의 비교분석

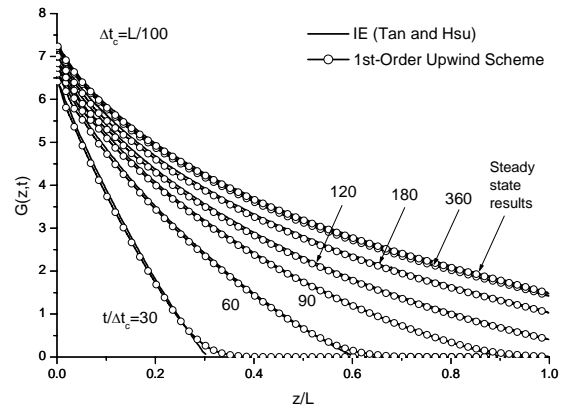
스킴들의 성능을 분석하기 위하여 먼저 앞의 검증에 사용된 난반사 복사에 대하여 적용한 결과들을 비교하였다.

앞의 코드 검증을 위한 경우와 조건은 같으며 3 가지의 스킴들을 적용하였다. Fig. 3 은 각각의 계산 결과들을 나타낸다. 먼저 Fig.3 (a)는 복사 강도를 시간에 따라 나타낸 그림으로 3 가지 스킴 모두 잘 예측하고 있다. 하지만 복사 강도가 0 으로 떨어지는 지점에서는 스킴에 따라 약간의 차이를 보이고 있다. 1 차 상류스킴은 기울기가 급격하게 떨어진 0 근처에서 다른 스킴들보다는 정확성이 떨어진다. 2 차 상류스킴은 1 차 상류스킴보다는 정확히 예측하고 있지만 Quick 스킴이 이보다는 정확하다. Fig.3 (b)에는 이 특징이 좀 더 두드러지게 나타난다.

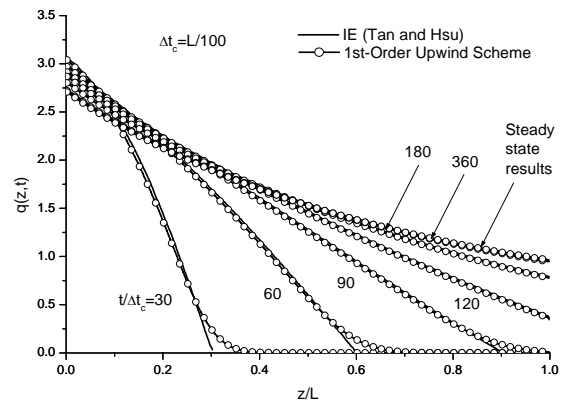
그리고 입사광(collimated beam)이 가해지는 문제에 대하여 스킴들의 특성을 분석하였다. 비정상입사광(collimated beam)의 특성은 충격과 문제처럼 불연속성이 존재한다. 따라서 특정한 스킴을 사용해야만 불연속적인 특징을 잘 분석할 수 있다. 이

특징들을 위해 1 차 상류스킴보다는 다른 스킴들의 특징을 심층 분석하였다.

3.2.1 난반사 복사 (diffuse radiation)



(a)



(b)

Fig. 2 Incident radiation and radiative flux in homogeneous medium with one diffusely emitting boundary : (a) Incident radiation distribution at different time (b) Radiative flux distribution at different time

Fig. 4 는 각각 복사강도와 복사 유속이 시간에 따라 변하는 모습을 나타낸 것이다. 여기서 두드러진 특징은 1 차 상류스킴보다는 2 차 상류 스킴과 Quick 스킴이 좀더 정확하지만 마찬가지로 불연속적 특징을 정확하게 계산해주지는 못한다는 것이다.

Table 1 은 스킴에 따른 계산 시간을 보여주고 있다. CPU 는 펜티엄 2.4GHz 를 사용하였다. 보는 바와 같이 2 차 상류 스킴은 다른 스킴들에 비해 계산 시간이 월등히 많다. 1 차 상류 스킴은 시간은 가장 적게 걸리나 정확성이 떨어진다. 계산 결과나 계산 시간을 종합적으로 고려해보았을 때 QUICK 스킴이 가장 정확하고 빠른 해를 제공하지만 불연속적 특징 때문에 다른 스킴의 개발이 필요하다.

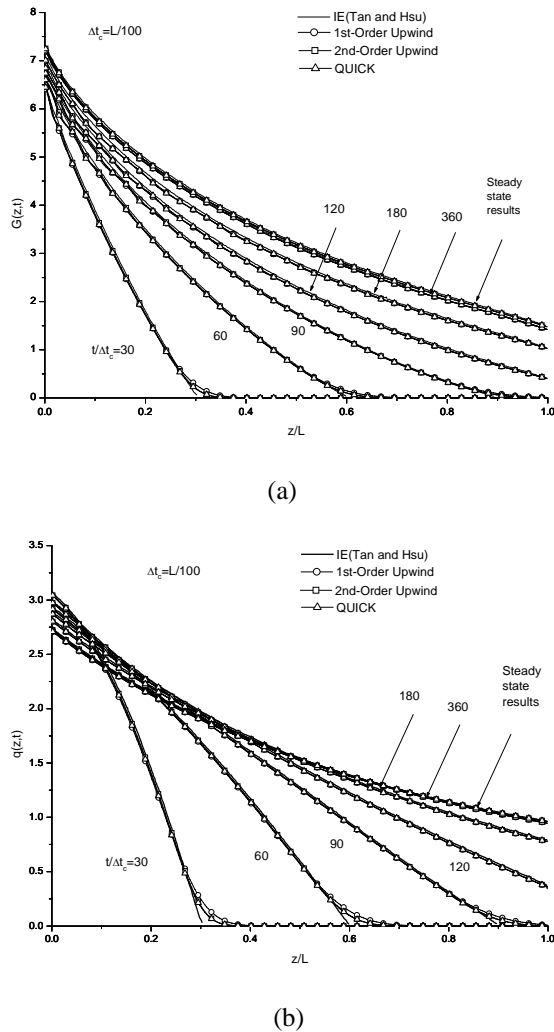


Fig. 3 Comparison of Incident radiation and radiative flux about diffuse radiation

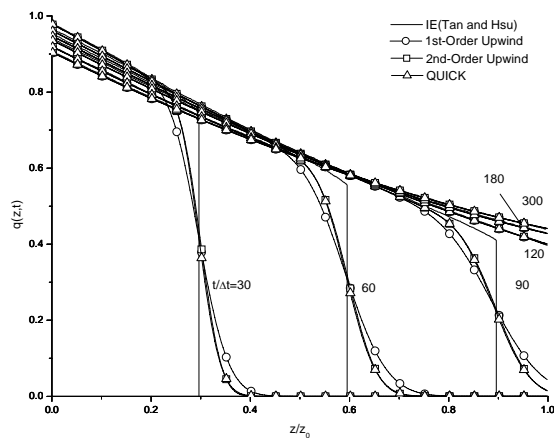


Fig. 4 Comparison of radiative fluxes about collimated beam

Table 1 CPU time for convergence for a variety of scheme

	Diffuse (CPUs)	Collimated Beam (CPUs)
First-Order Upwind Scheme	148.4	124.0
Second-Order Upwind Scheme	5103.5	3582.8
Quick Scheme	327.2	203.6

4. 결론

최근 주목을 받아온 TRTE를 유한체적법을 이용하여 해석을 수행하였다. 유한체적법에는 여러가지 스킴들이 사용되는데 본 연구에서는 1,2차 상류스킴과 QUICK스킴을 적용하였다. 난반사 복사에는 모든 스킴들이 정확한 해를 제공하고 있으나 collimated beam에서는 그렇지 않다. collimated beam의 불연속성을 정확히 해석하기 위해서는 충격파에 적용하는 TVD계열 스킴의 개발과 적용이 요구된다.

후기

본 연구는 2004년도 건국대학교 학술진흥연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Z. Guo and S. Kumar, 2001, "Two-Dimensional Transient Radiative Heat Transfer Using Discrete Ordinates Method", *Proc. CHT'01: The second International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer*, Palm Cove, Queensland, Australia, pp. 1073-1080
- (2) Z. Guo and S. Kumar, 2002, "Discrete-Ordinates Solution of Short-Pulsed Laser Transport in Two-Dimensional Turbid Media", *Appl. Opt.*, vol. 40, no. 19, pp. 3156-3163
- (3) J. P. Longtin and C. L. Tien, 1996, "Saturable Absorption during High-Intensity Laser Heating of Liquids", *J. Heat Transfer*, vol. 118, pp. 924-930
- (4) T. G. Qui and C. L. Tien, 1992, "Short Pulse Laser Heating in Metals", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 35, pp. 719-726
- (5) Y. Yamada, 1995, "Light-Tissue Interaction and Optical Imaging in Biomedicine", *Annu. Rev. Fluid Mech. Heat Transfer*, C. L. Tien (Ed.), vol. 6, pp. 1-59
- (6) B. C. Wilson and G. Adam, 1983, "A Monte Carlo

- Model for the Absorption and Flux Distributions of Light in Tissue”, *Med. Phys.*, vol. 10, pp. 824-830
- (7) M. Q. Brewster and Y. Yamada, 1995, “Optical Properties of Thick Turbid Media from Pico-second Time-Resolved Light Scattering Measurements”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 38, pp. 2569-2581
- (8) Y. Hasegawa, Y. Yamada, M Tamura and Y. Nomura, 1991, “Monte Carlo simulation of Light Transmission through Living Tissues”, *Appl. Opt.*, vol. 30, pp. 4515-4520
- (9) S. T. Flock, M. S. Patterson, B. C. Wilson, and D. R. Wyman, 1989, “Monte Carlo Modeling of Light Propagation in Highly Scattering Tissues-I: Model Predictions and Comparison with Diffusion Theory”, *IEEE Trans. Med. Eng.*, vol. 36, pp. 4515-4520
- (10) S. L. Jacques, 1989, “Time Resolved Propagation of Ultrashort Laser Pulses within Turbid Tissues”, *Appl. Opt.*, vol. 28, pp. 2223-2229
- (11) P. -F. Hsu, 2000, “Effects of Multiple Scattering and Reflective Boundary on the Transient Radiative Transfer Process”, *Proc.2000 Natl. Heat Transfer Conf.*, August 20-22
- (12) Z. -M. Tan and P. -F. Hsu, 2001, “An Integral Formulation of Transient Radiative Transfer”, *J. Heat Transfer*, vol. 123, pp. 466-475
- (13) C. -Y. Wu, 2000, “Propagation of Scattered Radiation in a Participating Planar Medium with Pulse Irradiation”, *J. Quant. Spectrosc. Radiant. Transfer*, vol. 64, no. 5 pp. 537-548
- (14) C. -Y. Wu and S. -Y. Wu, 2000, “Integral Equation Formulation for Transient Radiative Transfer in an Anisotropically Scattering Medium”, *Int. J. Heat Transfer*, vol. 43, pp. 2009-2020
- (15) M. Sakami, K. Mitra, and P. -F. Hsu, 2000, “Transient Radiative Transfer in Anisotropically Scattering Media Using Monotonicity-Preserving Schemes”, *Proc. IMECE 2000*, November 5-10
- (16) M. Sakami, K. Mitra, and P. -F. Hsu, 2002, “Analysis of Light-Pulse Transport through Two-Dimensional Scattering and Absorbing Media”, *J. Quant. Spectrosc. Radiant. Transfer*, vol. 73, pp. 169-172
- (17) M. Sakami, K. Mitra, and T. Vo-Dinh, 2002, “Analysis of Short-Pulse Laser Photon Transport through Tissues for Optical Tomography”, *Opt. Lett.*, vol. 27, no. 5, pp. 336-338
- (18) Chui, E. H. and Raithby, G. D., 1993, “Computation of Radiant Heat Transfer on a Nonorthogonal Mesh Using the Finite-Volume Method,” *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol. 23, pp. 269-288.
- (19) Chai, J. C., Lee, H. S., and Patankar, S. V., 1995, “Finite Volume Radiative Heat Transfer Procedure for Irregular Geometries,” *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 9, no. 3, pp. 410-415.
- (20) Baek, S. W., Kim, M.Y., and J. S. Kim, 1998, “Nonorthogonal Finite-Volume Solutions of Radiative Heat Transfer in a Three-Dimensional Enclosure,” *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol. 34, no. 4, pp. 419-437.
- (21) Chai, J. C., Lee, H. S., and Patankar, S. V., 1993, “Ray Effect and False Scattering in the Discrete Ordinates Method,” *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol. 24, pp. 373-359.
- (22) Byun, D. Y., Baek, S. W., and Kim, M. Y., 2000, “Radiation in Discretely Heated Irregular Geometry Using Monte-Carlo, Finite-Volume, and Modified Discrete-Ordinate Interpolation Method,” *Numerical Heat Transfer, Part A (Applications)*, vol. 37, pp. 1-18.
- (23) J. C. Chai, 2003, “One-Dimensional Transient Radiation Heat Transfer Modeling Using a Finite-Volume Method”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol. 44, pp. 187-208.
- (24) J. C. Chai, 2003, “Transient Radiative Transfer in Irregular Two-Dimensional Geometries”, *J. Quant. Spectrosc. Radiant. Transfer*, in press
- (25) Thakur. S. and Shyy. W., 1993, “Some Implementation Issues of Convection Scheme for Finite-Volume Formulations.”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol. 24, pp. 31-55